

**THESE**

présentée à

**l'Institut National des Sciences Appliquées de  
Toulouse**

En vue de l'obtention du

**Doctorat  
Transferts, Dynamique des Fluides,  
Energétique et Procédés**

Spécialité  
Génie des Procédés et de l'Environnement

par

**Vincent Sarrot**

**Capture de fines particules par des  
inclusions fluides**

Soutenue le 14 septembre 2006

**JURY**

L. Doublier	Rapporteur
G. Wild	Rapporteur
P. Schmitz	Examineur - Président
J. Toutain	Examineur
P. Guiraud	Co-Directeur
D. Legendre	Co-Directeur
V. Guimet	Invité
O. Masbernard	Invité



# Résumé

Cette étude concerne le mécanisme de collision entre une bulle sphérique et des particules dont le diamètre reste inférieur à quelques pourcents du diamètre de la bulle. Cette situation correspond à celle rencontrée dans la phase d'initiation du processus de capture dans des procédés de flottation. La détermination de l'efficacité s'appuie sur des mesures expérimentales et sur des simulations numériques directes (DNS).

D'un point de vue expérimental, une cellule de flottation à bulles isolées a été conçue dans le but de mesurer l'efficacité de capture. De petites bulles sphériques sont produites par un capillaire, puis traversent une suspension de micro-billes de verre. Les particules capturées par la bulle sont dénombrées dans un compteur de particules. Les résultats sont analysés et les ordres de grandeur comparés favorablement à ceux de Ralston et al. (1999a). La tendance générale montre que l'efficacité de capture diminue avec le rapport de taille  $d_p/d_b$ . Cette évolution observée est contraire à celle des modèles d'efficacité de collision de la littérature. Cet effet est attribué aux propriétés de mouillage des particules.

D'un point de vue numérique, la simulation de l'écoulement autour d'une bulle permet de calculer la trajectoire de particules distribuées de manière uniforme. Pour les particules dont le nombre de Stokes est très inférieur à 1, leur trajectoire est confondue avec les lignes de courant du fluide. Les simulations numériques couvrent une large gamme des paramètres caractéristiques du problème (diamètre des particules ramené à celui des bulles, nombre de Reynolds de la bulle, degré de contamination de sa surface). L'efficacité de collision est une fonction croissante du nombre de Reynolds. L'efficacité d'une bulle propre tend de manière asymptotique vers une valeur constante que ce soit à petit ou à grand nombre de Reynolds. Pour une bulle complètement contaminée, la tendance asymptotique à petit nombre de Reynolds est également une constante alors qu'à grand nombre de Reynolds l'efficacité suit une loi en  $Re^{0,45}$ . En fonction du degré de contamination de l'interface, l'efficacité de collision suit tantôt un comportement de type bulle propre en  $d_p/d_b$ , tantôt un comportement de type bulle contaminée en  $(d_p/d_b)^2$ . Des modèles sont proposés sur toute la gamme des différents paramètres.



# Abstract

This study focuses on the collision mechanism between a spherical bubble and particles when the particle diameter remains less than some percents of the bubble diameter. This situation corresponds to the first step of the particle capture in flotation processes. The efficiency determination is based on experimental measurements and Direct Numerical Simulations (DNS).

Experimentally, a single bubble flotation cell has been build for the purpose of measuring capture efficiency. Small spherical bubbles are created by a capillary tube and then arise through a suspension capturing glass particles. Captured particles are recovered by overflow and are counted in a particle counter. Results are analysed and the magnitude is favorably compared to those of Ralston et al. (1999a). Efficiencies exhibit a general decreasing trend with particle to bubble diameters ratio  $d_p/d_b$ , in opposition to the trend analytically predicted by collision efficiency models in litterature. This effect seems to be due to wetting properties of particles.

Numerically, the flow around the bubbles is computed and particle trajectories determined. Particle with Stokes number less than 1 follow the streamlines. In this case, the collision efficiency only depends on the shape of the streamlines and on the size of the particles. Numerical simulations have been performed over large parameter ranges (particle to bubble diameters ratio, Reynolds number of the bubble and the degree of contamination of the bubble surface). The collision efficiency is found to increase with the Reynolds number and significantly decrease with the level of contamination. For clean (respectively fully contaminated) spherical bubbles, the efficiency evolves as  $d_p/d_b$  (respectively  $(d_p/d_b)^2$ ), whatever the bubble Reynolds number and the particle size. For partially contaminated bubbles, efficiency can be scaled with  $d_p/d_b$  or  $(d_p/d_b)^2$  depending on both the level of contamination and the particle size. Correlations of the numerical results are proposed for efficiencies versus  $d_p/d_b$ , bubble Reynolds number and interface contamination degree.



# Avant-propos





*A l'heure où j'écris ces lignes, il y a un peu plus d'un an que j'ai soutenu ma thèse, j'ai changé de laboratoire de recherche : j'ai parcouru 1 km à vol d'oiseau depuis l'IMFT où le LIPE (devenu LISBP quand je suis parti). Un an c'est le temps qui m'a fallu pour prendre le recul et le temps nécessaires à ces quelques mots, à la fois en tant qu'acteur et en tant qu'observateur. Je voudrais commencer ce mémoire par quelques questions d'ordre général.*

**Qu'est-ce qu'une thèse ?** *Tout dépend du point de vue. Pour un citoyen  $\lambda$  ou un sujet de sa très gracieuse majesté  $\kappa$ , il s'agit d'un document obscure qu'un petit nombre d'initiés rédige pour se parer du titre de docteur. Pour un étudiant, dans ses premières années, c'est soit un Graal, soit quelque chose que l'on ne fera jamais parce que c'est trop long, ou plutôt trop loin. Pour un étudiant de DEA, je me réfère à mon époque, «classique» c'est généralement l'objectif et la récompense de l'année. Pour le thésard de première année, c'est à la fois le soulagement du départ et l'horizon. Pour le thésard de deuxième année, c'est sa vie, ou presque. Pour le thésard de troisième année c'est l'heure  $H$ , le moment ou jamais. Pour le thésard de quatrième année se sont les prolongations avec mort subite. Pour les proches du thésard c'est une source d'incompréhension et de fierté. Pour un jeune docteur, c'est le sentiment d'avoir franchi une belle étape de sa vie. Pour un directeur de thèse, c'est une de plus... ou une de moins, sans doute.*

**Pourquoi faire une thèse ?** *La réponse la plus immédiate c'est «pour devenir docteur», mais peut-être est-ce un peu simpliste. Pour la frime ? Pour la fierté, la sienne et celle de ses proches ? Peut-être pour passer le temps ? Ou alors pour rester étudiant ? Pour l'aventure ? Ou plus prosaïquement pour devenir (enseignant-)chercheur ? Par hasard ? Question ouverte, la réponse étant sans doute un peu de plusieurs de ces raisons là. A chacun de doser.*

**Que contient une thèse ?** *Des schémas, des graphiques, des tableaux de valeur, des formules mathématiques, et pour lier le tout du bla-bla scientifique. Cependant ce n'est que la partie émergée du glaçon (ou iceberg en français de France). Dans une thèse il y a trois ans de la vie du thésard, voire plus, rarement moins. Il y a la transition entre l'apprenti chercheur et le jeune chercheur. On y trouve aussi, derrière les expériences réussies, toutes les expériences ratées, la mise au point des expériences, la conception du dispositif expérimental. On y trouve aussi, derrière les calculs numériques, tous les calculs de paramétrage numérique, les phases de débogage, de développement, de schématisation numérique, de modélisation mathématique du problème. Il y a aussi toute les phrases jettées sur le papier puis à la poubelle pendant la rédaction du mémoire.*

**Comment faire une thèse ?** *Avec trois bouts de ficelle, des millitonnes de feuilles de papier et un stylographe. Je me trompe, je n'ai utilisé qu'un seul bout de ficelle, pour repêcher je ne sais plus quel petit objet subrepticement (j'avais le dos tourné) tombé au fond de la colonne de flottation. Il faut aussi quelques bouts de tuyaux propres et figurés, deux ordinateurs et du vin grec (traduction directe*

de l'Espagnol), qui est une source de concentration pour un travail efficace. Ah, et puis pour commencer il faut trouver le trio sujet de thèse, directeur et financement adéquat. Pour le directeur un Billet de 500F (avec une majuscule) peut être utile pour trouver un directeur de thèse, mais dans ce cas c'est bien de prendre un deuxième directeur de thèse adapté. Vive l'évolution.

**Voici venu le temps...** ...de distribuer quelques remerciements. En premier lieu, je voudrais remercier de manière collective le jury pour avoir accepté d'évaluer mon travail :

- M. P. Schmitz qui a bien voulu accepter le rôle de présider la discussion scientifique entre le jury et moi-même.
- les rapporteurs MM. L. Doublier et G. Wild qui ont jugé mon ordina-script, avec intérêt et rigueur scientifique, et qui sont venus du fin fond de la France pour m'écouter soutenir et discuter mes travaux de thèse.
- les autres membres, examinateurs, invités ou co-directeurs : Mme V. Guimet et MM. O. Masbernard, J. Toutain, D. Legendre et P. Guiraud.

Je voudrais dire quelques mots supplémentaires sur certains membres du jury que je connais un peu plus personnellement. En premier lieu, je dirait simplement que j'ai eu le plaisir de rencontrer Valérie grâce aux collaborations récurrentes entre le LIPE et Véolia et surtout au congrès GLS7. Olivier est quelqu'un que j'ai pu rencontrer souvent à Toulouse puisqu'il est un «vieux»

collaborateur de Pascal (à l'échelle professionnelle bien entendu). Ma première réunion de thèse s'est passée en sa présence puisque Sophie Galinat, qu'il co-encadrerait avec Pascal devait utiliser également le code JADIM. Nous devions tous les deux être initiés en même temps. Et c'est ainsi que lors de ma première réunion de thèse nous n'avons pas du tout parlé de cette dernière. Si je n'ai pas pu parler de ma thèse lors de cette réunion, les choses ont bien évoluées durant ces années de thèse, puisque j'ai pu en parler près de cinquantes minutes lors de ma soutenance et même placer quelques phrases lorsqu'Olivier avait officiellement la parole.

Jean était mon encadrant de stage de feu le DEA. J'étais son premier stagiaire DEA et c'est par son intermédiaire que j'ai trouvé ce sujet de thèse. Nous avons passé près de six mois de réflexion et d'émulation pour créer et implanter un module de suivi lagrangien de particules dans le code Aquilon. C'est donc avec plaisir qu'il a été invité à examiner mon travail de thèse. Et j'espère qu'il a apprécié l'évolution de son premier poulain, au bout de quatre années d'entraînement auprès de Pascal et Dominique. Eh, justement ! C'est le moment de dire quelques mots sur eux. «The lasts but not the leasts», car j'ai gardé le meilleur pour la fin (de la partie purement doctorale). Sans eux, j'aurais pu faire une thèse, mais elle aurait totalement différente, et je ne suis pas mécontent du résultat final. Au plus haut perché, les honneurs, c'est-à-dire à Pascal. Pascal c'est le chanteur du trio. Régulièrement, «Oh, happy days» retentit dans le hall. C'est aussi l'animateur social. On a rarement commencé une réunion sans que Pascal prenne des nouvelles de tout le monde. C'est aussi monsieur téléphone. C'est vrai, à sa décharge que la quasi-totalité de nos réunions se déroulaient dans son bureau ! J'ai apprécié son investissement émotionnel dans l'avancement des travaux, que se soit des moments de satisfaction ou le contraire, et

*qu'il me pousse au meilleur du point de vue expérimental quand ça ne marchait pas comme on voulait...*

*Dominique, c'est le bassiste. Il ne perd jamais le rythme quoiqu'il arrive, même si le morceau se prolonge au-delà de la partition. Pas de fioritures non plus, pas de mot inutile, même dans son humour. Et ce n'est pas un reproche, j'apprécie ce caractère cartésien. J'ai apprécié et j'apprécie toujours les discussions physiques sur l'interprétation et l'analyse des résultats et des phénomènes. Et puis il y a toutes les commandes de figures, accompagnées de longues conversations par mél pour finaliser des articles.*

*Pour en finir avec Pascal et Dominique, je voudrais leur dire que, si la gestation a été plus longue que prévue, s'il y a eu des nausées, si l'accouchement ne s'est pas fait sans douleur, j'espère qu'ils sont fiers du bébé, les deux géniteurs.*

*Je serais un ingrat si je ne remerciais pas de bon cœur un certain nombre de personnes qui ont participé peu ou prou à la réalisation de tous les travaux réalisés pendant ma thèse. Tout d'abord Danièle qui m'a donné plein de papiers à remplir, et que j'ai rempli avec bonne grâce, de papier pas à remplir mais à griphonner (celui qui sert à faire une thèse), de stylographes (voir ci-dessus) etc. Je n'oublie pas Marie-ève et Clarisse. Du côté de l'IMFT, Christine remplacée par Marie-Hélène ont assuré le même rôle. Ensuite il y a Vincent F. et Gilles H. qui m'ont donné un ordinateur et assuré le service après vente à l'INSA d'une part et à l'IMFT d'autre part. Je voudrais ensuite remercier Nathalie C., Eugénie, Louis, Bernanard, Dominique A. et Patrick Checkroum qui ont tous participé à la réalisation des travaux expérimentaux. Louis nous a aidé à concevoir et a dessiné le dispositif expérimental. C'est aussi le râleur du café, mais bon compagnon de tasse. Eugénie a participé au choix des produits, à leur préparation et la partie analytique. Nathalie, arrivée au laboratoire seulement quelques mois après moi, a su répondre à mes demandes, même si parfois j'utilisais humoristiquement un vocabulaire qui la choquait. C'est aussi une agréable convive pour la pause déjeuner ou café. Bernanard c'est mon râleur de l'atelier préféré. Je pouvais discuter avec lui, rugby et notamment du Stade. Et quand je dis Stade, tout le monde a compris que je parlais du seul, de l'unique, bref du Stade Montois, Champion de France 1963, finaliste en 1949, 1953 et 1959, champion du groupe B en 1998, champion Elite 2 en 1999, champion Pro D2 en 2002 vainqueur du challenge Yves du Manoir en 1960, 1961 et 1962; club des frères Bonifaces, de Benoît Dauga, de Thomas Castaignède, que le faux stade a volé, de Marc Dal Maso, de Rémi Martin, que l'autre faux stade a volé. Bernanard, pour en revenir à nos mous thons, me prêtait ses tournevis, et c'est un privilège dont je mesure l'importance. Dominique, au début, je le croisais surtout en TP. Puis est venu le temps des travaux au département génie des procédés et son déménagement au hall de recherche. C'est à ce moment là qu'a commencé à retentir dans le hall le cri strident et effrayant du «DOMINIQUE AUBAN TÉLÉPHONE». Il est alors venu plusieurs fois me dépanner sur ma manip. Mais c'est surtout lui qui m'a appris à former mes capillaires tout seul, pendant la maladie de notre verrier officiel Patrick Checkroum, que je tiens à remercier pour le travail accompli avant.*

*Maintenant, je tiens à faire un petit clin d'œil à nombre de personnes que j'ai rencontré durant ces quatre années de thèse, d'une part au LIPE, et, d'autre part à l'IMFT, mes deux labos, mais aussi à l'N7 et à l'IUT.*

*Primo, à mes collègues de bureau, Nathalie B., Yannick, Adil, Latifa, Guillaume, Juan, Sylvain, Hamdi, Anis, Bob. Nathalie a été ma première collègue de bureau, avec qui j'ai passé une très bonne première année de thèse. J'aimais particulièrement ses anecdotes sur Ercole et Julien de Paola. C'était aussi le bon temps de la pause à quatre heure o'clock, le temps des repas de famille. Quand Yannick est arrivé pour son DEA, nous avons alors créé le club très select du «bureau 9». Yannick était un peu notre petit protégé, qui a bien grandi maintenant. Adil a assumé la difficile succession de Nathalie et Yannick. Il a passé en face de moi mes trois dernières années de thèse. Adil a toujours été mon disciple, même s'il n'a compris qu'une seule de mes trop rares blagues, ce dont il est resté fier. Contrairement à ce que certaines personnes croient parce qu'ils me connaissent en dehors de mon bureau, c'était pas la fête continuelle dans notre bureau, ça bossait sérieusement, on ne plaisantait pas. Adil a toujours eu un très bon goût musical et appréciait grandement la musique que je lui imposait. A propos d'amateur de musique, je dois citer Guillaume, qui se mettait à chanter à tue-tête dès que je me mettais sur 2LTR (pas de pub svp). Il a été un aussi bon collègue de bureau qu'Adil, et c'est avec regret que je l'ai souvent délaissé. Hamdi était un très mauvais collègue de bureau, il arrêta pas de mettre la musique à fond. En dehors de ça, c'est vrai que ça pouvait aller. Sylvain est l'homme qui a fait plus de biblio pendant son DEA qu'aucun thésard pendant sa thèse. Au bout de trois mois, il n'avait déjà plus de place sur son bureau pour mettre les publis. Il a été agréable au moins les derniers mois de ma thèse.*

*Secundo, un petit mot sur ceux qui ont commencé leur thèse en même temps que moi, Laure, Nicolas, Pisut, Vaïtéa, PJ, Thomas, Emmeline, Damien et Juan. Laure c'est mon juke-box vivant gratuit préféré. C'est aussi une des plus fidèles membres de mon fan-club, qui me saisi au quart de m... (au pluriel pour que ça tombe juste). Elle est plus connue sous le nom d'un café, à ne pas confondre avec celui de la maison, où il y avait un coin pour nous, au temps tant nostalgène. Partie sous les chapeau de rousse, à force de jouer la blonde qui le vaut bien, elle s'est pris, hélas, les calottes rapées en pleine poire, notre brune, mon cher William. Et finalement nous sommes restés seuls tous les deux pour finir la route que nous avons commencé ensemble. Nicolas est mon camarade de voiture en panne. Nous faisons du co-voiturage en alternance, selon que sa voiture, ou bien la mienne était au garage. Heureusement, nos contacts ne se résumaient pas à ça. PJ était mon autre oreille plus ou moins attentive pour les questions rugby. C'était aussi l'un des critiques les plus virulents, car qui aime bien châtie bien.*

*Tertio, parmi les figurants du film, je veux citer en particulier Carole, Edith, Anthony et Olivier. Anthony est retourné dans sa Bretagne natale, mais reste un ami sans parole, ce qui n'est pas un défaut. Edith et Olivier se sont également éloignés, respectivement à Bordeaux et à Cadours City, mais sont de très bons amis et chaque occasion provoquée de se revoir est un plaisir. Olivier était un des vieux quand je suis arrivé au LIPE. Nous nous sommes assez vite bien entendu, peut-être parce que nous sommes tous les deux des lève-tôt et que nous*

*étions les premiers au café le matin (et donc au travail). Sans doute, aussi, à cause de la vie à la campagne, du bricolage, qui va souvent de paire, des routes que nous empruntions. Olivier fait aussi partie de mon meilleur public, il me le devait bien après les quelques coups de main filés pour sa manip. Edith a passé huit mois en post-doc au LIPE pendant la fin de ma troisième année de thèse. Ces quelques mois ont cependant suffi à produire une belle amitié, sans doute grâce à sa grande ouverture de cœur. Notre première activité commune a été de visiter séparément le musée des abattoirs le même dimanche après-midi, signe du destin, peut-être, s'il en existe. Nos emplois du temps sont ensuite ponctués de pique-nique, visite de Carcassonne, de la cité de l'espace, quizzs, fête de la musique, poutine party, restos et autres soirées publiques. Je tiens grandement à la remercier pour les échanges de mails de toute sorte pendant la période de rédaction. Carole est restée très proche géographiquement, surtout que je l'ai suivie, par hasard, à quelques mois de distance, quand elle a quitté l'INSA après une décennie de bons et loyaux services. C'est un peu pour ça que Carole est plus qu'une simple collègue de bureau, mais pas uniquement. Peut-être que sa vieillesse sur moi, d'une semaine, joue un peu. Mais c'est surtout un certain nombre de ses qualités et défauts qui fait l'attachement que j'ai pour elle. On peut toujours compter sur elle, et en l'occurrence c'est très utile étant donné la somme de tuyaux, à se demander si elle n'est pas Polonaise, renseignements et autres conseils administratifs qu'elle a dans sa besace. Carole raconte très bien les aventures qui lui arrivent en avion, en voiture, avec la police ou au milieu des incendies, avec Miss France ou Madame de Fontenay. La richesse de ses expressions toulouso-auvergnates, qui va de la «babasse» à «Mémé qui faut pas pousser à certains endroits à certains moments», et j'en passe, pour rester correct, est une des attractions de Carole. Parmi ses défauts il y a ses coups de geule et autres râleries. Je me souviendrai sans doute toujours de son avis sur la prétention générale des hommes, que nous avons du assumer Hassen et moi, par la faute d'un seul. Notre Carole on l'aime pour ça et pour tant d'autres choses.*

*Quarto à mes autres camarades de jeux, Hassen, Denis, Karine, Pierre, Sébastien(s), Yann, Géraldine, Jiri, Benjamin, Julie, Marlène, Rodolphe, Romuald, Benoît, Samuel(s), Eric, Yannick H., Richard, Yacine, Zouir, Sarah, Olga, Tic et Tac, professeur T(h)ing, Manuel, Jean-Rémi, Jean-Baptiste D., Jean-Pierre, Pat, Wi, Chat, Yoyo, Jean-Baptiste M., Alberto, Adrian, Juan-Gabriel, David. Avec une spéciale dédicace pour Karine, Denis et Hassen, les vieux de quand je suis arrivé, avec qui on a passé, au bon vieux temps, de belles pauses de midi et de quatre heures. Une autre pour Julie, qui trouve que je ressemble à son frère et qui ressemble par moments à ma petite sœur. Une autre encore pour Marlène, notre Bretonne du nord préférée, et pour Angélique notre bretonne du centre préférée. Une pour Romuald, le chauffeur de Pat. Une pour Yoyo, dont le coaching est généralement utile, et qui est ceinture noire en sudoku. Et enfin à JBM et Seb, notamment pour les discussion sapientiellles.*

*Quinto à ceux qui sont bien en chaire, Frédéric, Jacques, François, Christelle, Stéphanie, Véronique, Catherine, Sandrine, Marie-Hélène, Corinne, JS., Gilles Hé., Alain, Arnaud, Jérôme, Matthieu, Etienne grand bonhomme, Wladimir. Et en particulier à Christelle, co-coach et capitaine émérite de la quizz team, à Steph et JS quizz team partners. En particulier aussi à Gilles pour ses*

*collaborations cinématographiques.*

*Sexto. à ceux avec qui j'ai travaillé en enseignement et que je n'ai pas déjà cité, Maryse, Denis D., Rudy, Gérald, Moïse, Laurent, Micheline à l'EN-SEEIHT, Aimé, Caroline, Richard, Romuald, Sébastien et tous les autres à l'IUT.*

*Septimo à ceux qui ne se reconnaîtraient pas ci-dessus, par omission involontaire.*

*Maintenant, fini les humanités, place à la science dure.*

*Toulouse le 25 décembre 2007, ou presque.*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Eléments de bibliographie</b>	<b>27</b>
1.1	Le procédé de flottation . . . . .	27
1.1.1	Principe général du procédé de flottation . . . . .	27
1.1.2	Domaines d'application . . . . .	27
1.1.3	Les différents types de flottation . . . . .	29
1.1.4	Les différents types d'adjuvants chimiques . . . . .	30
1.1.5	Les différents types d'appareils de flottation . . . . .	31
1.1.6	Installations industrielles . . . . .	35
1.2	Modélisation du procédé de flottation . . . . .	35
1.2.1	Efficacité globale d'une installation . . . . .	35
1.2.2	Expérience au niveau global . . . . .	36
1.2.3	Modélisation type fonction de transfert . . . . .	36
1.2.4	Modèle 1-D temporel . . . . .	37
1.2.5	Modèle 1-D spatial type filtration . . . . .	37
1.2.6	Efficacité de capture . . . . .	38
1.3	Dynamique des bulles et des particules . . . . .	39
1.3.1	Condition à l'interface . . . . .	39
1.3.2	Déformation des bulles . . . . .	41
1.3.3	Bilan de forces et équations des trajectoires . . . . .	41
1.4	Les mécanismes de flottation . . . . .	47
1.4.1	Collision entre la bulle et la particule . . . . .	47
1.4.2	Phase d'attachement . . . . .	54
1.4.3	Stabilité de l'attelage bulle-particule . . . . .	56
1.4.4	Efficacité du processus de capture . . . . .	57
1.4.5	Détermination expérimentale de l'efficacité de capture . .	57
1.5	Conclusion . . . . .	58
<b>2</b>	<b>Etude expérimentale</b>	<b>61</b>
2.1	Objectifs et principe . . . . .	61
2.2	Nature et propriétés physiques . . . . .	64
2.2.1	Bulles . . . . .	64
2.2.2	Particules solides . . . . .	65
2.2.3	Eau . . . . .	68
2.3	Dimensionnement . . . . .	75
2.3.1	Largeur de la colonne expérimentale . . . . .	75
2.3.2	Hauteur de la zone de création des bulles . . . . .	76
2.3.3	Fréquence d'émission des bulles . . . . .	80

2.3.4	Hauteur de la zone de capture . . . . .	84
2.3.5	Hauteur de la zone de nettoyage du sillage . . . . .	85
2.4	Description technique . . . . .	87
2.4.1	Colonne de flottation . . . . .	87
2.4.2	Séparation des trois zones . . . . .	88
2.4.3	Système d'injection des bulles . . . . .	88
2.4.4	Système de préparation et de remplissage de la suspension . . . . .	89
2.4.5	Système de récupération des particules . . . . .	89
2.4.6	Circuits et points de prélèvement . . . . .	90
2.4.7	Mesures de la température et de la conductivité . . . . .	94
2.5	Techniques expérimentales . . . . .	95
2.5.1	Caractérisation des bulles . . . . .	95
2.5.2	Comptage des particules . . . . .	97
2.6	Protocoles Expérimentaux . . . . .	108
2.6.1	Nettoyage . . . . .	108
2.6.2	Contrôle de la propreté . . . . .	108
2.6.3	Déroulement d'une expérience . . . . .	109
2.7	Résultats . . . . .	109
2.7.1	Conditions expérimentales . . . . .	110
2.7.2	Résultats bruts . . . . .	115
2.7.3	Filtrage des résultats . . . . .	119
2.7.4	Efficacités de Capture . . . . .	122
2.7.5	Analyse des résultats . . . . .	124
2.8	Conclusions . . . . .	129
<b>3</b>	<b>Etude numérique</b>	<b>131</b>
3.1	Objectifs . . . . .	131
3.1.1	Position du problème . . . . .	131
3.1.2	Gamme d'étude des paramètres hydrodynamiques . . . . .	132
3.2	Procédure numérique . . . . .	132
3.2.1	Calcul des écoulements . . . . .	132
3.2.2	Calcul des efficacités . . . . .	140
3.3	Structure des lignes de courant . . . . .	141
3.3.1	Bulle propre $\theta_{cont} = 180^\circ$ . . . . .	141
3.3.2	Bulle complètement contaminée $\theta_{cont} = 0^\circ$ . . . . .	142
3.3.3	Bulle partiellement contaminée . . . . .	144
3.4	Angles de collision . . . . .	149
3.4.1	Bulles propres . . . . .	149
3.4.2	Bulles complètement contaminées . . . . .	153
3.4.3	Bulles partiellement contaminées . . . . .	154
3.5	Efficacité de collision - $\theta_{cont} = 180^\circ$ ou $\theta_{cont} = 0^\circ$ . . . . .	157
3.5.1	Bulles propres . . . . .	157
3.5.2	Bulles complètement contaminées . . . . .	161
3.6	Bulles partiellement contaminées . . . . .	165
3.6.1	Effet de la contamination sur l'efficacité de collision . . . . .	165
3.6.2	Forme des lignes de courant . . . . .	167



3.6.3	Calcul de l'efficacité dans le cas de l'existence de deux points d'effleurement . . . . .	168
3.6.4	Influence du rapport de taille $d_p/d_b$ . . . . .	171
3.6.5	Influence du nombre de Reynolds $Re_b$ . . . . .	172
3.7	Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .	177
3.8	Conclusion . . . . .	178
<b>A</b>	<b>Document historique</b>	<b>189</b>
<b>B</b>	<b>Lots de particules</b>	<b>195</b>
<b>C</b>	<b>Données Expérimentales</b>	<b>201</b>
<b>D</b>	<b>Fonction <math>k_3(\theta_{cont})</math></b>	<b>277</b>
<b>E</b>	<b>Publication</b>	<b>281</b>



# Nomenclature<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>**Note** : Certains symboles n'apparaissant qu'occasionnellement dans le rapport et définis dans le corps du texte ne sont pas reportés ici.

## *Lettres latines*

$\vec{A}$	Force d'Archimède ( $N$ )
$Bo$	Nombre de Bond ( $-$ )
$C(z)$	Concentration de particules ( $p.mL^{-1}$ )
$C_e$	Concentration en nombre de particules en entrée ( $p.mL^{-1}$ )
$C_0$	Concentration initiale de particules ( $p.mL^{-1}$ )
$C_d$	Coefficient de traînée ( $-$ )
$C_d^{exp}$	Coefficient de traînée expérimental ( $-$ )
$C_L$	Coefficient de portance ( $-$ )
$C_m$	Coefficient de masse ajoutée ( $-$ )
$C_n$	Concentration mesurée de particules ( $p.mL^{-1}$ )
$C_s$	Concentration en nombre de particules en sortie ( $p.mL^{-1}$ )
$d$	Distance de sédimentation ( $m$ )
$d_b$	Diamètre d'une bulle ( $m$ )
$d_i$	Diamètre d'une inclusion ( $m$ )
$d_p$	Diamètre d'une particule ( $m$ )
$(d_p/d_b)_{th}$	Rapport de taille seuil ( $-$ )
$d_{Ta}$	Diamètre de Tate ( $m$ )
$D_{\tau_b}$	Distance de mise en régime ( $m$ )
$E_{att}$	Efficacité d'attachement ( $-$ )
$E_{capt}$	Efficacité de capture ( $-$ )
$E_{coll}$	Efficacité de collision ( $-$ )
$E_{stab}$	Efficacité de stabilité ( $-$ )
$\vec{F}_d$	Force de traînée ( $N$ )
$\vec{F}_h$	Force d'histoire ( $N$ )
$\vec{F}_l$	Force de portance ( $N$ )
$\vec{F}_{ma}$	Force de masse ajoutée ( $N$ )
$f_{max}$	Fréquence maximale de bullage ( $Hz$ )
$\vec{F}_{Tc}$	Force de Tchen ( $N$ )
$f^{\theta_{cont}}$	Influence du nombre de Reynolds ( $-$ )
$Fr$	Nombre de Froude
$g$	Constante de gravité
$g^{\theta_{cont}}$	Influence du rapport de taille
$H$	Hauteur de capture ( $m$ )
$K(t)$	Noyau de la force d'histoire ( $-$ )
$K_n$	Concentration instantannée de particules ( $p.mL^{-1}$ )

$k_1(\theta_{cont})$	Correction d'ordre de grandeur $(-)$
$k_2(\theta_{cont})$	Correction d'amplitude $(-)$
$k_3(\theta_{cont})$	Correction du nombre de Reynolds $(-)$
$M_0$	Masse initiale de particules $(kg)$
$N$	Nombre de particules comptées $(-)$
$N_\theta$	Nombre de nœuds de calcul dans la direction ortho-radiale $(-)$
$n_{pmax}$	Nombre maximal de particules dû au poids $(-)$
$N_r$	Nombre de nœuds de calcul dans la direction radiale $(-)$
$n_{smax}$	Nombre maximal de particules dû à l'occupation de la surface $(-)$
$n_p^{tot}$	Nombre de particules totales $(-)$
$\vec{P}$	Poids $(N)$
$p_{dét}$	Probabilité de détachement $(-)$
$Q_{coll}$	Flux de collision $(m^3)$
$Q_\infty$	Flux balayé $(m^3)$
$Q_{max}$	Débit maximal d'air $(m^3.s^{-1})$
$r$	Variable d'espace en coordonnées polaires $(m)$
$R_\infty$	Rayon extérieur du domaine de calcul $(-)$
$r_p$	Rayon d'une particule $(m)$
$Re_b$	Nombre de Reynolds d'une bulle $(-)$
$Re_b^{exp}$	Nombre de Reynolds expérimental $(-)$
$Re_p$	Nombre de Reynolds d'une particule $(-)$
$St_p$	Nombre de Stokes d'une particule $(-)$
$T$	Température $(^\circ C)$
$t$	Temps $(s)$
$\vec{U}$	Vitesse du fluide $(m.s^{-1})$
$u$	Vitesse tangentielle $(m.s^{-1})$
$u_{surf}$	Vitesse tangentielle de glissement à la surface des bulles $(m.s^{-1})$
$V$	Volume d'intégration $(m^3)$
$v_b$	Volume balayé par une bulle $(m^3)$
$V_b$	Vitesse d'une bulle $(m.s^{-1})$
$V_{cum}$	Volume cumulé $(m^3)$
$V_i$	Vitesse d'une inclusion $(m.s^{-1})$
$V_p$	Vitesse d'une particule $(m.s^{-1})$
$V_s$	Vitesse de sédimentation d'une particule $(m.s^{-1})$
$V_t$	Vitesse terminale d'une bulle $(m.s^{-1})$
$We_b$	Nombre de Weber d'une bulle $(-)$
$z$	Hauteur $(m)$

## *Lettres grecques*

$\alpha_{max}$	Progression de la taille des mailles de calcul (—)
$\Delta_{hb}$	Distance entre la trame du bas et la trame du haut ( <i>pixels</i> )
$\Delta_{xb}$	Diamètre horizontal de la trame du bas ( <i>pixels</i> )
$\Delta_{xh}$	Diamètre horizontal de la trame du haut ( <i>pixels</i> )
$\Delta_{yb}$	Diamètre vertical de la trame du bas ( <i>pixels</i> )
$\Delta_{yh}$	Diamètre vertical de la trame du haut ( <i>pixels</i> )
$\Delta_e$	Diamètre de la mire ( <i>pixels</i> )
$\Delta t_{\tau_b}$	Temps de mise en régime (s)
$\delta$	Taille de la première maille (—)
$\zeta$	Variable d'espace en coordonnées curvilignes ( <i>m</i> )
$\eta$	Variable d'espace en coordonnées curvilignes ( <i>m</i> )
$\theta$	Variable d'espace en coordonnées polaires (°)
$\theta_0$	Angle minimum d'attachement (°)
$\theta_{att}$	Angle d'attachement (°)
$\theta_c$	Angle de contact (°)
$\theta_{coll}$	Angle de collision (°)
$\theta_{cont}$	Angle de contamination (°)
$\mu_l$	Viscosité dynamique de l'eau ( <i>Pa.s</i> )
$\mu_s$	Viscosité dynamique d'une suspension ( <i>Pa.s</i> )
$\rho_a$	Masse volumique de l'air ( <i>kg.m<sup>-3</sup></i> )
$\rho_i$	Masse volumique d'une inclusion ( <i>kg.m<sup>-3</sup></i> )
$\rho_l$	Masse volumique de l'eau ( <i>kg.m<sup>-3</sup></i> )
$\rho_p$	Masse volumique des particules ( <i>kg.m<sup>-3</sup></i> )
$\sigma_{gl}$	Tension de surface ( <i>N.m<sup>-1</sup></i> )
$\tau_b$	Temps caractéristique du mouvement d'une bulle (s)
$\tau_p$	Temps de relaxation d'une particule (s)
$\Phi$	Fraction volumique d'air (—)
$\Phi_p$	Fraction volumique de particules (—)
$\Psi$	Fonction de courant ( <i>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup></i> )
$\Psi_0$	Valeur de référence de la fonction de courant ( <i>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup></i> )
$\Psi_{coll}$	Valeur de la fonction de courant au point d'effleurement ( <i>m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup></i> )
$\Omega$	Vorticité ( <i>s<sup>-1</sup></i> )
$\Omega_{max}$	Vorticité maximale ( <i>s<sup>-1</sup></i> )

## *Indices et exposants*

0	Bulle complètement contaminée
180	Bulle propre
<i>a</i>	air
<i>att</i>	attachement
<i>b</i>	bulle
<i>C</i>	Cône de capture
<i>capt</i>	capture
<i>coll</i>	collision
<i>cont</i>	Contamination
<i>EC</i>	Entrée de colonne
<i>i</i>	inclusion
<i>l</i>	eau
<i>p</i>	particule
<i>SC</i>	Sortie de Colonne
<i>stab</i>	stabilité
<i>T</i>	Echantillon Témoin





# Introduction générale

Quelle idée plus simple et plus élégante que purifier de l'eau avec des bulles d'air ? On peut rêver d'un procédé idéal, ne mettant en jeu aucun produit chimique, qui permettrait soit de fabriquer de l'eau potable, soit d'épurer des eaux résiduelles. Le procédé propre par excellence ! C'est le principe de base de la flottation assistée par air : conduire par des bulles à la surface d'une cuve les particules en suspension contenues dans un liquide. Adapté il y a quelques décennies au traitement des eaux et des effluents, ce procédé a d'abord été développé dans l'industrie minière pour la récupération sélective des particules de différents minerais métalliques.

Si l'idée de base, par sa simplicité, est élégante, sa mise en œuvre est plus complexe, car l'efficacité du procédé dépend de nombreux paramètres hydrodynamiques et physico-chimiques. De fait, le dimensionnement des appareils relève encore de règles empiriques, ce qui conduit à des appareils très certainement largement surdimensionnés et à la méconnaissance des conditions optimales de fonctionnement pour une application donnée. L'enjeu industriel est important : pour la production d'eau potable, il est maintenant nécessaire de trouver des solutions pour traiter des ressources de compositions de plus en plus complexes en étendant les limites des procédés classiques ; dans le traitement des effluents, on peut penser au problème posé à terme par l'élimination des nanoparticules des rejets industriels, hospitaliers ou urbains, en métallurgie, on utilise des bulles dans des bains de métaux fondus pour en éliminer les particules et les purifier. Dans tous les cas, sortir des conditions classiques de fonctionnement sera difficile par des méthodes basées sur l'empirisme.

Poursuivant des travaux déjà entamés pendant les années 90 au LIPE dans l'équipe de Y. Aurelle, une démarche visant à déterminer et quantifier les mécanismes responsables de la capture de particules par des bulles a été entreprise entre le LIPE et l'IMFT. C'est l'objet de ce travail. L'idée est de contribuer à comprendre en détail comment se déroule le processus élémentaire nommé hétérocoagulation qui conduit à la capture, et de rendre compte de l'effet des paramètres sous la forme de relations permettant de prédire l'efficacité de capture  $E_{capt}$ . On verra que ce travail s'est focalisé sur l'étape d'initiation du processus de capture qu'est la collision bulle-particule : l'occurrence des collisions bulles-particules est fondamentale pour l'efficacité du processus, donc du procédé. C'est une étape qui dépend des interactions hydrodynamiques entre la bulle et la particule. Le travail s'est porté sur la mesure de cette efficacité de collision dans le cas où la sédimentation et l'inertie des particules ne joue pas de rôle dans le processus de collision : dans ces conditions, les particules suivent l'écoulement

du liquide généré par le déplacement de la bulle.

La démarche a été menée dans deux directions complémentaires : le développement d'une installation expérimentale de mesure des efficacités de collision, et l'utilisation massive de Simulations Directes des écoulements (DNS) autour de bulles pour calculer le nombre de particules qui, de par leur trajectoire dans le champ proche de la bulle, rentrent en collision avec elle. On verra que, comme dans bien des cas dans les problèmes de microphysique, l'approche numérique est plus sûre et donne des résultats plus faciles à exploiter que l'expérience.

Ce mémoire est divisé en trois parties. Dans la première partie sont regroupés les éléments bibliographiques nécessaires au travail : il s'agit d'abord d'une présentation sommaire des procédés de flottation, suivie de la base de leur modélisation, puis des éléments de la dynamique des bulles et des particules, pour terminer par les modèles d'efficacité de capture. La deuxième partie concerne le développement de l'installation expérimentale, sa description suivie de la présentation des techniques de mesure et des résultats obtenus. Enfin, dans une troisième partie, après le détail de la mise en oeuvre des simulations numériques, les résultats de simulation sont analysés en terme d'efficacité de flottation. En particulier, l'accent est mis sur le rôle du degré de contamination des interfaces des bulles.

# Chapitre 1

## Éléments de bibliographie

### 1.1 Le procédé de flottation

#### 1.1.1 Principe général du procédé de flottation

Historiquement, le procédé de flottation s'est d'abord inscrit dans les filières de l'industrie minière avant de gagner les domaines du traitement de l'eau et du recyclage. C'est un procédé séparatif.

Le principe de la flottation, illustré par la figure 1.1, repose sur la capture de corps en suspension dans une pulpe à traiter, par des collecteurs flottant, le plus souvent des bulles d'air. Dans ce cas, ce sont des matériaux en suspension hydrophobes, qui viennent se réfugier à l'intérieur des bulles. Après cette capture, parfois appelée hétérocoagulation, les collecteurs transportent les corps piégés jusqu'à la surface de la cellule, au sein de laquelle le procédé de flottation est mis en œuvre. Dans cette partie supérieure, les agglomérats qui ont été formés sont retenus dans une mousse, d'origine naturelle ou artificielle, qui piège ces corps. La mousse chargée est ensuite évacuée du procédé par déverse ou raclage, afin de la (re)valoriser ou d'éliminer définitivement le matériau en suspension. L'effluent est la pulpe débarrassée du matériau en suspension. La séparation peut être sélective, dans ce cas, l'effluent reste chargé d'un matériau de nature différente de celui évacué dans la mousse. La figure 1.2 montre la mousse chargée de minerai de cuivre à la sortie d'un procédé de flottation (source : association minière du Québec).

#### 1.1.2 Domaines d'application

Comme tout procédé industriel, la flottation met en jeu des processus naturels en les domestiquant et en les optimisant au profit des besoins humains. En ce qui concerne la flottation, il s'agit de mettre en valeur, d'une part l'agglomération des collecteurs avec les matériaux en suspension, et, d'autre part, la flottabilité des agglomérats, qui ont été formés. L'objectif étant de séparer ces matériaux de leur milieu liquide.

Ces matériaux peuvent aussi bien être de la matière solide en suspension que des gouttes ou gouttellettes de liquides immiscibles avec le fluide porteur, leur taille étant comprise entre 10 et 300  $\mu m$ . Historiquement, il s'agit tout

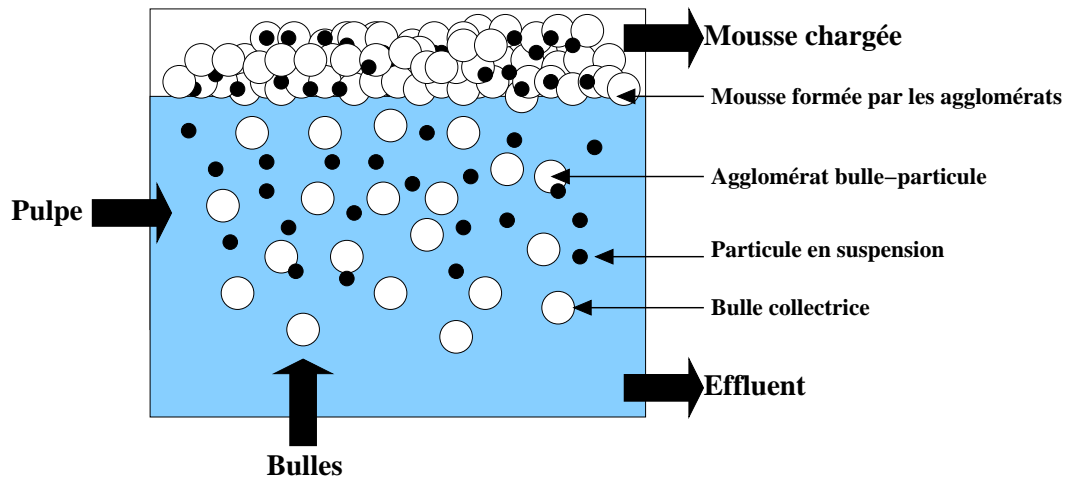


FIG. 1.1 – Principe du procédé de flottation



FIG. 1.2 – Mousse de minerai de cuivre évacuée par déverse d'un procédé de flottation.

d'abord, de minerais traités à la sortie du site d'extraction. Wiese et al. (2005) étudient par exemple la récupération de sulfures issus du récif de Merensky en Afrique du Sud. Bravo et al. (2005) étudient la récupération de minerai d'or par flottation, pour une compagnie minière brésilienne.

Une autre application, plus récente, est l'élimination des sédiments dans l'eau à potabiliser ou de boues dans les eaux usées. Rubio et al. (2002) discutent des possibilités de la flottation dans le domaine environnemental, notamment pour le traitement des eaux usées.

Une application similaire, par le but recherché, est l'élimination des impuretés dans l'acier en fusion, *cf.* Zhang et al. (2006).

La thèse de Siem (1983) s'attache à la récupération d'hydrocarbures émulsionnés dans l'eau en sortie de raffinerie.

La flottation s'applique, également, dans les procédés de recyclage. Par exemple, Benvenuti et al. (2003) et Saint-Amand (1999) étudient la flottation pour l'élimination de l'encre dans le retraitement du papier.

La diversité des domaines d'application entraîne la diversité des matériaux en suspension pour lesquels le procédé de flottation est mis en œuvre. Par voie de conséquence, différents types de flottation, d'adjuvants chimiques pour favoriser l'agglomération, et d'appareils de flottation vont être utilisés.

### 1.1.3 Les différents types de flottation

Pour distinguer les différents types de flottation, il est utile de se remémorer le principe d'Archimède. Tout corps plongé dans un fluide subit de la part de celui-ci une force verticale ascendante égale au poids du volume de fluide déplacé par ce même corps. Ainsi, un corps plus lourd que le liquide porteur dans lequel il est en suspension sédimente, alors qu'un corps plus léger est entraîné vers la surface. Cette alternative renvoie à deux procédés jumeaux : la décantation et la flottation.

Dans le cas de la décantation, les différents corps sont amenés à se déposer pour être évacués en fond de cuve. Au contraire, dans le procédé de flottation, les corps sont amenés à remonter à la surface où ils sont éliminés.

C'est le rapport entre les masses volumiques qui est le moteur de la force d'Archimède et qui permet de distinguer les différents types de flottation.

**Flottation naturelle** Lorsque les corps sont significativement plus légers que le fluide porteur la flottation se fait spontanément. Nous sommes en présence de ce que l'on appelle la flottation naturelle. Ce type de flottation n'entre pas, à proprement parler, dans les procédés de flottation, au sens où nous l'avons défini précédemment. En effet, dans ce cas, aucun collecteur n'entre en jeu. Dans le domaine du traitement de l'eau, la flottation naturelle est surtout utilisée pour les prédéshuilages ou en addition d'un fermenteur (*cf.* Degremont (2005)). D'après of Community Water Supplies (1999), la flottation naturelle était déjà utilisée par les Grecs, il y a plus de 2000 ans, dans le domaine de la minéralurgie.

**Flottation assistée** La flottation assistée s'utilise pour des matériaux légèrement moins denses que le milieu liquide. La flottation pourrait être naturelle,

mais la lenteur du processus, due à la faiblesse de la force d'Archimède, est incompatible avec les attentes d'un procédé industriel. Pour accélérer le processus, il est fait recours à des collecteurs, dont la flottation est rapide. Ce type de flottation est utilisé pour le dégraissage des eaux résiduaires (*cf.* Degrémont (2005)).

**Flottation provoquée** La flottation provoquée est utilisée pour des matériaux en suspension plus lourds que le milieu liquide. La présence de collecteurs est alors nécessaire pour provoquer la flottation du matériau en suspension. Toute la réussite du procédé réside alors dans la formation d'agglomérats entre les collecteurs et les matériaux en suspension. La masse volumique apparente de l'agglomérat ainsi composé est alors nettement inférieure à celle de l'eau porteuse, et le composé est alors entraîné à la surface libre. Les propriétés physico-chimiques des deux éléments revêtent alors une importance capitale.

La flottation provoquée apparaît à l'ère industrielle, dans l'industrie minière. Le brevet reproduit dans l'annexe A (*cf.* in science history (1999-2005)) est un témoin de l'utilisation du procédé de flottation au XIX<sup>ème</sup> siècle dans l'industrie minière. Le développement d'agents chimiques et de moyens de production de bulles a fait que les domaines d'application se sont diversifiés, tout d'abord pour le traitement des eaux résiduaires industrielles, puis dans les années soixante pour la potabilisation de l'eau. Finalement, la flottation s'est étendue aux eaux résiduaires urbaines et à l'épaississement des boues.

#### 1.1.4 Les différents types d'adjuvants chimiques

Les adjuvants chimiques ont pour but de favoriser l'agglomération des matériaux en suspension qui doivent être flottés, avec les collecteurs (bulles d'air), et d'augmenter la solidité des agglomérats qui ont été formés. Les actions de ces adjuvants sont de différentes sortes, d'où leur classement en trois catégories.

**Réactifs collecteurs** Les réactifs collecteurs ont pour objectif de rendre hydrophobes les matériaux en suspension, pour faciliter l'adhésion aux bulles d'air collectrices. Les xanthanes, les dithiophosphates, les dithiophosphinates, la famille des thiosels, les acides gras et leurs savons, les esters sulfuriques d'alcool et les sulfonates en sont des exemples. Les xanthanes et les dithiophosphates sont par exemple utilisés pour la flottation des sulfures. Les acides gras et leurs savons sont eux utilisés pour les minéraux non métalliques.

**Réactifs activants et déprimants** Les réactifs activants et déprimants servent à moduler l'action des réactifs collecteurs. En effet, dans le cas d'une flottation sélective, essentiellement en minéralurgie, seule une partie des matériaux en suspension doit être flottée : les minéraux des différents métaux doivent être séparés les uns des autres. Les activants ont alors pour objectif de favoriser la capture d'un type de métal. Au contraire, les déprimants ont pour objectif de défavoriser la capture des autres types de métaux. Ces réactifs sont des sels

métalliques, comme le sulfate de cuivre, de zinc ou de fer, des oxydants ou des réducteurs comme les sulfites et le permanganate de potassium, des produits organiques tels l'amidon. Cette liste n'est pas exhaustive puisque dépendant de la nature de l'ensemble des matériaux en suspension.

**Agents moussants** Les agents moussants sont des tensio-actifs, qui favorisent d'une part la formation de bulles d'air et, d'autre part, leur stabilité. La stabilité d'une bulle collectrice joue un rôle important dans la stabilité de l'aggrégat, notamment à l'arrivée à la surface libre de la cellule de flottation. En effet, l'aggrégat doit résister à la technique de récupération des matériaux en suspension, par débordement ou raclage. Une rupture de l'aggrégat formé, avant récupération, risque de remettre le matériau en suspension. Le bénéfice de l'opération est dans ce cas perdu.

### 1.1.5 Les différents types d'appareils de flottation

Les appareils de flottation peuvent être classés suivant le mode de génération des bulles d'air. Ce mode de génération est généralement associé à un ou plusieurs domaines d'application. De nombreux exemples sont donnés dans Blazy and Jdid (2000).

**Appareils de flottation à air induit** Le premier mode de production des bulles d'air est nommé procédé de flottation à air induit (FAI). L'air est injecté mécaniquement au sein du procédé. L'air peut être dispersé par une turbine d'agitation. Les cellules de flottation Wemco 1+1 (figure 1.3), Outokumpu Mintec type SK (figure 1.4) et Denver Sala type DR ouvert figure 1.5 en sont des exemples. Contrairement aux cellules Outokumpu et Denver, où l'air arrive comprimé, la cellule Wemco aspire directement l'air dispersé par la turbine. Ce type d'appareil produit des bulles de l'ordre de 0,2 à 2 mm. Les cellules de type Wemco font entre 15 et 85 m<sup>3</sup>, ce qui correspond à des débits de traitement de la pulpe entre 27 et 95 m<sup>3</sup>.min<sup>-1</sup> et à des débits d'air entre 7 et 25 m<sup>3</sup>.min<sup>-1</sup>. Ce type d'appareil est surtout utilisé en minéralurgie, mais très peu en traitement des eaux, hormis dans les cas particuliers de dégraissage et de déshuilage où une forte agitation turbulente est souhaitée (Dupré (1995)).

Un autre moyen affilié à ce type de dispersion est l'utilisation de distributeurs poreux (soit rigides, soit de type membrane souple percée). La colonne de flottation sur la figure 1.6 est un exemple de ce type d'injection. L'air est injecté au bas de la colonne au travers d'orifices rigides. Les bulles remontent à contre-courant de la pulpe. Ce type d'injection produit des bulles de 2 mm à 5 mm. Les colonnes industrielles font de 0,5 m à 4 m de diamètre pour des hauteurs de 5 m à 17 m. Les vitesses superficielles de l'air et de la pulpe sont de 0,5 cm.s<sup>-1</sup> à 2,5 cm.s<sup>-1</sup>. Enfin, l'air peut être aspiré au sein du flottateur par des moyens tels que des venturis. C'est le cas de la cellule de flottation Jameson (figure 1.7). La circulation de la pulpe en haut de la colonne crée une dépression au niveau d'une buse d'injection au travers de laquelle l'air est aspiré.

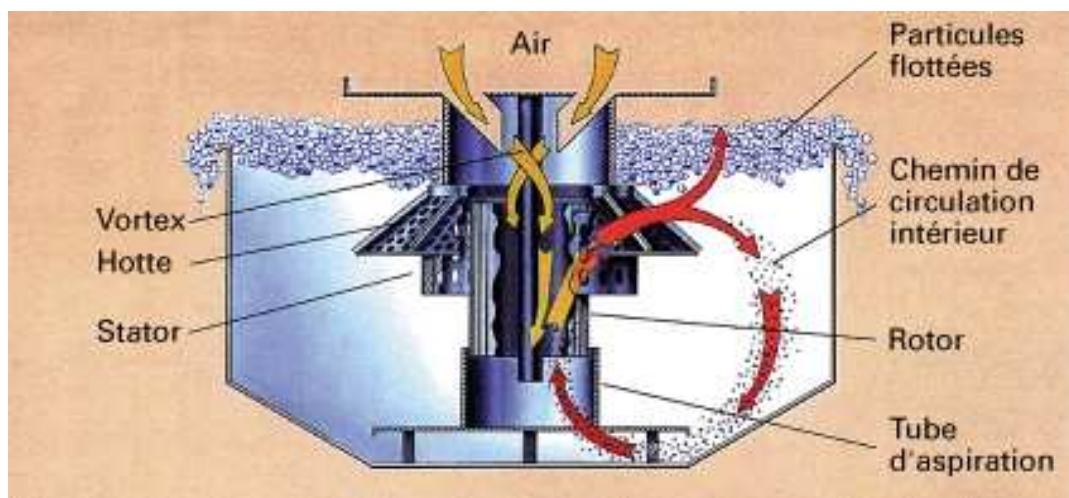


FIG. 1.3 – Cellule de flottation Wemco 1+1

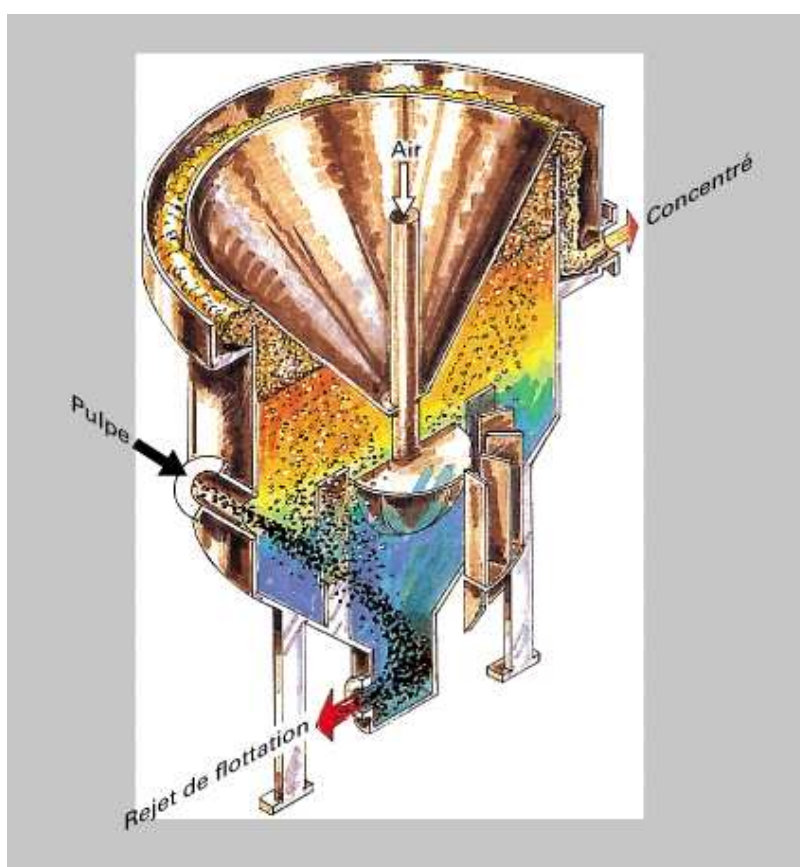


FIG. 1.4 – Cellule de flottation Outokumpu Mintec type SK.



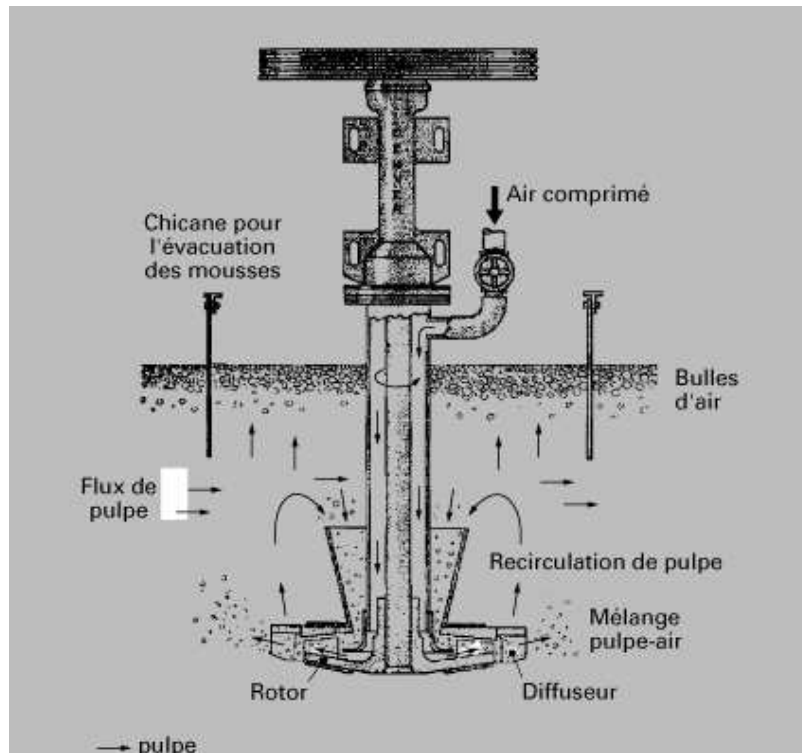


FIG. 1.5 – Cellule de flottation Denver Sala type DR ouvert.

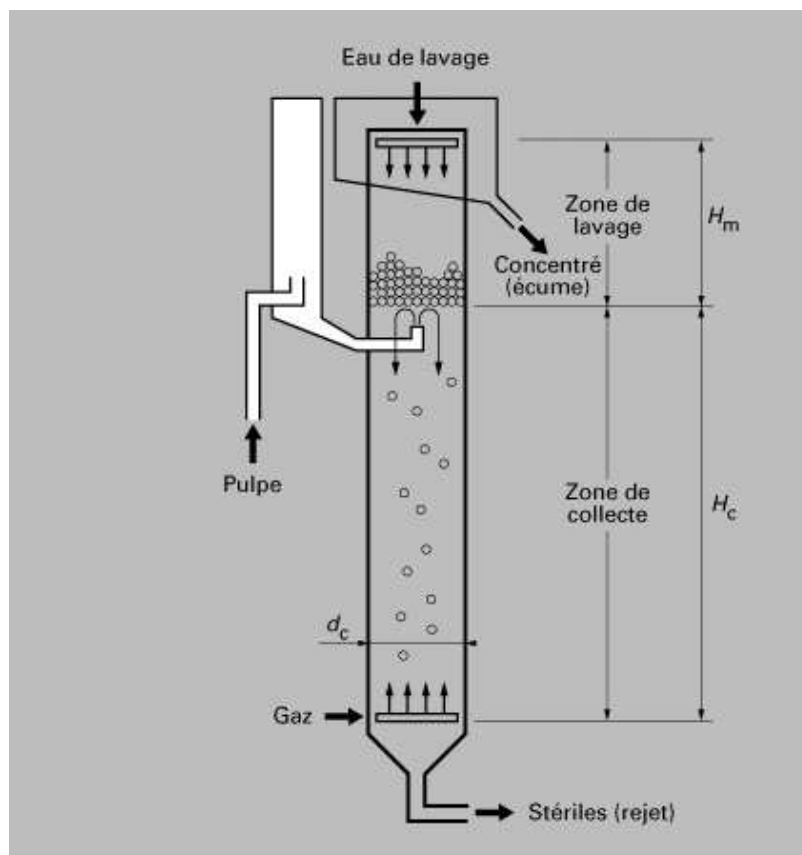


FIG. 1.6 – Colonne de flottation.

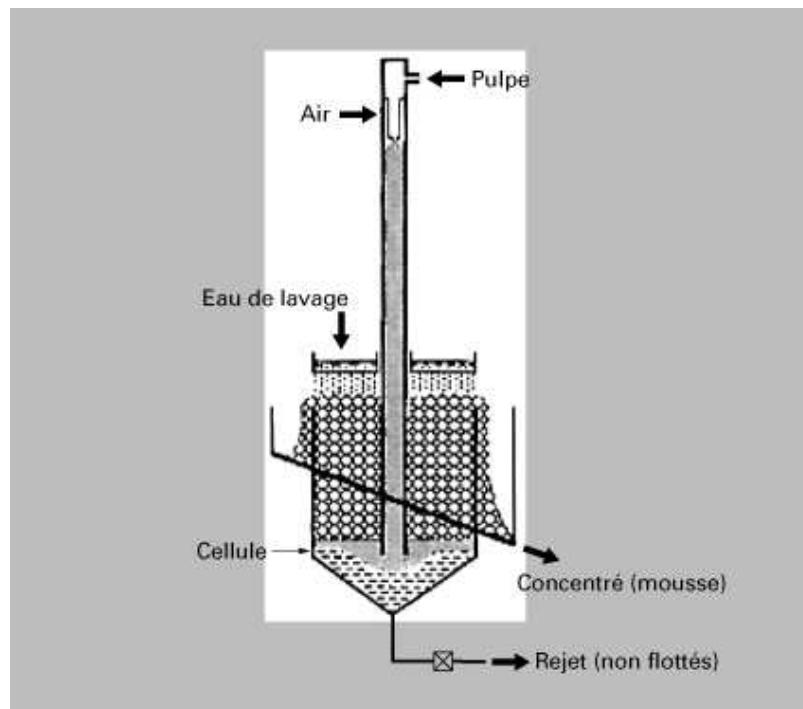


FIG. 1.7 – Cellule de flottation Jameson

**Appareils de flottation à air dissous** Le deuxième mode de production des bulles d'air se retrouve dans les appareils de flottation à air dissous (DAF). Comme son nom l'indique, cette méthode met en jeu la dissolution de l'air dans l'eau. Cet air présent sous forme diffuse dans l'eau est alors libéré sous forme de micro-bulles grâce à une détente de l'ensemble. La figure 1.8 présente le schéma d'un flottateur à air pressurisé. Une partie de l'effluent traité passe dans un groupe compresseur-dissolveur. L'effluent est alors réintroduit dans le circuit en bas de la cellule de flottation. Sa détente libère l'air qui a été dissous sous forme de bulles allant de  $40\ \mu m$  à  $80\ \mu m$ . La solubilisation de l'air se fait généralement par la méthode décrite sur le schéma 1.8, c'est-à-dire par une surpressurisation. Une autre possibilité est la dépressurisation de l'effluent, dans la cellule de flottation. L'effluent est initialement à la pression atmosphérique et contient naturellement de l'air dissous.

Une dernière méthode consiste à provoquer mécaniquement la cavitation. Ainsi, des noyaux de croissance permettent la désorption de l'air dissous.

**Appareils de flottation électriques et chimiques** Le troisième mode de production des bulles repose sur un dégagement gazeux autre que la désorption. La première façon de réaliser ce dégagement est l'électro-flottation. Il s'agit de réaliser une électrolyse de l'eau, et donc de provoquer la libération de gaz au niveau des électrodes, respectivement de l'hydrogène et de l'oxygène. Les bulles produites sont de l'ordre de  $10\ \mu m$  à  $40\ \mu m$ . Ce procédé est essentiellement utilisé dans l'épaississement de boues biologiques et pour des installations de petite taille.

La seconde manière est l'utilisation de réactions chimiques ou bio-chimiques

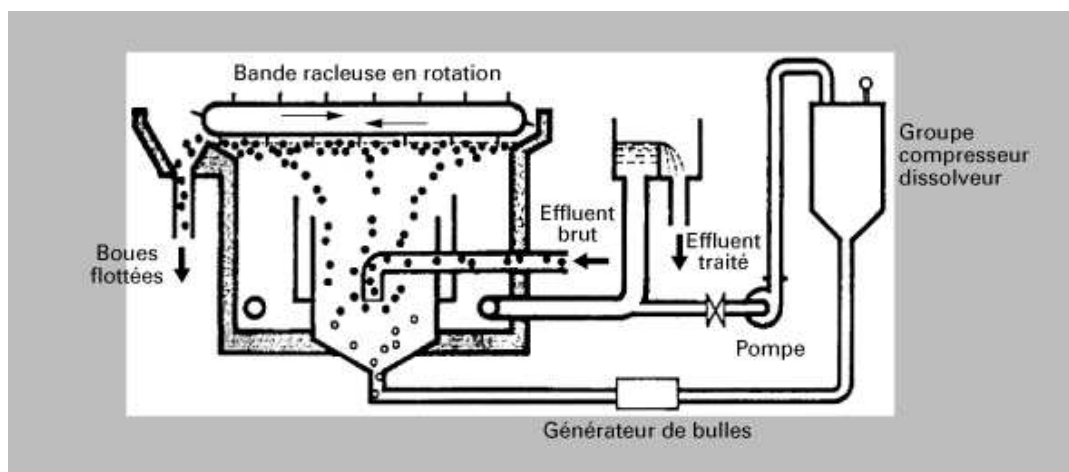


FIG. 1.8 – Schéma d'un flottateur à air pressurisé.

libérant du gaz au sein des effluents à traiter. Ces réactions chimiques ne sont possibles que suivant la nature même de l'effluent et se rencontrent, notamment, lorsque la filière met en jeu des fermenteurs, dont le dégagement gazeux peut être utilisé directement.

### 1.1.6 Installations industrielles

Les installations industrielles peuvent être classées selon l'utilisation des effluents. Si l'effluent principal est le milieu liquide, cas du traitement de l'eau, l'installation vise à éliminer en une seule fois les matériaux en suspension. Si l'effluent principal est un matériau en suspension, pour valorisation ou revalorisation, comme dans le recyclage du papier, l'installation va être orientée pour flotter selectivement ce matériau. Dans le cas où plusieurs matériaux sont en suspension et sont (re)valorisables séparément, l'installation se présente sous la forme d'une cascade d'opérations de flottation, afin de récupérer successivement et sélectivement les différents matériaux.

La conception des installations industrielles requiert la prise en compte de ces paramètres. Elle doit aussi considérer les quantités à traiter, des aspects environnementaux et économiques. Une telle conception requiert une bonne compréhension et une bonne modélisation du procédé dans sa globalité et du processus de capture. Les sections suivantes ont pour objectif de montrer comment aborder une telle conception et la nécessité de l'étude du processus de capture.

## 1.2 Modélisation du procédé de flottation

### 1.2.1 Efficacité globale d'une installation

Lors de la conception d'une installation industrielle de flottation l'efficacité globale maximale est recherchée. Si l'on se réfère au schéma de la figure 1.1, l'efficacité globale d'un appareil de flottation peut se déterminer au travers des

rapports entre les différents flux de matière, qui entrent (pulpe et air) et qui sortent (matériaux récupérés et effluent liquide).

### 1.2.2 Expérience au niveau global

Une efficacité globale peut être déterminée *via* des mesures à l'échelle du procédé. Par ce moyen, les influences respectives des différents paramètres physico-chimiques et hydrauliques (hydrophobie, nature et distribution de taille des particules, débits d'air et de liquide à traiter) sur l'élimination de particules solides données, peuvent être étudiés. De nombreuses expériences ont été menées pour déterminer l'efficacité des procédés de flottation au niveau global.

Par exemple Reay and Ratcliff (1975) utilisent une cellule de flottation de 600 mL pour étudier l'efficacité du procédé, en fonction des différents paramètres, et la comparer aux modèles de collision. Pour cela, la concentration de particules (verre ou de latex) est mesurée au cours du temps, par prélèvements, en présence de différents agents chimiques. L'évolution au cours du temps de la concentration permet d'évaluer la performance.

Collins and Jameson (1976) adoptent une approche identique dans un flottateur de 1000 L, avec des particules de polystyrène.

Small et al. (1997) testent l'efficacité de séparation de deux méthodes de conditionnement en mettant deux installations de flottation en parallèle. Plus récemment Hu et al. (2003) étudient le taux de recouvrement de matière solide en fonction des paramètres physico-chimiques et physiques de conditionnement de la pulpe.

Toutefois ce type d'approche très pragmatique ne permet pas de comprendre les différents effets. Les résultats ne sont donc pas transposables dans des situations différentes, ce qui limite leur applicabilité. L'utilisation pratique de ces résultats rend nécessaire la modélisation des appareils de flottation, basée sur une compréhension plus fine.

### 1.2.3 Modélisation type fonction de transfert

On trouve dans la littérature des modèles très simples comme celui employé par Zheng et al. (2006). Les flux d'eau  $Q_w$  et de solide  $F_s$  sont mis en relation directe par la formule :

$$Q_w = a F_s^b \quad (1.1)$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres empiriques.  $b$  peut être assimilé à l'ordre de l'opération de flottation. Selon le taux d'air injecté,  $b$  prend les valeurs  $b = 2, 18$  pour les faibles taux d'air, et  $b = 1, 13$  pour les forts taux d'air. La valeur de  $a$  peut quand à elle être assimilée à une efficacité, puisque c'est le rapport entre les deux flux, à l'ordre près. Zheng et al. (2006) donnent pour  $a$  les valeurs  $a = 0,94$  pour les faibles taux d'air et  $a = 2,09$  pour les forts taux d'air. Si ce type de modèle à l'avantage d'avoir une utilisation simple, il nécessite des expériences pour chaque type d'appareil et ne met pas en lumière les différents paramètres entrant en jeu dans la flottation. Ce calage ne permet pas non plus de prédire le fonctionnement de l'appareil si on souhaite en modifier les conditions opératoires.

### 1.2.4 Modèle 1-D temporel

Bloom and Heindel (2002) utilisent un autre type de modèle qui s'apparente à un modèle de cinétique de réaction chimique d'ordre 1. La variation temporelle du nombre  $n_p$  de particules en suspension dans la cellule est exprimée en fonction de ce nombre au travers d'une constante  $k$  de «réaction» par la relation :

$$\frac{dn_p}{dt} = -k n_p \quad (1.2)$$

La disparition des particules en suspension, dans ce modèle, est proportionnelle au nombre de particules présentes.  $k$  est en réalité le produit du nombre de bulles  $n_b$ , qui servent à la flottation et d'une efficacité de capture  $E_{capt}$  des particules par les bulles :

$$k = n_b \times E_{capt} \quad (1.3)$$

L'importance de l'efficacité de capture  $E_{capt}$  sur l'efficacité globale d'un appareil de flottation est mise en relief par ce modèle. L'intégration dans le temps de l'équation (1.2) montre une diminution exponentielle du nombre de particules  $n_p$  en suspension au cours du temps.

Ce modèle met mieux en relief les phénomènes physiques au sein d'un appareil de flottation, et permet d'agir sur deux paramètres pour adapter un appareil à de nouvelles conditions industrielles : le nombre de bulles  $n_b$  et l'efficacité de capture  $E_{capt}$  des particules par les bulles. Ce dernier dépend lui-même de nombreux paramètres et demande une étude particulière.

Ce modèle ne tient pas du tout compte de la géométrie d'un appareil de flottation. L'application à un appareil fonctionnant en continu ne peut pas être faite directement, puisque dans ce type d'appareil il n'y a pas de variation temporelle en régime permanent. L'adaptation d'un modèle de ce type à un appareil en continu nécessite la prise en compte d'une variable spatiale.

### 1.2.5 Modèle 1-D spatial type filtration

Ponasse (1997) utilise un modèle qui assimile le nuage de bulles à un milieu filtrant. Une colonne de flottation est considérée dans ce modèle comme un appareil unidimensionnel. Ce modèle s'intéresse à la variation de la concentration en particules  $C(z)$  en fonction de la hauteur  $z$  sur la colonne. Le modèle repose sur un bilan de matière sur une «tranche» d'épaisseur infinitésimale  $dz$ , de volume  $V$ . Soit  $n_b$  le nombre de bulles de diamètre  $d_b$  dans la tranche et  $\Phi$  la fraction volumique d'air :

$$n_b = \frac{6 V \Phi}{\pi d_b^3} \quad (1.4)$$

Le volume  $dv_b$  balayé par les  $n_b$  bulles sur la hauteur  $dz$  est :

$$dv_b = n_b \times \frac{\pi d_b^2}{4} \times dz \quad (1.5)$$

Soient  $dn_p^{tot}$  le nombre de particules présentes dans ce volume  $dv_b$  et  $E_{capt}$  l'efficacité de capture des bulles. Le nombre  $dn_p$  de particules capturées s'écrit :

$$dn_p = E_{capt} \times dn_p^{tot} \quad (1.6)$$

avec :

$$dn_p^{tot} = C(z) \times dv_b \quad (1.7)$$

La variation de concentration  $dC(z)$  est due à la capture des  $dn_p$  particules en suspension par les  $n_b$  bulles :

$$V \times dC(z) = -dn_p \quad (1.8)$$

Le bilan de matière s'écrit alors :

$$V dC(z) = -E_{capt} C(z) \frac{6 V \Phi}{\pi d_b^3} \pi \frac{d_b^2}{4} dz \quad (1.9)$$

Au final, la variation de la concentration en particules  $C(z)$  en fonction de la hauteur  $z$  est régie par l'équation de bilan de matière :

$$\frac{dC(z)}{dz} = -E_{capt} C(z) \frac{3 \Phi}{2 d_b} \quad (1.10)$$

L'intégration, sur la hauteur  $H$ , de cette équation donne :

$$C_s = C_e \exp \left( -\frac{3H \Phi}{2 d_b} E_{capt} \right) \quad (1.11)$$

avec  $C_e$  et  $C_s$  les concentrations en entrée et en sortie.

Ce modèle nécessite l'introduction d'une efficacité de capture  $E_{capt}$ , qui tient compte des phénomènes mis en jeu dans le processus de capture. Comme dans le modèle précédent, on voit que l'efficacité de capture  $E_{capt}$  joue un rôle majeur sur la performance du procédé. En effet, la concentration de sortie dépend de manière exponentielle de l'efficacité de capture. Ce modèle met aussi en évidence des paramètres tels que la taille des bulles, la fraction volumique de l'air injecté et la hauteur de la colonne de flottation. Le diamètre des bulles intervient également dans la fraction volumique des bulles  $\Phi$ , car il joue un rôle prépondérant sur la vitesse d'ascension, donc sur la rétention.

La modélisation unidimensionnelle est bien adaptée à la géométrie d'une colonne de flottation. Cependant, si on désire affiner les résultats ou utiliser d'autres types d'appareils avec une géométrie différente, ce modèle n'est plus adapté. Quelques auteurs (Lundh (2000) ou Fawcett (1998)) ont amorcé une représentation de flottateurs par des techniques CFD, mais en se concentrant sur les écoulements diphasiques à bulle dans le but de prédire la répartition des bulles. Pour passer à une prise en compte de la capture dans ce type d'approche eulérienne, il serait également obligatoire d'introduire un concept d'efficacité de capture.

### 1.2.6 Efficacité de capture

Les exemples de représentations des appareils de flottation qui ont été exposés ci-dessus ont montré l'utilisation systématique d'une efficacité de capture  $E_{capt}$ , qui caractérise le transfert des particules de la suspension vers les bulles collectrices. Cette efficacité définie à une échelle locale peut être intégrée sur le

volume de l'appareil de flottation, pour déterminer une efficacité globale. Cette efficacité de capture est définie à l'échelle d'une bulle par :

$$E_{capt} = \frac{\text{nombre de particules transportées jusqu'à la surface}}{\text{nombre de particules initialement sur la trajectoire}} \quad (1.12)$$

L'efficacité de capture  $E_{capt}$  est le rapport entre le nombre de particules captées et amenées par une bulle à la surface et le nombre de particules présentes dans le volume balayé par cette bulle en ascension. La capture dépend de la manière avec laquelle les bulles et les particules entrent en contact.

Une bonne compréhension du processus de capture et des modèles qui en ont été proposés nécessite de s'intéresser à la dynamique des bulles et des particules. C'est l'objet de la section 1.3 suivante. Nous pourrions aborder ensuite la section 1.4 qui s'intéresse au processus de capture et à son efficacité  $E_{capt}$ .

## 1.3 Dynamique des bulles et des particules

Le processus de capture met en jeu le mouvement relatif de bulles d'air et de particules solides au sein d'un liquide. Le mouvement de la bulle est composé du mouvement d'entraînement par le liquide porteur et du mouvement relatif d'ascension propre, dû à la flottabilité.

Le mouvement de la particule est dû au mouvement de transport par le fluide, à sa sédimentation propre, et au mouvement induit par le passage des bulles.

A grande distance, ces mouvements sont relativement indépendants, du fait que les grandes structures dans le flottateur peuvent être décorrélées. Lorsque une bulle et une particule sont transportées par la même structure, ce sont leurs dynamiques propres qui vont conditionner leur rencontre. Au-delà des effets évidents dûs à leur densité, les bulles de gaz et les particules solides ont une dynamique différente compte tenu de la nature de leur surface.

### 1.3.1 Condition à l'interface

#### Glissement pour une bulle propre

Compte tenu de la très faible viscosité du gaz par rapport à celle du liquide, le liquide glisse sans frotter (cisaillement nul) à la surface d'une bulle de gaz. La vitesse du liquide est par conséquent non nulle à l'interface. La partie gauche du premier schéma de la figure 1.9 illustre ce cas.

#### Adhérence

Au contraire, pour une particule solide, la condition d'adhérence se traduit par une vitesse nulle du liquide à l'interface. La partie droite du premier schéma de la figure 1.9 illustre le fait que, dans le repère de la particule, la vitesse le long de la paroi est nulle, il y a adhérence.

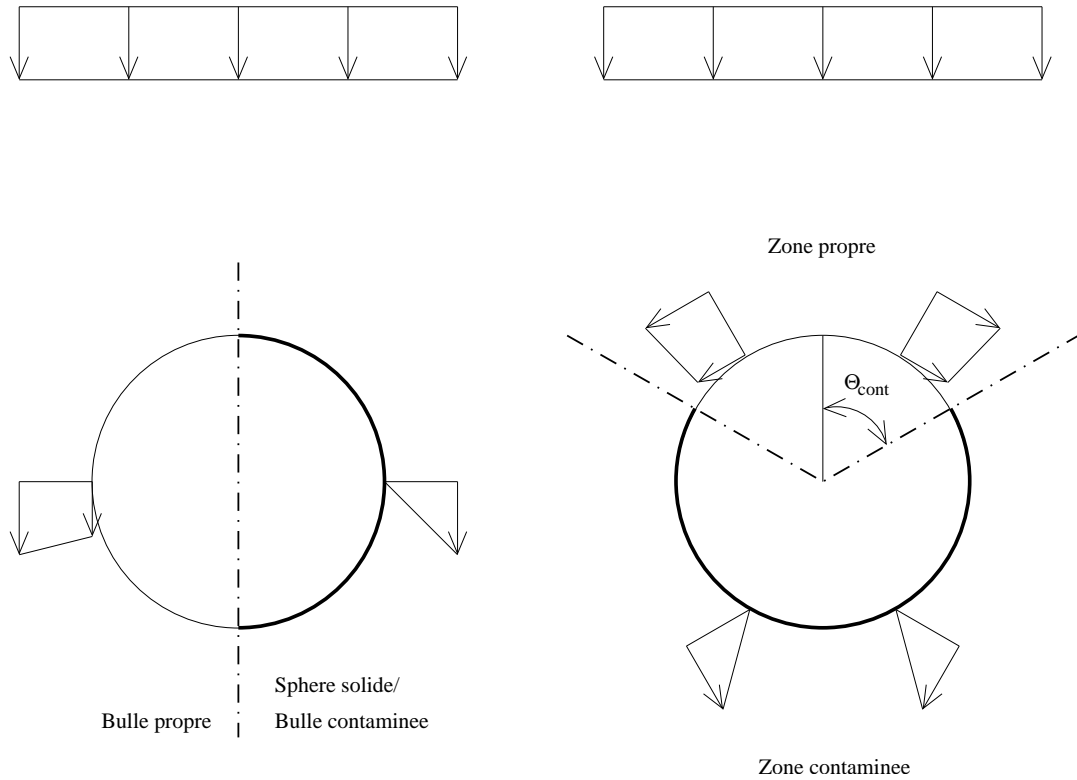


FIG. 1.9 – Conditions de surface sur une bulle et sur une sphère solide.

### Bulle contaminée : modèle stagnant-cap

Il arrive que la surface d'une bulle soit contaminée par l'adsorption d'agents tensio-actifs ou par des particules solides. Leur concentration n'est pas uniforme à la surface, à cause du transport par glissement le long de l'interface. Ces molécules ou ces particules bloquent le mouvement de la surface de la bulle immobilisant l'interface : il y a alors adhérence comme pour une particule solide (partie droite du premier schéma de la figure 1.9).

La contamination de la surface de la bulle peut être partielle : seule une partie de la bulle est alors immobilisée. Ce cas est illustré par le second schéma de la figure 1.9. La zone contaminée est à l'arrière de la bulle à cause du transport des molécules de tensio-actifs ou des particules le long de l'interface. Le liquide peut glisser le long de la surface, dans la zone propre, jusqu'à un angle  $\theta_{cont}$ . Au-delà de cet angle  $\theta_{cont}$ , dans la zone contaminée, le liquide ne peut plus glisser et adhère à la surface. Ce modèle, qui sépare la surface de la bulle en deux zones a été proposé par Sadhal and Johnson (1983). Cuenot et al. (1997) ont montré par des simulations numériques directes, qui prennent en compte les cinétiques d'adsorption, de désorption et la diffusion des agents tensio-actifs, qu'une bulle peut être séparée en deux zones, l'une propre et l'autre contaminée. En effet, à l'état stationnaire, on observe une transition brusque de la zone propre à la zone contaminée qui met en évidence la pertinence d'un angle de contamination  $\theta_{cont}$  auquel cette transition est associée. Il s'agit d'un modèle permettant d'aborder simplement les différents niveaux de contamination de l'interface des bulles. Le degré de contamination est caractérisé par l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ . Ce



modèle est baptisé «Stagnant-cap» en anglais. Quand  $\theta_{cont} = 0^\circ$ , la bulle est complètement contaminée, quand  $\theta_{cont} = 180^\circ$ , la bulle a une interface propre.

Par la suite, la valeur de  $\theta_{cont}$  sera souvent utilisée en exposant de certaines variables afin de préciser qu'il s'agit de la valeur ou de l'expression de la variable en question pour une contamination de l'interface définie par  $\theta_{cont}$ .

### 1.3.2 Déformation des bulles

Une particule solide est par nature indéformable. Au contraire une bulle est déformable. Plusieurs effets vont intervenir sur la forme d'une bulle : les effets de tension interfaciale, d'inertie et de gravité. L'analyse dimensionnelle permet de faire apparaître deux nombres adimensionnels qui permettent de comparer ces différents effets (Clift et al. (1978)). Tout d'abord le nombre de Weber  $We_b$  :

$$We_b = \frac{\rho_l V_b^2 d_b}{\sigma_{gl}} \quad (1.13)$$

$V_b$  est la vitesse de la bulle et  $d_b$  est son diamètre.  $\sigma_{gl}$  est la tension interfaciale entre l'eau et l'air. Ce nombre permet de comparer les effets d'inertie avec les effets de tension interfaciale. Ensuite le nombre de Bond  $Bo$  :

$$Bo = \frac{\rho_l g d_b^2}{\sigma_{gl}} \quad (1.14)$$

permet de comparer les effets gravitaires et de tension interfaciale.

Un troisième nombre, le nombre de Froude  $Fr$  peut être rajouté. Il permet de comparer effets d'inertie et effets gravitaires :

$$Fr = \frac{We_b}{Bo} = \frac{V_b^2}{g d_b} \quad (1.15)$$

Les conditions  $We_b < 1$  et  $Bo < 1$  signifient la dominance des effets de tension interfaciale. Une bulle prend, alors, une forme sphérique. Pour des bulles d'air en ascension libre, ces conditions sont remplies pour des diamètres  $d_b$  qui restent inférieurs à 1 mm, dans de l'eau, et à 1,7 mm, dans de l'acier liquide.

### 1.3.3 Bilan de forces et équations des trajectoires

Nous allons maintenant nous intéresser au mouvement de bulles et de particules solides sphériques. Le milieu liquide dans lequel les bulles d'air évoluent a une masse volumique  $\rho_l$  et une viscosité dynamique  $\mu_l$ . Les bulles d'air ont une vitesse constante  $V_b$  dans le liquide. Les particules solides évoluent dans l'écoulement induit par le mouvement de la bulle. Les bulles sont sphériques et ont un diamètre  $d_b$  et une masse volumique  $\rho_a$ . Elles sont caractérisées par un angle de contamination  $\theta_{cont}$ . Les particules sont sphériques ont un diamètre  $d_p$  et une masse volumique  $\rho_p$ . Leur vitesse, dans le référentiel terrestre est  $V_p$ . Les inclusions subissent un ensemble de forces :

- le poids  $\vec{P}$
- la force d'Archimède  $\vec{A}$

- la traînée  $\vec{F}_d$
- la portance  $\vec{F}_l$
- la force de masse ajoutée  $\vec{F}_{ma}$
- la force d'histoire  $\vec{F}_h$
- la force de Tchen  $\vec{F}_{Tc}$

La force de traînée traduit la résistance du fluide porteur à l'avancement des inclusions. Elle comprend des contraintes de frottement visqueux et de pression.

La portance est une force qui s'exerce perpendiculairement à la vitesse d'une bulle ou d'une particule. Elle découle d'un gradient de vitesse de l'écoulement.

Les forces de masse ajoutée et de Tchen traduisent l'inertie supplémentaire due au transfert d'accélération entre le fluide et l'inclusion ; la force d'histoire représente un retard dans la diffusion de quantité de mouvement lors d'un mouvement accéléré.

Dans le cas général l'équation de la trajectoire d'une bulle ou d'une particule s'écrit (*cf.* Legendre and Fabre (2002)) :

$$\begin{aligned}
\rho_i \frac{\pi d_i^3}{6} \frac{d\vec{V}_i}{dt} = & + (\rho_i - \rho_l) \frac{\pi d_i^3}{6} \vec{g} \\
& + C_d \frac{\pi d_i^2}{8} \rho_l \left\| \vec{U} - \vec{V}_i \right\| \left( \vec{U} - \vec{V}_i \right) \\
& + C_L \rho_l \frac{\pi d_i^3}{6} \left( \vec{U} - \vec{V}_i \right) \wedge \vec{U} \\
& - C_m \rho_l \frac{\pi d_i^3}{6} \frac{d\vec{V}_i}{dt} \\
& + 3 \pi \mu_l d_i \int_0^t K(t - \tau) \left( \frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau} - \frac{d\vec{V}_i}{d\tau} \right) d\tau \\
& + \rho_l \frac{\pi d_i^3}{6} (1 + C_m) \frac{D\vec{U}}{Dt} \Big|_i
\end{aligned} \tag{1.16}$$

L'indice  $i$  représentant l'inclusion.  $C_d$ ,  $C_m$  et  $C_L$  sont respectivement les coefficients de traînée, de masse ajoutée et de portance.  $U$  désigne la vitesse du fluide porteur dans le référentiel terrestre et  $\Omega$  sa vorticité.  $K(t - \tau)$  est le noyau de la force d'histoire. Cette équation se simplifie en fonction des conditions d'écoulement (écoulement uniforme, écoulement stationnaire, *etc.*).

### Ascension d'une bulle d'air dans un liquide au repos

Pour une bulle d'air en ascension dans un liquide au repos, l'équation de la trajectoire se réduit alors à l'équilibre entre la force de flottabilité (Archimède+poids) et la force de traînée :

$$C_d \frac{\pi d_b^2}{8} \rho_l \left\| \vec{V}_t \right\| \vec{V}_t = (\rho_a - \rho_l) \frac{\pi d_b^3}{6} \vec{g} \tag{1.17}$$

où  $V_t$  est la vitesse terminale. La masse volumique de l'air  $\rho_a$  peut être négligée par rapport à la masse volumique de l'eau  $\rho_l$ . Outre les propriétés physiques, cette équation met en relief l'importance de l'expression du coefficient de traînée  $C_d$ . De nombreux travaux ont été réalisés pour déterminer ce coefficient de traînée, le paragraphe suivant donne un aperçu des connaissances le concernant.

**Coefficient de traînée** La valeur du coefficient de traînée dépend, d'une manière générale, du nombre de Reynolds de la bulle  $Re_b$  :

$$Re_b = \frac{\rho_l V_t d_b}{\mu_l} \quad (1.18)$$

**Bulle propre** La solution analytique en écoulement de Stokes ( $Re_b \ll 1$ ) pour une bulle sphérique propre donne :

$$C_d = \frac{16}{Re_b} \quad (1.19)$$

La correction des effets inertiels, pour  $Re_b \leq 1$ , apportée par Oseen (1910), donne d'après Taylor and Acrivos (1964) :

$$C_d = \frac{16}{Re_b} \left( 1 + \frac{Re_b}{8} + \frac{Re_b^2}{40} \ln(Re_b) \right) \quad (1.20)$$

toujours pour une bulle sphérique propre.

La dissipation visqueuse de l'écoulement potentiel autour d'une sphère ( $Re_b \gg 1$ ), a permis à Levich (1962) d'établir, pour les grands nombres de Reynolds :

$$C_d = \frac{48}{Re_b} \quad (1.21)$$

En tenant compte de l'existence d'une couche limite, Moore (1963) trouve de manière analytique :

$$C_d = \frac{48}{Re_b} \left( 1 - \frac{2,211}{Re_b^{1/2}} \right) \quad (1.22)$$

qui est en pratique utilisable pour  $Re_b > 50$  comme l'on montré de nombreuses études numériques. Pour l'ensemble des nombres de Reynolds Mei et al. (1994) proposent à partir de simulations numériques pour une bulle sphérique propre la corrélation empirique :

$$C_d = \frac{16}{Re_b} \left( 1 + \frac{Re_b}{8 + 0,5 (Re_b + 3,315 Re_b^{0,5})} \right) \quad (1.23)$$

qui tend de manière asymptotique vers la relation (1.19) et (1.22) à petit et grand nombre de Reynolds, respectivement.

**Bulle contaminée** Comme on l'a vu précédemment dans le paragraphe 1.3.1, une bulle contaminée voit son interface partiellement ou totalement immobilisée. Le cas des interfaces complètement contaminées est le plus simple, en effet la traînée est alors celle d'une particule solide. En écoulement de Stokes ( $Re_b \ll 1$ ) pour une bulle sphérique complètement contaminée, on a :

$$C_d = \frac{24}{Re_b} \quad (1.24)$$

Pour  $Re_b \leq 1$  d'après la correction d'Oseen (1910)

$$C_d = \frac{24}{Re_b} \left( 1 + \frac{3}{16} Re_b + \frac{9}{160} Re_b^2 \ln(Re_b) \right) \quad (1.25)$$

Pour des nombres de Reynolds  $Re_b \leq 800$ , la corrélation expérimentale proposée par Schiller and Nauman (1935), pour des particules solides sphériques :

$$C_d = \frac{24}{Re_b} (1 + 0,15 Re_b^{0,687}) \quad (1.26)$$

La figure 1.10 représente l'évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds, pour des bulles sphériques propres (relation (1.23)) et pour des bulles sphériques complètement contaminées (particules solides sphériques) (relation (1.26)). Jusqu'à des nombres de Reynolds  $Re_b \sim 1$ , le coefficient de traînée  $C_d$  est proportionnel à l'inverse du nombre de Reynolds  $Re_b$ . La contamination, quand elle est complète, multiplie par 1,5 le coefficient de traînée par rapport à une bulle propre.

Quand la contamination est partielle, le coefficient de traînée est compris entre le coefficient de traînée d'une bulle propre et le coefficient de traînée d'une bulle contaminée. Sadhal and Johnson (1983) ont proposé une expression du coefficient de traînée  $C_d$  en fonction de l'angle de contamination  $\theta_{cont}$  pour des nombres de Reynolds  $Re_b \ll 1$  :

$$C_d = \frac{16}{Re_b} \left[ \frac{1}{4\pi} \left( 2(\pi - \theta_{cont}) + \sin \theta_{cont} + \sin 2\theta_{cont} - \frac{1}{3} \sin 3\theta_{cont} \right) + 1 \right] \quad (1.27)$$

Pour des nombres de Reynolds  $Re_b > 1$ , le coefficient de traînée  $C_d$  continue de décroître avec le nombre de Reynolds  $Re_b$ , mais de manière moins importante pour une bulle contaminée que pour une bulle propre. Le facteur de variation entre l'état propre et l'état contaminé est, alors, de plus en plus important avec le nombre de Reynolds  $Re_b$ . Cela signifie que la contamination de l'interface joue un rôle de plus en plus important sur la vitesse terminale, quand le nombre de Reynolds augmente.

Ces expressions du coefficient de traînée  $C_d$  permettent de calculer la vitesse terminale.

**Expression de la vitesse terminale** L'équation (1.17) qui permet de déterminer la vitesse terminale  $V_t$  d'une bulle fait intervenir le coefficient de traînée  $C_d$ , qui est fonction du nombre de Reynolds  $Re_b$  donc de  $V_t$ . Seules les expressions du coefficient de traînée  $C_d$  en régime de Stokes ( $Re_b \ll 1$ ), permettent

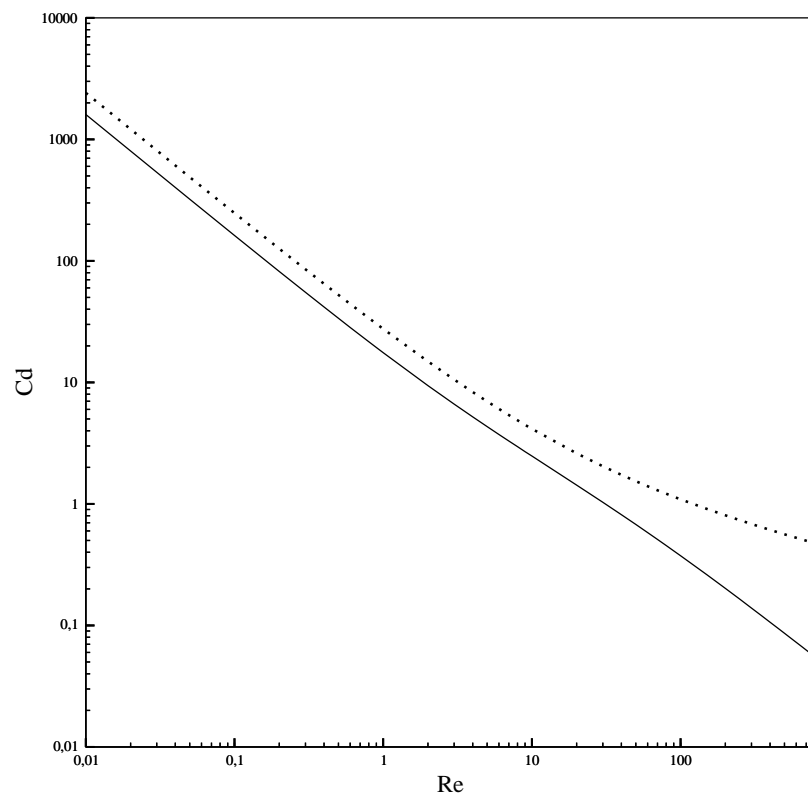


FIG. 1.10 – Coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds. — : bulle propre Mei et al. (1994) (relation (1.23)) ;  $\cdots$  : bulle contaminée, sphère solide Schiller and Nauman (1935) (relation (1.26)).

d'exprimer directement la vitesse terminale  $V_t$  d'une bulle, en fonction de ses propriétés physiques. Ainsi, pour un nombre de Reynolds  $Re_b \ll 1$ ,  $V_t$  vaut pour une bulle propre :

$$V_t = \frac{\rho_l g d_b^2}{12\mu_l} \quad (1.28)$$

et pour une bulle contaminée :

$$V_t = \frac{\rho_l g d_b^2}{18\mu_l} \quad (1.29)$$

Pour une bulle d'air, dans le domaine qui nous intéresse ( $Re_b$  de l'ordre de 10 – 100). la traînée peut être estimée à l'aide de la relation de Levich (1962) 1.21 :

$$V_t = \frac{\rho_l g d_b^2}{36\mu_l} \quad (1.30)$$

Le calcul exact de  $V_t$  nécessite l'utilisation pour une bulle propre de (1.23) et pour une bulle contaminée de (1.26). L'équation de la trajectoire peut être résolue de manière itérative pour obtenir la vitesse terminale.

### Vitesse de sédimentation d'une particule solide

L'équilibre entre la force de traînée et la force de flottabilité (poids+force d'Archimède), dans un fluide au repos permet d'obtenir la valeur de la vitesse de sédimentation  $V_s$  :

$$C_d \frac{\pi d_p^2}{8} \rho_l \|\vec{V}_s\| \vec{V}_s = \frac{\pi d_p^3}{6} (\rho_p - \rho_l) \vec{g} \quad (1.31)$$

Le coefficient de traînée  $C_d$  d'une sphère solide s'exprime en fonction du nombre de Reynolds de la particule  $Re_p$  :

$$Re_p = \frac{\rho_l V_p d_p}{\mu_l} \quad (1.32)$$

soit pour  $Re_p \ll 1$  :

$$C_d = \frac{24}{Re_p} \quad (1.33)$$

Pour les autres nombres de Reynolds le coefficient de traînée est donné par l'expression de Schiller and Nauman (1935) expression (1.26). Dans le domaine de la flottation le nombre de Reynolds de la particule  $Re_p \ll 1$ . L'expression de la vitesse de sédimentation  $V_s$  s'écrit alors :

$$V_s = \frac{(\rho_p - \rho_l) g d_p^2}{18\mu_l} \quad (1.34)$$

Par exemple, une bille de verre de  $10 \mu m$  de diamètre a une vitesse de sédimentation  $V_s = 0,055 mm.s^{-1}$  et un nombre de Reynolds  $Re_b = 0,55 \times 10^{-4}$ , ce qui est bien dans le domaine de validité du régime de Stokes.

### Trajectoire d'une particule

Le mouvement de la particule en suspension lors du passage d'une bulle est caractérisé par le nombre de Stokes  $St_p$ .  $St_p$  les temps de relaxation de la particule (ou temps de réaction à la modification de l'écoulement porteur) au temps caractéristique du mouvement du fluide. Le temps  $\tau_p$  de relaxation est en régime de Stokes :

$$\tau_p = (\rho_p + C_m \rho_l) \frac{d_p^2}{18 \mu_l} \quad (1.35)$$

Le temps  $\tau_b$  caractéristique de l'écoulement vu par la particule (induit par le passage d'une bulle) est :

$$\tau_b = \frac{d_b}{V_b} \quad (1.36)$$

Le nombre de Stokes s'exprime alors :

$$St_p = \frac{\tau_p}{\tau_b} = (\rho_p + C_m \rho_l) \frac{d_p^2 V_b}{18 \mu_l d_b} \quad (1.37)$$

Par exemple, pour une bulle d'air de 1 mm de diamètre et une particule solide en verre de 10  $\mu m$  de diamètre ( $\rho_p = 2500 kg.m^{-3}$ ), le nombre de Stokes est de  $5.10^{-3}$  et  $V_s/V_t = 2.10^{-4}$ . Compte tenu du rapport de vitesse de sédimentation et d'ascension des bulles ( $V_s/V_t \ll 1$ ), les bulles vont voir les particules en suspension immobiles. D'autre part comme  $St_p \ll 1$ , les particules solides vont s'adapter de manière instantanée à l'écoulement généré par la bulle et vont suivre les lignes de courant.

La trajectoire d'une particule solide est alors au premier ordre identique à celle d'une particule fluide c'est à dire qu'une particule suit le mouvement du fluide porteur.

Les autres termes font apparaître au second ordre la sédimentation de la particule et au troisième ordre son inertie.

## 1.4 Les mécanismes de flottation

Le processus de capture d'une particule solide par une bulle, qui est à la base du procédé de flottation, est classiquement divisé en trois étapes successives. Ces étapes ont été décrites par Ralston et al. (1999a). La première étape est la collision entre la bulle et la particule. La deuxième est l'attachement de la particule avec la surface de la bulle. Enfin, la capture étant réalisée, il faut que l'attachement bulle-particule reste stable jusqu'à ce qu'il arrive à la surface libre.

### 1.4.1 Collision entre la bulle et la particule

A cette étape de collision, est associée une probabilité ou efficacité  $E_{coll}$ , appelée efficacité de collision. Elle donne le taux de particules effectivement

rencontrées par une bulle, par rapport au nombre de particules initialement présentes dans le volume balayé par la bulle :

$$E_{coll} = \frac{\text{nombre de particules rencontrées}}{\text{nb. de part. dans le volume intercepté par la bulle}} \quad (1.38)$$

Dans le cas général, on considère que la collision peut résulter de l'interception directe due au transport de la particule par le mouvement induit par la bulle, de la sédimentation de la particule et de la contribution inertielle. La figure 1.11 illustre ces trois contributions.

Lorsque le liquide contourne la bulle, l'inertie de la particule lui permet de continuer en direction de la bulle (au niveau du sommet) ou au contraire, l'empêche de revenir vers la bulle (au niveau de l'équateur de la bulle). La contribution inertielle peut donc être favorable ou défavorable à l'efficacité de collision.

Comme on l'a vu dans la conclusion de la partie précédente, sédimentation et inertie des particules peuvent être négligées. Dans ces conditions l'efficacité de collision peut être calculée à partir de l'écoulement du liquide porteur autour de la bulle. C'est l'objet de la section suivante, qui permet de mieux décrire les modèles proposés par les études antérieures. Nous nous limiterons ici à présenter les modèles ne faisant pas intervenir les effets gravitaires ou inertiels.

### Efficacité d'interception

Considérons des particules qui suivent le mouvement du fluide. Pour une particule de diamètre  $d_p$ , la collision avec une bulle intervient à chaque fois que la trajectoire de la particule approche la surface de la bulle à une distance inférieure à  $r_p = d_p/2$  (voir la figure 1.12). Notons  $\Psi_{coll}$  la valeur de la fonction courant dont la distance minimale à la surface de la bulle est  $d_p/2$ . Toutes les particules de diamètre  $d_p$  à l'intérieur de cette ligne de courant limite passent à une distance de la surface de la bulle inférieure à  $r_p$ . Les particules entrent donc en collision avec la bulle.

Pour une concentration uniforme en particules, l'efficacité de collision  $E_{coll}$  est le rapport entre le débit  $Q_{coll}$  de fluide passant entre cette ligne de courant limite et la bulle et le débit  $Q_\infty$  passant par le volume balayé par la bulle :

$$Q_{coll} = 4 \pi \Psi_{coll} \quad (1.39)$$

et

$$Q_\infty = \pi r_b^2 V_b \quad (1.40)$$

ce qui donne

$$E_{coll}(\theta_{cont}, Re_b, d_p/d_b) = \frac{Q_{coll}}{Q_\infty} = \frac{4 \Psi_{coll}}{r_b^2 V_b} \quad (1.41)$$

Le calcul de l'efficacité de collision revient alors à déterminer pour un diamètre donné, la valeur  $\Psi_{coll}$  de la fonction de courant.  $\Psi_{coll}$  dépend des deux paramètres concernant l'écoulement autour de la bulle (le nombre de Reynolds  $Re_b$  et l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ ) et du rapport de taille  $d_p/d_b$ .



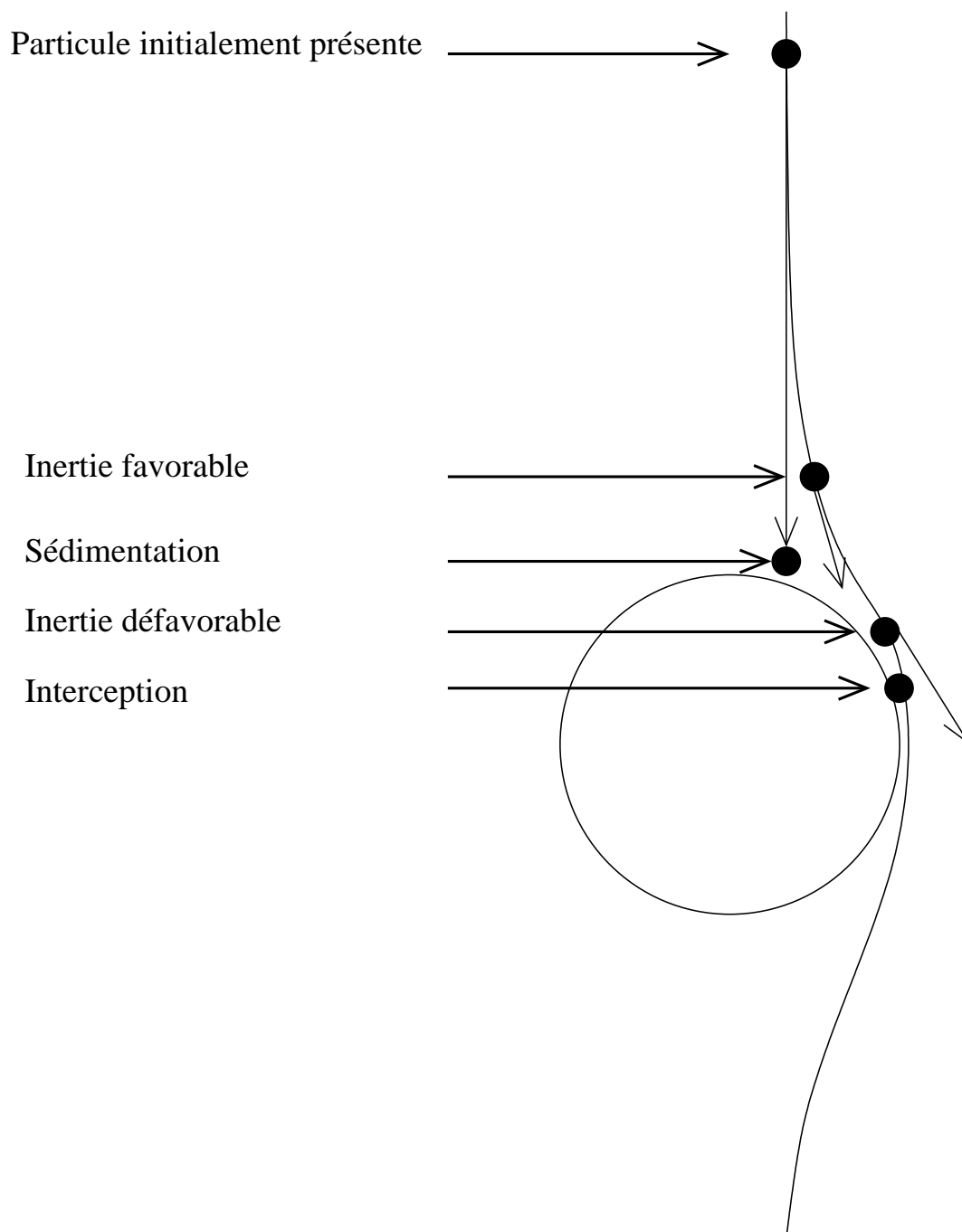


FIG. 1.11 – Collision bulle-particule

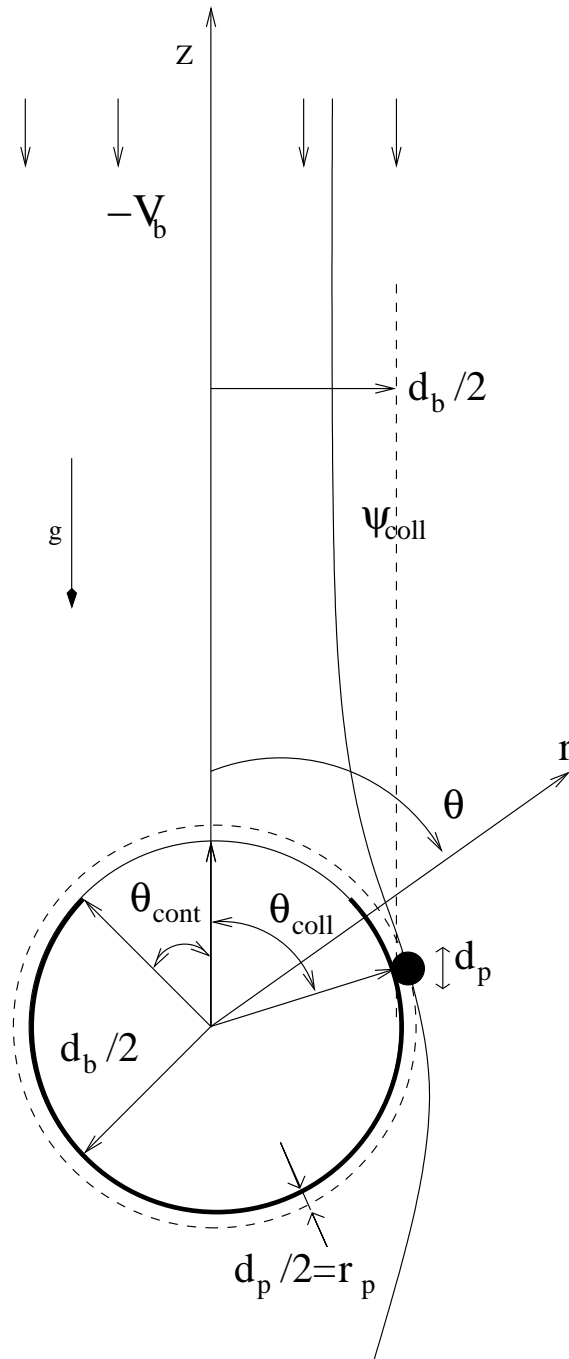


FIG. 1.12 – Collision bulle - particule par interception

### Angle de collision

Pour chaque rapport de taille  $d_p/d_b$ , le point d'effleurement correspondant à la distance minimale entre la fonction de courant  $\Psi_{coll}$  et la surface de la bulle définit l'angle de collision  $\theta_{coll}$  (figure 1.12). Pour un écoulement symétrique (écoulement de Stokes ou potentiel), le resserrement maximal des lignes de courant se produit au niveau de l'équateur de la bulle, c'est à dire pour  $\theta_{coll} = 90^\circ$ , quel que soit le rapport  $d_p/d_b$ .

### Modèles d'efficacité de collision

**Bulles Propres** Dans le cas de l'écoulement de Stokes ( $Re_b \ll 1$ ) autour de bulles propres l'expression analytique de la fonction de courant  $\Psi_{Stokes}^{180}$  est :

$$\Psi_{Stokes}^{180} = \frac{1}{2} V_b r^2 \sin^2 \theta \left( 1 - \frac{d_b}{2r} \right) \quad (1.42)$$

L'exposant 180 signifie que  $\theta_{cont} = 180^\circ$  c'est à dire que l'interface est parfaitement propre. Du fait de la symétrie avant-arrière de l'écoulement, le point d'effleurement a pour coordonnées ( $r = r_b + r_p; \theta = 90^\circ$ ). En remplaçant ces valeurs dans l'expression (1.42) on trouve la valeur de  $\Psi_{col}$  qui donne l'efficacité de collision :

$$E_{coll} = \frac{d_p}{d_b} \left( 1 + \frac{d_p}{d_b} \right) \quad (1.43)$$

Quand  $d_p \ll d_b$ ,  $E_{coll}$  peut être approchée par

$$E_{coll} = \frac{d_p}{d_b} \quad (1.44)$$

L'expression analytique de l'écoulement potentiel  $\Psi_{Potentiel}^{180}$  est une bonne approximation pour les écoulements autour de bulles propres, quand  $Re_b \gg 1$  :

$$\Psi_{Potentiel}^{180} = \frac{1}{2} V_b r^2 \sin^2 \theta \left( 1 - \frac{d_b^3}{8r^3} \right) \quad (1.45)$$

Ici aussi, l'écoulement est symétrique entre l'avant et l'arrière de la bulle. Le point d'effleurement a donc également pour coordonnées ( $r = r_b + r_p; \theta = 90^\circ$ ). En remplaçant, dans les équations (1.45) et (1.41), on obtient :

$$E_{coll} = \frac{d_p}{d_b} \left( 3 + \sum_{i=2}^{\infty} (-1)^i \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^i \right) \quad (1.46)$$

ce qui conduit à l'expression obtenue par Sutherland (1948) quand  $d_p \ll d_b$  :

$$E_{coll}^{Suth} = 3 \frac{d_p}{d_b} \quad (1.47)$$

Le modèle dit Sutherland généralisé (GSE) qui est proposé par Ralston et al. (1999a) étend l'application de l'expression (1.47) ci-dessus, par la prise en compte de la gravité et de l'inertie :

$$E_{coll}^{GSE} = E_{coll}^{Suth} \sin^2 \theta_{coll} \exp(A - B) \quad (1.48)$$

avec :

$$A = 3 K^{III} \cos \theta_{coll} \left( \ln \frac{3}{E_{coll}^{Suth}} - 1.8 \right) \quad (1.49)$$

et :

$$B = \frac{9 K^{III}}{2 E_{coll}^{Suth} \sin^2 \theta_{coll}} \left( \frac{2}{3} + \frac{\cos^3 \theta_{coll}}{3} - \cos \theta_{coll} \right) \quad (1.50)$$

$K^{III}$  vaut :

$$K^{III} = \frac{\rho_p V_b d_p^2}{9 \mu_l d_b} \left( 1 - \frac{\rho_p}{\rho_l} \right) \quad (1.51)$$

L'angle de collision  $\theta_{coll}$  est donné par :

$$\theta_{coll} = \arccos \sqrt{1 + \beta^2} - \beta \quad (1.52)$$

avec :

$$\beta = 2,034 \frac{2 E_{coll}^{Suth}}{9 K^{III}} \quad (1.53)$$

L'influence de  $Re_b$  sur  $E_{coll}$  apparaît comme une fonction, qui corrige les expressions précédentes, dans les modèles de Weber and Paddock (1983) et Nguyen (1998). Dans l'hypothèse simplificatrice d'absence d'inertie et de gravité, pour les particules, le modèle de Weber and Paddock (1983) se simplifie en :

$$E_{coll}^{WP1} = \frac{d_p}{d_b} \left( 1 + \frac{2}{1 + \left( \frac{37}{Re_b} \right)^{0.85}} \right) \quad (1.54)$$

et le modèle de Nguyen (1998) <sup>1</sup>en :

$$E_{coll}^{Ng} = \frac{d_p}{d_b} \left( 1 - \frac{d_p}{d_b} \right) (X + Y \cos \theta_{col}) \sin^2 \theta_{col} \quad (1.55)$$

avec l'angle de collision  $\theta_{coll}$  défini par :

$$\cos \theta_{coll} = \frac{\sqrt{X^2 + 3Y^2} - X}{3Y} \quad (1.56)$$

où pour un nombre de Reynolds  $Re_b \ll 1$

$$X = 1 + \frac{Re_b}{8} \quad (1.57)$$

---

<sup>1</sup>A noter que la définition utilisée par Nguyen (1998) fait intervenir  $d_b + d_p$  pour calculer le flux dans le volume balayé par la bulle (volume d'interception). L'expression présentée par Nguyen (1998) a été adaptée pour correspondre à notre définition.

et

$$Y = \frac{Re_b}{8} \quad (1.58)$$

alors que pour un nombre de Reynolds  $Re_b \leq 250$

$$X = 1 + 0,0637 \frac{Re_b}{1 + 0,0438 Re_b^{0,976}} \quad (1.59)$$

et

$$Y = 0,0537 \frac{Re_b}{1 + 0,0318 Re_b^{1,308}} \quad (1.60)$$

Les deux expressions tendent, asymptotiquement, vers l'équation (1.44), quand  $Re_b \ll 1$ , mais diffèrent à grand nombre de Reynolds  $Re_b$ .

**Bulles complètement contaminées** Pour des bulles complètement contaminées et pour un écoulement de Stokes ( $Re_b \ll 1$ ) la fonction de courant s'écrit :

$$\psi_{Stokes}^0 = V_b r^2 \frac{\sin^2 \theta}{2} \left( 1 - \frac{3d_b}{4r} + \frac{d_b^3}{16r^3} \right) \quad (1.61)$$

l'exposant 0 signifiant que  $\theta_{cont} = 0^\circ$  c'est à dire que l'interface est complètement contaminée.

Gaudin (1957) établit l'expression  $E_{coll}^{Gaud}$  suivante quand  $d_p \ll d_b$  :

$$E_{coll}^{Gaud} = \frac{3}{2} \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2 \quad (1.62)$$

Il faut noter que, dans les mêmes conditions l'expression  $E_{coll}^{FH} = (d_p/d_b)^2$  de Flint and Howarth (1971) diffère de la précédente d'un facteur 3/2 sans raison apparente. Weber and Paddock (1983) tiennent compte de l'effet de  $Re_b$  au travers d'une fonction correctrice comme suit :

$$E_{coll}^{WP2} = \frac{3}{2} \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2 \left( 1 + \frac{3/16 Re_b}{1 + 0.249 Re_b^{0.56}} \right) \quad (1.63)$$

Dobby and Finch (1987) ont lissé les résultats expérimentaux de Jowett (1980) :

$$\begin{aligned} \theta_{coll} &= 85,0 - 2,50 \log Re_b \quad \text{pour} \quad 0,1 < Re_b < 1 \\ \theta_{coll} &= 85,5 - 12,49 \log Re_b \quad \text{pour} \quad 1 < Re_b < 20 \\ \theta_{coll} &= 78,1 - 7,37 \log Re_b \quad \text{pour} \quad 20 < Re_b < 400 \end{aligned} \quad (1.64)$$

L'angle de collision obtenu par Nguyen et al. (1998) est donné par (1.56) avec :

$$X = \frac{3}{2} + 9 \frac{Re_b}{32 + 9,888 Re_b^{0,694}} \quad (1.65)$$

et :

$$Y = 3 \frac{Re_b}{8 + 1,736 Re_b^{0,518}} \quad (1.66)$$

TAB. 1.1 – Récapitulatif des hypothèses des différents modèles d'efficacité de collision

Références	$St_p$	$V_s/V_b$	$Re_b$	$\theta_{cont}$
Sutherland (1948)	$\ll 1$	$\ll 1$	$\gg 1$	$180^\circ$
Gaudin (1957)	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll 1$	$0^\circ$
Flint and Howarth (1971)	$\ll 1$	$NS$	$\ll 1$ et $\gg 1$	$0^\circ$
Weber and Paddock (1983)	$\ll 1$	$NS$	$< 300$	$0^\circ$ et $180^\circ$
Nguyen (1998)	$\ll 1$	$NS$	$< 500$	$180^\circ$
Ralston et al. (1999a)	$NS$	$\ll 1$	$\gg 1$	$180^\circ$
Phan et al. (2003)	$NS$	$NS$	200	$0^\circ$ et $180^\circ$

L'ensemble des différentes hypothèses, sur  $St_p$ ,  $V_s/V_b$ ,  $Re_b$  et  $\theta_{cont}$ , pour les différents modèles est rassemblé dans le tableau 1.1 pour comparaison. Dans le tableau,  $NS$  signifie qu'aucune hypothèse n'est spécifiée. Il apparaît clairement, dans le tableau, qu'aucun modèle n'est capable de décrire l'ensemble des paramètres. Au mieux, deux paramètres sont balayés entièrement. L'influence de  $\theta_{cont}$  n'est regardée qu'au travers des deux valeurs extrêmes correspondant aux bulles propres ou complètement contaminées.

### 1.4.2 Phase d'attachement

La phase d'attachement débute après la collision. Elle résulte de la création d'une ligne de contact triple entre le liquide, l'air de la bulle, et la particule solide.

Quand la particule entre en collision avec la bulle il reste une mince couche de liquide qui les sépare. Cette épaisseur de liquide doit être drainée pendant que la particule glisse le long de la surface, avant qu'une liaison bulle-particule soit établie, par la rupture spontanée de la couche liquide.

Le temps disponible pour le drainage est conditionné par des aspects purement hydrodynamiques. En effet, si la particule approche frontalement la bulle, l'inertie de la particule va provoquer le drainage du film. Au contraire, si la trajectoire de la particule est trop tangente le drainage sera moins efficace. La particule sera captée si le temps de glissement de la bulle est supérieur au temps nécessaire au drainage du film.

Le temps de drainage dépend aussi des propriétés physico-chimiques. En effet, l'affinité entre l'eau et la particule, la présence de charges de surface, affectent les énergies d'attraction et de répulsion entre la bulle et la particule, modifiant la dynamique du drainage et de la rupture du film.

Du fait de la variété des particules et de leur histoire, toutes les particules rencontrées par la bulle ne s'attachent pas. On définit une efficacité d'attachement, qui donne le taux de particules liées, par rapport aux nombre de particules rencontrées :

$$E_{att} = \frac{\text{nombre de particules attachées}}{\text{nombre de particules rencontrées}} \quad (1.67)$$

### Etudes portant sur l'efficacité d'attachement

La phase d'attachement est complexe, car elle met en jeu de nombreux effets hydrodynamiques et physico-chimiques. On trouve dans la littérature des travaux qui portent sur les forces s'exerçant entre la particule et la surface de la bulle, et d'autres portant sur les temps de drainage et de glissement de la particule à la surface de la bulle.

Mishchuk et al. (2002) calculent les forces de Van der Waals qui s'exercent entre une macro-bulle et une particule en tenant compte de l'état de surface des particules solides et de la présence de micro-bulles dans le liquide porteur.

Yoon (2000) propose une expression pour l'énergie libre correspondant aux forces de surface, dues aux effets électrostatiques, d'hydrophobie et de Van der Waals. Yoon (2000) prédit alors une épaisseur critique de 75 nm pour la rupture d'un film liquide (une solution à  $10^{-5}$  M de DAH) entre une bulle d'air et une plaque de silice, alors que la mesure expérimentale donne une distance de 110 nm.

Nguyen and Evans (2002) proposent une expression de la force de traînée, qui s'exerce sur une particule, et qui tient compte de la perturbation due à la présence de la bulle à proximité. Le calcul est fait dans un repère bicylindrique en régime de Stokes, pour une bulle avec une surface mobile. La force de traînée habituelle est alors modifiée par un facteur du second degré de la distance entre la bulle et la particule.

L'efficacité d'attachement dépend du temps de drainage et du temps de glissement. Un certain nombre d'études, Nguyen et al. (1998), Ralston and Dukhin (1999), Ralston (1999), Yoon (2000) et Phan et al. (2003), par exemple proposent des méthodes pour des mesures directes du temps d'attachement en laboratoire.

Nguyen et al. (1998) proposent deux méthodes. La première utilise les résultats expérimentaux d'efficacité de capture de Hewitt et al. (1995) et remonte au temps d'attachement par un modèle d'efficacité de collision. L'autre méthode consiste à approcher artificiellement des particules solides de bulles d'air et à mesurer le temps d'attachement. C'est aussi la méthode de Ralston and Dukhin (1999), Ralston (1999), Yoon (2000) et Phan et al. (2003).

Ralston et al. (1999b) mettent en évidence différents modèles du drainage du film liquide, qui donnent l'épaisseur du film en fonction du temps  $t$ , du diamètre de la bulle, de la tension de surface, de la viscosité. Ces modèles mettent en relief des évolutions de l'épaisseur au centre du film  $h_0$  et au bord du film  $h_b$ , proportionnelles respectivement à  $t^{-0,25}$  et  $t^{-0,5}$ .

Yoon (2000), Phan et al. (2003) et Nguyen et al. (1998) déterminent le temps de glissement à partir de la trajectoire des particules dans l'écoulement proche d'une bulle. Le point qui permet d'égaliser le temps de glissement et le temps d'attachement est caractérisé par l'angle  $\theta_{att}$ . Le modèle d'attachement de Dobby and Finch (1987) : compare les temps relatifs au glissement et à l'attachement :

$$E_{att} = \left( \frac{\sin \theta_{att}}{\sin \theta_{coll}} \right)^2 \quad (1.68)$$

Ralston et al. (1999a) proposent une efficacité d'attachement binaire, fonction

de l'endroit où il y a collision entre une bulle et une particule. Dans certaines zones de la surface d'une bulle, l'attachement est certain après collision, et l'efficacité d'attachement vaut 1. Dans les autres zones de la surface d'une bulle, l'attachement est impossible et l'efficacité d'attachement vaut 0. L'efficacité d'attachement globale est l'intégrale sur la surface de la bulle de l'efficacité d'attachement locale. Pour Ralston et al. (1999a) la zone d'attachement certain, quand elle existe, est déterminée par les deux angles  $\theta_0$  et  $\theta_{att}$ , par rapport au sommet d'une bulle, qui forment une zone annulaire.  $\theta_{att}$  est l'angle maximum pour lequel il peut y avoir attachement.

$\theta_0$  est un angle avant lequel il ne peut pas y avoir d'attachement. Ralston et al. (1999a) considèrent que si une particule se rapproche trop vite de la bulle, l'interface se déforme et réagit *quasi* élastiquement. Il y a alors rebond de la particule sur la bulle, et l'attachement ne se fait pas. L'angle  $\theta_0$  est l'angle pour lequel il n'y a plus de rebond. Cet angle dépend du nombre de Stokes  $St_p$  de la particule.

### 1.4.3 Stabilité de l'attelage bulle-particule

La particule étant attachée à la bulle, l'attelage doit atteindre la surface libre sans être détruit. En effet, une mauvaise liaison ne résistera pas aux contraintes extérieures qui peuvent être de natures diverses. Les raisons du détachement sont, par exemple, les contraintes visqueuses exercées par le fluide externe, les contraintes turbulentes, le choc avec d'autres particules solides encore en suspension, ou encore des oscillations de forme la bulle. Cette possibilité de détachement durant la phase finale de transport amène à définir la probabilité de stabilité :

$$E_{stab} = \frac{\text{nombre de particules stabilisées}}{\text{nombre de particules attachées}} \quad (1.69)$$

Elle est parfois définie comme le complément d'une probabilité de détachement, comme dans Nguyen (1998) :

$$E_{stab} = (1 - p_{dét}) \quad (1.70)$$

Les paramètres qui conditionnent la stabilité de l'agglomérat sont l'angle de contact  $\theta_c$ , qui caractérise la liaison et le nombre de Reynolds de la bulle  $Re_b$ , qui caractérise les contraintes de l'écoulement liquide qui agissent sur la liaison. Peu d'études ont analysé en détail le détachement des particules. Bloom and Heindel (2002) proposent une expression directement dérivée de l'énergie turbulente.

Ralston et al. (1999b) établissent un bilan des forces agissant sur la ligne triple de contact, à l'équilibre. Le travail de ces forces est, ensuite, établi par intégration, pour un déplacement par rapport à cet équilibre. Le détachement se produit, lorsque l'énergie de détachement produite par le liquide (turbulence) est supérieure à ce travail de détachement. Phan et al. (2003), à partir de l'équilibre des forces agissant sur la ligne triple de contact, établissent la ténacité  $T$  de la liaison bulle-particule qui est la force de liaison maximale qui équilibre le bilan de force, lorsque la position relative entre une bulle et une particule varie.



#### 1.4.4 Efficacité du processus de capture

Au final, l'efficacité de capture est le produit des trois efficacités précédentes :

$$E_{capt} = E_{coll} \times E_{att} \times E_{stab} \quad (1.71)$$

$$\Leftrightarrow E_{capt} = \frac{\text{nombre de particules stabilisées}}{\text{nb. de part. dans le volume intercepté par la bulle}} \quad (1.72)$$

#### 1.4.5 Détermination expérimentale de l'efficacité de capture

Un dispositif pour déterminer l'efficacité de capture d'une bulle a été mis en place au Ian Wark Research Institute de l'université d'Australie du sud.

Les premiers développements ont donné lieu aux résultats publiés par Anfruns and Kitchener (1977) puis, quelques années plus tard par Hewitt et al. (1995). Les développements dans les années suivantes ont donné lieu aux résultats publiés par Dai et al. (1998b), par Dai et al. (1998a) par Dai et al. (1999), ou encore par Ralston et al. (1999a).

Le dispositif final présenté par Ralston et al. (1999a) est reproduit dans la figure 1.13. Dans cette expérience, les bulles sont créées dans une colonne qui contient une suspension de particules de quartz hydrophobisées à différents degrés (caractérisées par un angle de contact avec l'eau  $\theta_c$ ). La bulle traverse la suspension.

En haut de la colonne la bulle traverse de l'eau claire. De par la forme de la colonne, les bulles sont déviées sur le côté avant d'arriver à la surface libre. L'éclatement de la bulle se fait au-dessus d'un «entonnoir». Les particules peuvent ainsi, être récupérées après sédimentation. Ralston et al. (1999a) obtiennent ainsi les efficacités de capture d'une bulle en fonction de différents paramètres :

- la taille des bulles :  $d_b = 1,52mm$  ou  $d_b = 0,77mm$
- la taille des particules de quartz :  $5\mu m < d_p < 60\mu m$
- l'angle de contact de la ligne triple :  $\theta_c = 33^\circ$ ,  $\theta_c = 42^\circ$ ,  $\theta_c = 46^\circ$ ,  $\theta_c = 57^\circ$  ou  $\theta_c = 73^\circ$
- la concentration en KCl :  $[KCl] = 0mM$ ,  $[KCl] = 10mM$ , ou  $[KCl] = 100mM$ ,

La figure 1.14 représente quelques résultats obtenus par Ralston et al. (1999a) pour de l'eau pure, deux angles de contact  $\theta_c = 42^\circ$  et  $\theta_c = 73^\circ$  et pour les deux tailles de bulles  $d_b = 1,52mm$  et  $d_b = 0,77mm$ . Chaque point correspond à une moyenne réalisée sur au moins trois mesures.

A diamètre de bulle constant, on remarque que l'efficacité de capture augmente avec l'angle de contact, c'est à dire avec le caractère hydrophobe des particules.

L'effet de  $d_p/d_b$  est différent selon l'angle de contact. Pour  $\theta_c = 42^\circ$  et pour les deux diamètres de bulle utilisés, l'efficacité a tendance à décroître avec  $d_p/d_b$ , alors que pour  $\theta_c = 73^\circ$ , l'efficacité a tendance à augmenter légèrement.

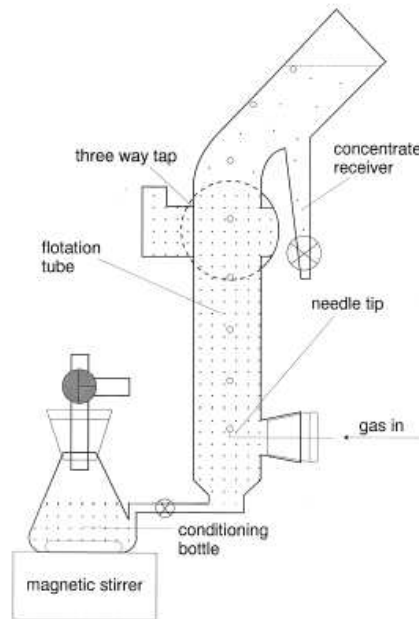


FIG. 1.13 – Dispositif de Ralston et al. (1999a)

D'après les autres résultats présentés par Ralston et al. (1999a), l'inversion de tendance est observée autour d'un angle de contact  $\theta_c = 60^\circ$ .

Pour les deux angles de contact on constate que l'efficacité de capture augmente avec le diamètre des bulles, donc avec leur nombre de Reynolds.

Ces résultats ne montrent pas une grande influence de l'angle de contact et du rapport de taille  $d_p/d_b$ .

## 1.5 Conclusion

Nous avons mis en évidence dans les paragraphes précédents, d'une part, l'importance de l'efficacité de capture  $E_{capt}$  pour l'efficacité globale du procédé et, d'autre part, l'importance des différents paramètres hydrodynamiques et physico-chimiques.

A ce jour, un certain nombre de lacunes persistent, dans la connaissance de l'influence des différents paramètres qui interviennent dans le processus de capture notamment dans les sous-processus, que sont la collision, l'attachement et la stabilité.

Dans l'étude présente, il a été décidé de s'intéresser à la modélisation de l'efficacité de collision.

Deux approches sont utilisées. La première consiste à réaliser des expériences pour déterminer l'efficacité de collision d'une bulle, en développant une expérience inspirée des travaux de Ralston et de son équipe. Le développement de cette installation, des techniques utilisées et la présentation des premiers résultats font l'objet du chapitre 2 suivant.

La seconde consiste à réaliser des simulations numériques du mouvement des particules lors du passage des bulles pour en déterminer l'efficacité de collision.

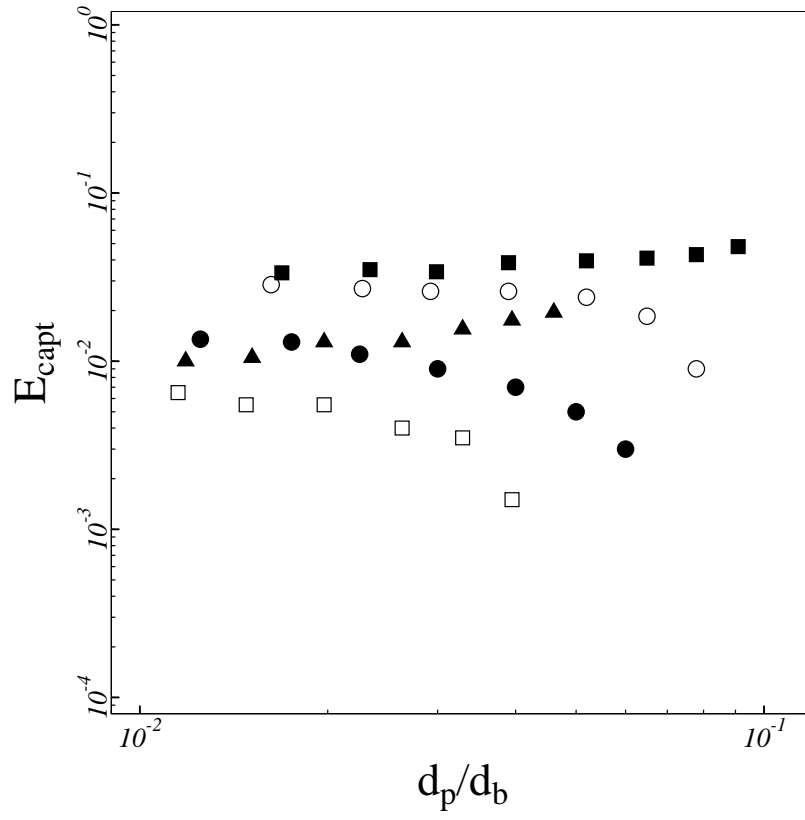


FIG. 1.14 – Efficacités de capture expérimentales de Ralston et al. (1999a) pour une concentration  $[KCl] = 0 \text{ mM}$ .  $\square$  :  $\theta_{cont} = 42^\circ$  et  $d_b = 1,52 \text{ mm}$  ;  $\bullet$  :  $\theta_{cont} = 42^\circ$  et  $d_b = 1 \text{ mm}$  ;  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 42^\circ$  et  $d_b = 0,77 \text{ mm}$  ;  $\blacktriangle$  :  $\theta_{cont} = 73^\circ$  et  $d_b = 1,52 \text{ mm}$  ;  $\blacksquare$  :  $\theta_{cont} = 73^\circ$  et  $d_b = 0,77 \text{ mm}$  ;

Le chapitre 3 expose les techniques de simulation, les résultats obtenus et leur analyse pour proposer des modèles de capture prenant en compte la contamination de la bulle.

# Chapitre 2

## Etude expérimentale

Ce chapitre présente le principe, la conception et le développement d'une expérience destinée à mesurer l'efficacité de capture de particules par des bulles uniques, puis expose les résultats obtenus et leur analyse. Comme on l'a vu dans la synthèse bibliographique, ce type d'expérience destiné à mesurer les aspects collisionnels de la capture, en cherchant à isoler le phénomène et à contrôler au plus près ses paramètres, n'est pas fréquent dans la littérature. C'est pourquoi une place importante est d'abord consacrée à son principe, à la caractérisation des fluides et particules utilisés, et aux lignes directrices qui ont guidé sa conception. Les aspects hydrodynamiques prennent une place importante, ainsi que tous les éléments qui doivent conduire à la maîtrise ou à la mesure des conditions physico-chimiques de l'expérience. La réalisation de l'installation est ensuite détaillée, avec toutes les solutions techniques retenues. Les techniques analytiques et les procédures mises en place sont ensuite exposées. Enfin, les résultats obtenus sont présentés, puis analysés et comparés aux résultats existant dans la littérature.

### 2.1 Objectifs et principe de l'expérience

L'objectif du dispositif expérimental est de mesurer l'efficacité de capture de particules en suspension par des bulles isolées, c'est-à-dire en dehors de tout mouvement propre du fluide et de perturbations engendrées soit par d'autres bulles, soit par des parois solides. Il s'agit en fait de se rapprocher des conditions idéales considérées dans les approches analytiques ou numériques.

**Principe Général** Le principe général du dispositif mis en place est illustré par la figure 2.1. L'installation est constituée d'une cuve parallélépipédique en verre contenant la suspension au repos. Les bulles vont traverser cette suspension en captant un certain nombre de particules. Amenées à la surface, ces particules seront récupérées, puis comptées.

Les bulles sont créées dans la zone ①. Cette zone est remplie d'eau claire, c'est-à-dire sans particules solides en suspension. Ceci permet aux bulles créées de se former et d'atteindre leur vitesse limite d'ascension sans capturer de particules.

La partie centrale de la colonne, (zone ②), contient la suspension de particules solides. La capture est réalisée dans cette zone.

La partie haute, (zone ③), est remplie d'eau claire, ce qui permet au sillage de la bulle de se «nettoyer». On entend par «nettoyage» du sillage l'élimination des particules qui sont entraînées à l'arrière d'une bulle, sans être piégées par sa surface, et qu'il serait erroné de comptabiliser comme ayant été captées par la bulle. Au cours du franchissement de cette zone, l'eau claire remplace la suspension qui a été entraînée dans le sillage des bulles.

Les particules sont libérées par les bulles à la surface libre, en ④, où elles sont récupérées.

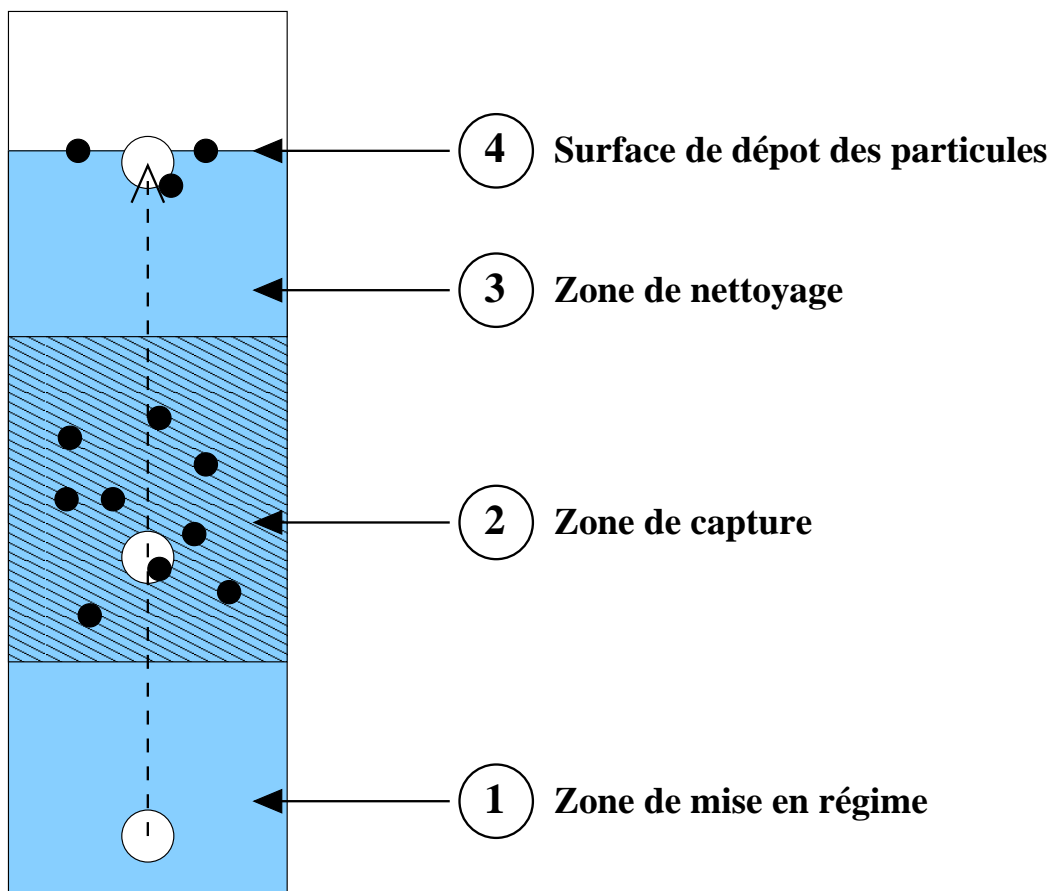


FIG. 2.1 – Principe général de l'expérience

**Contraintes de mise en oeuvre** La réalisation d'un tel dispositif à partir de ce simple principe de base s'accompagne du respect d'un certain nombre de contraintes dont les origines sont détaillées ci-dessous, en commençant par la zone où les bulles sont créées.

Les études analytiques et les simulations numériques destinées à établir l'efficacité de capture concernant des bulles sphériques, citons par exemple les travaux analytiques de Sutherland (1948), Gaudin (1957), ou numériques de Nguyen (1998). Dans l'objectif de comparer nos résultats avec leurs travaux,

et également avec les simulations que nous avons réalisées, il s'agira donc de produire des bulles sphériques. Cependant, la réalisation technique d'une bulle isolée sphérique n'est pas aisée, car elle doit être de très petite taille (de l'ordre du millimètre pour une bulle d'air dans de l'eau, système que nous avons choisi). Il arrivera que certaines bulles soient très légèrement ellipsoïdales, mais dans tous les cas, leur trajectoire reste rectiligne. Dans cette zone dite de production des bulles, les bulles doivent atteindre leur vitesse limite d'ascension, avant de rencontrer la zone contenant la suspension de particules solides. Là aussi, c'est dans l'objectif de mesurer une efficacité de capture à vitesse constante et maîtrisée, que l'on pourra comparer aux données de la littérature. Ceci conduira à une hauteur minimale pour cette zone.

Le concept de bulle isolée nécessite d'une part une distance minimale entre la bulle et les parois du dispositif, et, d'autre part, une distance minimale entre deux bulles successives. Dans les deux cas, il s'agit d'éviter les interactions hydrodynamiques et de se placer dans des conditions comparables aux études analytiques et numériques. En effet, dans son mouvement, une bulle induit une perturbation dans le liquide qui l'entoure. Si les parois latérales sont trop proches, elles réfléchissent la perturbation, et le mouvement de la bulle s'en trouve perturbé. De même, une seconde bulle qui suit de trop près la première interagit avec son sillage. Le mouvement des deux bulles s'en trouve également perturbé. Le dispositif doit donc avoir une largeur suffisante et permettre le contrôle de la fréquence de production des bulles.

La zone centrale contenant la suspension doit être insérée sans mélange entre deux zones d'eau claire, afin de contrôler la longueur de suspension traversée par les bulles, ainsi que sa concentration en particules. Dans cet objectif un dispositif original a été mis en place. Le choix des particules mises en suspension (taille, masse volumique) doit être fait de façon à éviter que leur sédimentation ne vienne trop modifier la longueur de la zone de capture pendant l'expérience. De fait, compte tenu des autres contraintes portant sur les particules solides, ceci conduira à limiter la durée de chaque expérience.

La zone de nettoyage du sillage doit être suffisamment haute pour que le sillage des bulles ait été renouvelé avec de l'eau pure. Cette hauteur a été évaluée sur la base de simulations numériques.

La récupération des particules solides amenées à la surface par les bulles a nécessité une longue mise au point. Le dispositif qui nous a semblé le plus approprié sera présenté plus loin. Son principe est de balayer la surface où éclatent les bulles avec un léger courant liquide, et de récupérer tout le liquide dans un récipient situé en haut de colonne dont la forme a été imaginée pour cette étude.

Le comptage des particules récupérées par ce dispositif est réalisé à l'aide d'un compteur de particules décrit plus loin. Pour assurer un fonctionnement correct de cet appareil, il faut maîtriser le débit de liquide passant, rester dans une gamme de concentration en particules, et ne pas dépasser un nombre maximal de particules pour une même analyse. Ceci a conduit à limiter le nombre de particules captées, donc la hauteur de la zone de capture (longueur traversée par les bulles). De plus, la procédure expérimentale de comptage a nécessité une longue mise au point pour mesurer le nombre de particules capturées, mais

aussi la concentration initiale (en nombre de particules par unité de volume) présente dans la zone de capture et le bruit de fond correspondant aux quelques particules présentes dans l'eau pure.

Les paramètres  $Re_b$ ,  $d_p/d_b$ ,  $\theta_{cont}$  et  $St_p$  qui conditionnent l'efficacité de capture doivent être déterminés pour chaque expérience. Cela nécessite sur l'installation de prévoir la mesure de la taille et de la vitesse des bulles. Ceci est réalisé par l'acquisition et l'analyse d'images prises généralement dans la zone de création des bulles, et parfois dans la zone de capture. La mesure de la taille et de la distribution de taille des particules solides est faite sur les lots de particules (billes de verre), préalablement tamisées pour ne retenir que la fraction granulométrique permettant de respecter de petites valeurs du nombre de Stokes  $St_p$ , et une vitesse de sédimentation limitée.

Enfin, une grande attention a été portée aux propriétés physico-chimiques des particules et de l'eau utilisées afin de limiter leur influence, car l'objectif est de déterminer l'efficacité du processus de collision, purement hydrodynamique. Il était donc très important de se placer dans des conditions telles que chaque collision conduise à une capture effective.

La nature et les propriétés des systèmes (bulles, particules solides et eau) utilisés dans l'expérience mise en place sont présentées dans la section 2.2. Le dimensionnement du dispositif est traité dans la section 2.3. La description technique du dispositif final est récapitulée dans la section 2.4. Les techniques de mesure et les protocoles expérimentaux liés sont détaillés respectivement dans les sections 2.5 et 2.6. Les résultats et leur analyse sont présentés dans la section 2.7.

## 2.2 Nature et propriétés physiques des bulles, des particules solides et de l'eau

### 2.2.1 Bulles

#### Dispositif de production des bulles

Le dispositif expérimental doit permettre la production de bulles «isolées» et de petite taille. Les dispositifs basés sur la dépressurisation de gaz dissous, couramment utilisés dans les installations de flottation, provoqueraient l'émission d'un nuage de bulles. Ils ont donc été écartés. Les dispositifs classiques comprenant une chambre de haute pression avant un orifice délivrant les bulles ne permettent pas le contrôle complet de l'émission. En particulier, ces systèmes génèrent une phase de mise en régime et une phase d'arrêt impossibles à éliminer. Ces temps de latence sont inadaptés à la maîtrise du nombre et de la fréquence des bulles. Ces dispositifs ont donc été également écartés.

Le moyen le plus adapté est l'utilisation d'un capillaire alimenté par une seringue manœuvrée automatiquement par un pousse-seringue. En effet, la production des bulles est alors volumétrique : c'est le volume balayé par le piston qui détermine le nombre de bulles émis, leur taille dépendant du diamètre du capillaire. Pour mettre le système capillaire/seringue à la pression de travail



équilibrant la hauteur d'eau présente dans la colonne, la seringue est connectée à un réseau d'air comprimé. Dans ces conditions, la production de bulles calibrées démarre dès la mise en route du pousse seringue. L'air fourni par le réseau est comprimé par un compresseur à vis, puis séché.

### Tension superficielle entre l'air et l'eau

La tension superficielle entre l'air et l'eau est de  $72 \text{ mN.m}^{-1}$ . Cette valeur a été vérifiée pour l'eau permutée utilisée.

### Taille

Comme on l'a vu dans la partie bibliographique, des bulles d'air dans de l'eau restent sphériques à leur vitesse limite d'ascension tant que leur diamètre  $d_b$  reste inférieur à  $1 \text{ mm}$ . Au delà, elles deviennent ellipsoïdales, mais conservent une trajectoire rectiligne tant que le diamètre n'excède pas  $1,5 \text{ mm}$ .

Quand une bulle est produite dans un liquide au repos et à faible débit de gaz (régime bulle à bulle), la formule classique de Tate exprime l'équilibre au détachement entre la force de tension interfaciale qui maintient attachée la bulle à l'orifice et la force de flotabilité qui, elle, tend à l'arracher. Cette expression relie le diamètre  $d_b$  des bulles créées au diamètre du capillaire  $d_{Ta}$ , elle permet de calculer le diamètre du capillaire nécessaire pour produire des bulles d'un diamètre  $d_p$  donné :

$$d_{Ta} = (\rho_l - \rho_{air}) g \frac{d_b^3}{6\sigma_{gl}} \quad (2.1)$$

Cette loi suppose qu'il n'y a pas d'effet dynamique (inertie du fluide, masse ajoutée) dû à la croissance de la bulle (croissance lente) ou au mouvement du fluide environnant. Appliquée au cas de bulles d'air dans de l'eau, cette loi montre que des bulles de diamètre  $d_b$  inférieurs à  $1 \text{ mm}$  de diamètre sont produites par des orifices de diamètre  $d_{Ta}$  inférieurs à  $22 \mu\text{m}$ . Pour mémoire, la production de bulles de diamètre  $d_b$  inférieurs à  $0,5 \text{ mm}$  requiert des orifices de diamètre  $d_{Ta}$  inférieurs à  $8 \mu\text{m}$  ! Pour atteindre de tels diamètres de capillaires, nous avons utilisé des capillaires de verre étirés à chaud, sans atteindre vraisemblablement des diamètres inférieurs à  $8 \mu\text{m}$ . En effet, les bulles mesurées dans les expériences ont un diamètre  $d_b$  compris entre  $0,5$  et  $1,5 \text{ mm}$ .

## 2.2.2 Particules solides

### Nature des particules solides

Les particules choisies pour réaliser les expériences de flottation sont des billes de verre de grenailage de granulométrie comprise entre  $5 - 50 \mu\text{m}$ . Ces billes ont été fournies par la société Marteau et Lemarié. Comme on peut le voir sur la figure 2.2, ces particules peuvent être considérées comme sphériques, ce qui constitue un avantage important pour notre étude. En effet, il était important d'éviter des effets hydrodynamiques incontrôlés (portance par exemple) qui pourraient être dûs à des particules non sphériques. Le matériau se rapproche



FIG. 2.2 – Billes de verre

du quartz utilisé dans les expériences de Ralston and Dukhin (1999). Le verre, comme le quartz, peut voir ses propriétés de surface modifiées par des traitements chimiques afin rendre les particules plus ou moins hydrophobes. Cette possibilité a motivé ce choix, même si elle n'a finalement pas été mise en oeuvre pour des raisons de temps.

### Propriétés physiques

La masse volumique des particules est de  $2363 \text{ kg.m}^{-3}$ . Elle a été mesurée avec un densimètre de Lechâtellier. Le densimètre est initialement rempli d'eau et la masse de l'ensemble est mesurée. Les billes de verre sont ensuite introduites dans le densimètre. Le col étroit et gradué du densimètre permet de mesurer la variation de volume, qui est rapportée à la variation de masse.

Le degré d'hydrophobie des billes de verre a été déterminé par la mesure de l'angle de contact  $\theta_c$  entre l'eau et ces billes de verre. C'est ce même paramètre qui a été mesuré par Ralston and Dukhin (1999). La mesure de  $\theta_c$  a été effectuée par le test de Washburn, les valeurs mesurées sont comprises entre  $53^\circ$  et  $64^\circ$ . Le principe du test de Washburn est de mesurer par pesée la vitesse de montée capillaire d'un liquide dans une colonne de poudre (ici la poudre constituée des billes de verre). La variation temporelle de la masse mesurée obéit à la loi suivante :

$$m^2(t) = K \cos \theta_c \times t \quad (2.2)$$

avec

$$K = C \frac{\sigma_{gl} \rho_l^2}{\mu_l} \quad (2.3)$$

où  $m$  est la masse de liquide qui est montée par capillarité au cours du temps  $t$ , et  $C$  une constante qui caractérise le milieu pulvérulent (liée à la taille

des pores constitués par les interstices entre particules). La constante  $C$  dépend du tassement de la poudre, qui conditionne la porosité du lit et le diamètre équivalent du réseau de capillaires qu'il constitue. Elle est déterminée par une mesure préliminaire avec un liquide mouillant (pour lequel le  $\cos \theta_c$  vaut 1), ici de l'hexane. La validité de la mesure suppose que l'on soit capable de conserver les mêmes conditions de tassement entre l'expérience préliminaire et les mesures proprement dites. D'un point de vue pratique, on utilise une même masse de particules (ici 5 g) et on les tasse avec un barreau métallique de diamètre égal à celui de l'éprouvette de mesure, en appliquant sur ce barreau une masse identique. Notons que la loi proposée plus haut par Washburn n'est valable que si la hauteur maximale de montée capillaire dans les interstices est largement supérieure à la hauteur de l'éprouvette, ce qui était le cas ici pour les deux liquides. De plus, dans ce cas, il est possible a posteriori de vérifier que les volumes des deux liquides ayant pénétré les pores quand l'ensemble du lit a été mouillé sont identiques, ce qui permet de supposer que la structure du lit, elle aussi, est identique.

L'appareil de mesure, modèle 3S Bal 285 de la société GBX Instruments, permet de mesurer  $m$  au cours du temps.

### Taille et distribution de taille

La taille des billes de verre est un paramètre important pour la réalisation de nos expériences. D'une part, les particules doivent avoir un diamètre  $d_p$  très inférieur au diamètre  $d_b$  des bulles ( $d_p/d_b \ll 1$ ), critère simplifié qui permet de pouvoir considérer que les particules suivent la trajectoire du fluide et que l'on peut négliger les interactions hydrodynamiques entre la bulle et la particule. D'autre part, leur vitesse de sédimentation  $V_s$  doit être faible par rapport à la vitesse d'ascension de ces mêmes bulles  $V_t$  afin de pouvoir négliger la part de la sédimentation dans le processus de capture (*cf.* 1).

Si l'on considère les plus petites bulles que l'on est capable de créer (0,5 mm de diamètre), et si on admet comme raisonnable un rapport maximum  $d_p/d_b = 0.05$ , cela fixe pour les particules un diamètre maximal  $d_p$  de 25  $\mu m$ .

Pour ces particules de 25  $\mu m$ , la vitesse de sédimentation peut être estimée par l'expression de Stokes (1.34) donnée dans la section 1.3.3 :

$$V_s = \frac{(\rho_p - \rho_l) g d_p^2}{18\mu_l}$$

qui donne une vitesse de sédimentation de 0,47 mm.s<sup>-1</sup> pour les billes de verres de ce diamètre maximal.

Comme présenté dans le chapitre précédent, l'expression suivante de la vitesse  $V_t$  d'ascension des bulles a été obtenue à partir de l'équation de la trajectoire, permettant par itération de calculer  $V_t$  :

$$V_t = \sqrt{\frac{4}{3} g \frac{d_b}{C_d(Re_b)}} \quad (2.4)$$

en prenant pour  $C_d(Re_b)$  l'expression correspondant à l'état de contamination de la bulle (*cf.* 1). L'application à une bulle contaminée de diamètre  $d_b = 0.5 mm$ ,

le cas où la vitesse sera la plus faible, donne une vitesse  $V_t$  de  $5 \text{ cm.s}^{-1}$ . Le rapport des vitesses  $V_s/V_t$  d'une bille de verre de diamètre  $d_p$  de  $25 \mu\text{m}$  et d'une bulle contaminée de diamètre  $d_b$  de  $0,5 \text{ mm}$  s'établit alors à  $0,9 \%$ .

L'utilisation de billes de verre de diamètre  $d_p$  inférieur à  $25 \mu\text{m}$  permet donc de satisfaire les deux critères de rapports de taille  $d_p/d_b < 1$  et de vitesse de sédimentation  $V_s/V_t < 1$ .

D'après les données du fournisseur, le diamètre  $d_p$  des billes de verre est compris entre  $5$  et  $50 \mu\text{m}$ . Un tamisage de ces particules à  $25 \mu\text{m}$  a donc été mis en place. Quatre lots de billes de verre ont été produits par tamisage. Chacun est constitué de billes de verres passées, en plusieurs passages de  $15$  à  $30 \text{ min}$ , au travers d'un tamis de marque Retsch et de maille  $25 \mu\text{m}$ , monté sur une tamiseuse Retsch AS200 digit.

Les données brutes de répartition granulométrique en nombre de chacun de ces lots sont données en annexe B. Les figures 2.3 et 2.4 présentent respectivement les densités de répartition en nombre et les répartitions cumulées. Les mesures sont réalisées par un granulomètre à diffraction LASER Mastersizer 2000 de Malvern Instruments, sur des suspensions de particules dans de l'eau déminéralisée. Plusieurs essais de mesure ont montré qu'il était nécessaire d'éviter l'agglomération des plus fines particules, ce qui a été réalisé par l'ajout d'un tensio-actif, le dodécyl-sulfate de sodium. Sur la figure 2.3 on peut voir que les particules les plus nombreuses ont un diamètre qui se situe entre  $16$  et  $18 \mu\text{m}$ , suivant les lots. Dans tous les cas, la mesure ne détecte pas de particules de taille inférieure à  $8 \mu\text{m}$  en quantité mesurable. La largeur de la distribution de taille diffère légèrement d'un lot à l'autre. Il sera donc nécessaire de tenir compte de cette variation dans l'analyse des expériences, l'origine des particules a donc été scrupuleusement notée. La figure 2.4(a) montre que seulement  $70 \%$  des particules du lot 1 ont un diamètre inférieur à  $25 \mu\text{m}$ . En revanche, c'est le cas pour plus de  $80 \%$  des particules des lots 3 et 4 (figures 2.4(b) et 2.4(c)). Le lot 4, quant à lui, présente plus de  $95 \%$  de particules de taille inférieure à  $25 \mu\text{m}$ .

## Vitesses de sédimentation

La vitesse de sédimentation  $V_s$  des particules peut être calculée par l'expression (1.34) définie dans la section 1.3.3.  $V_s$  est tracée sur la figure 2.5 pour des billes de verre en fonction de  $d_p$  dans la gamme de diamètres des lots tamisés.

Cette vitesse a été utilisée pour calculer la distance  $d$  parcourue en fonction du temps (figure 2.6) par ces mêmes particules afin d'évaluer l'effet de la sédimentation pendant le temps de l'expérience. Pour les plus grosses particules ( $d_p = 25 \mu\text{m}$ ), cette distance n'excède pas  $3 \text{ cm}$  au bout d'une minute.

### 2.2.3 Eau

#### Pureté chimique

L'eau claire utilisée dans les parties hautes et basses de l'installation, pour fabriquer la suspension, ainsi que pour nettoyer le système, est produite à par-

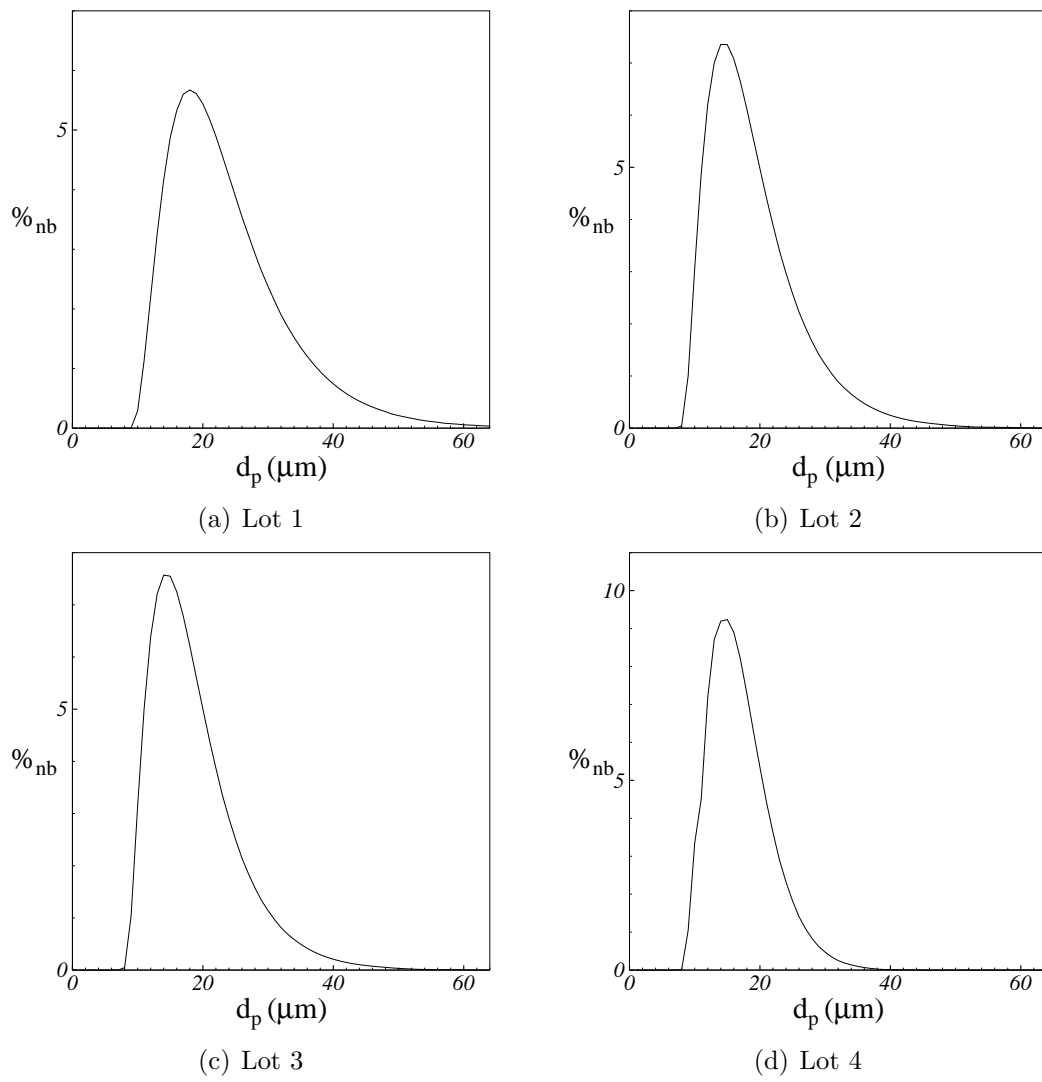


FIG. 2.3 – Répartition granulométrique en nombre des lots de particules.

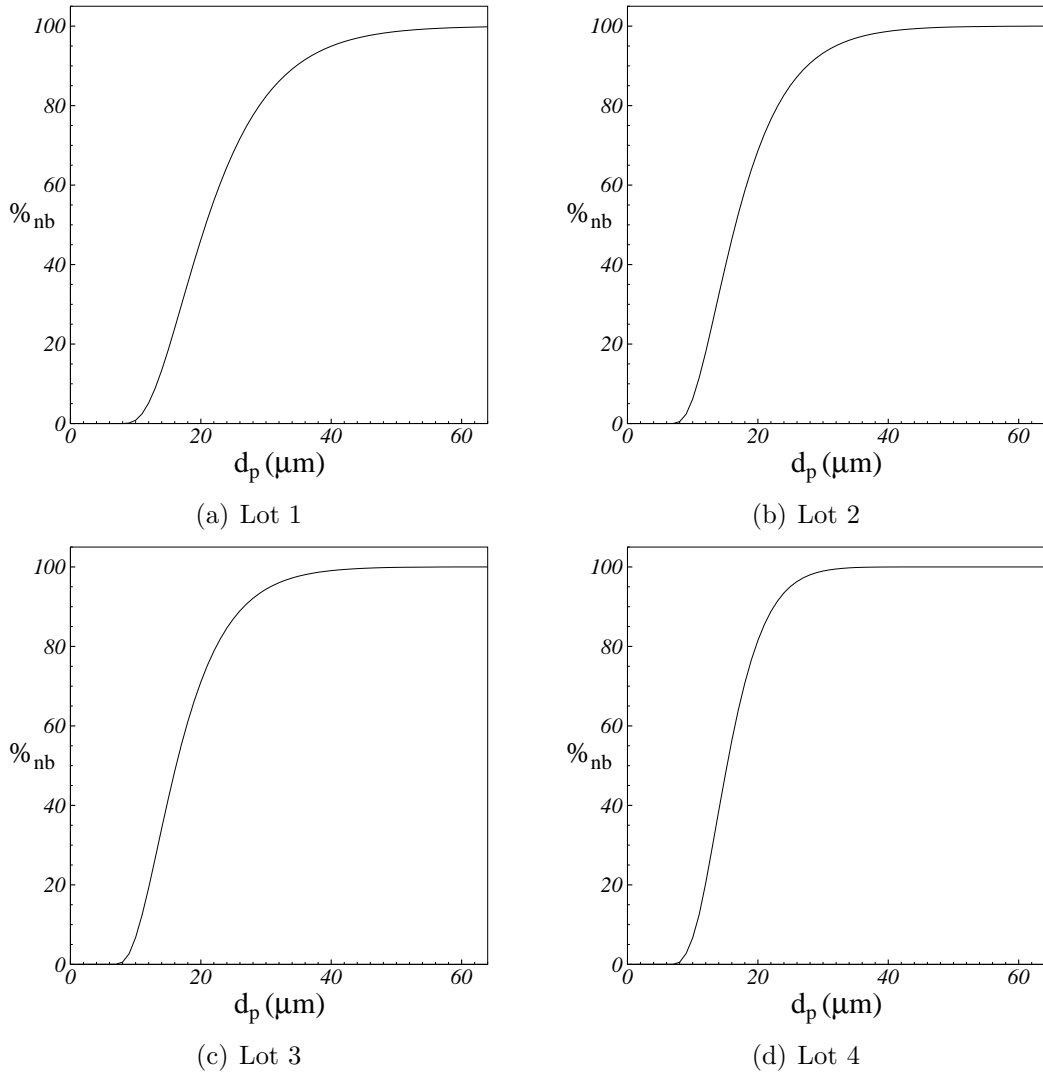


FIG. 2.4 – Répartition granulométrique cumulée en nombre des lots de particules.

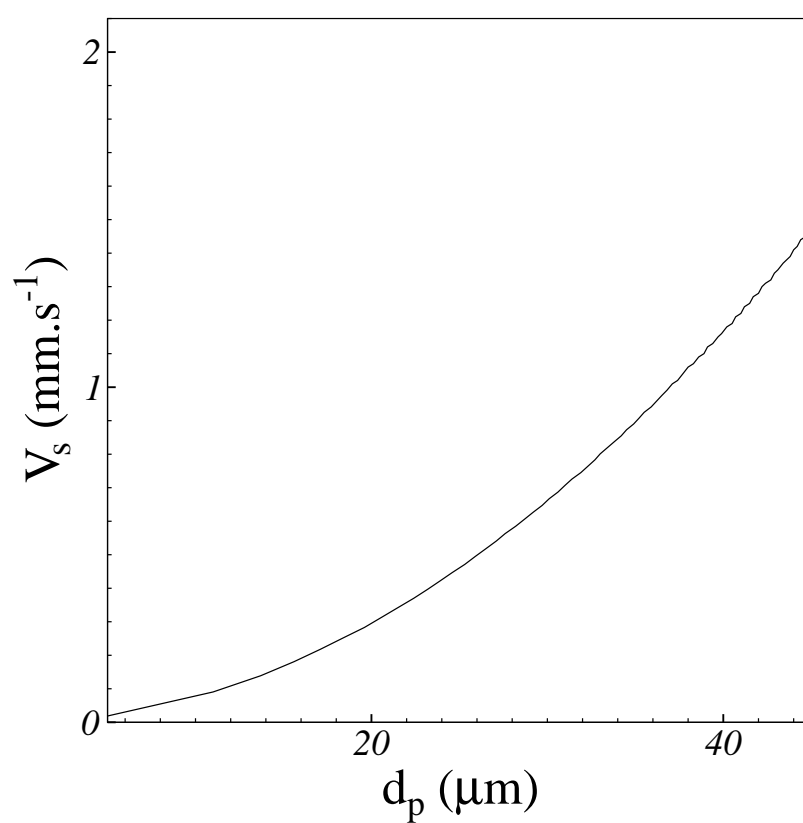


FIG. 2.5 – Vitesse de sédimentation des particules de verre en fonction de leur taille.

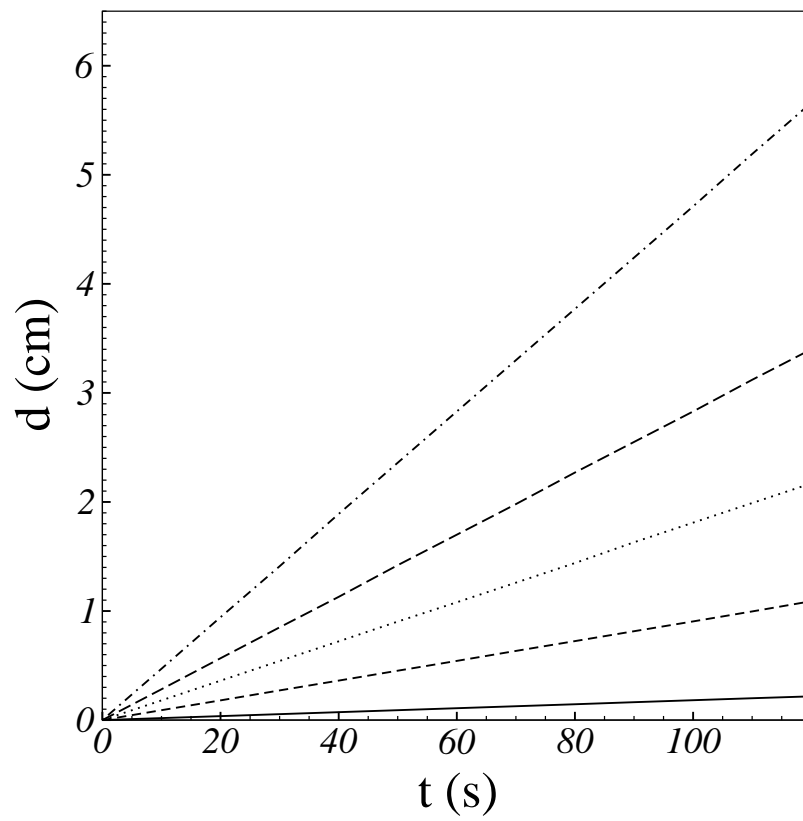


FIG. 2.6 – Distance parcourue par les particules en fonction du temps de sédimentation. — :  $d_p = 5 \mu m$  ; - - :  $d_p = 10 \mu m$  ;  $\cdots$  :  $d_p = 15 \mu m$  ; - - - :  $d_p = 20 \mu m$  ; - . - :  $d_p = 25 \mu m$ ..



tir de l'eau du réseau urbain. Elle passe dans un système AQUASOURCE, où elle est filtrée à  $1\ \mu m$ , puis déminéralisée par un passage au travers de résines échangeuses d'ion. La conductivité est mesurée à l'intérieur du dispositif expérimental avec une sonde pour eau ultra-pure, de marque WTW, modèle LR235/01.

Des variations de conductivité sont observées suivant la qualité de l'eau du réseau et des résines échangeuses d'ion. Pour chaque expérience, les valeurs mesurées sont reportées dans le tableau 2.1 page 112 qui résume les conditions expérimentales. La conductivité varie entre  $0,62\ \mu S.cm^{-1}$  et  $8,79\ \mu S.cm^{-1}$ , et garde, en moyenne, une valeur proche de  $1\ \mu S.cm^{-1}$ . Pour comparaison, la conductivité de l'eau du réseau varie autour de  $200\ \mu S.cm^{-1}$ . Compte tenu de la quantité d'eau utilisée pour réaliser les expériences, nous n'avons pas mis en place de système de traitement supplémentaire. Notons que, du point de vue de la quantité d'espèces solubilisées, une eau est considérée comme ultra-pure pour une conductivité en-dessous de  $0,5\ \mu S.cm^{-1}$  (Ralston et al. (1999a)).

Le dispositif de traitement ne garantit pas l'absence de substances tensio-actives non chargées. Toutefois, on verra par la suite que la mesure des vitesses d'ascension des bulles et de leur diamètre montre que le taux de contamination des interfaces reste très faible, ce qui est le signe d'une eau de grande pureté au sein de l'installation.

### Masse volumique et viscosité

La température de l'eau pouvant varier d'une manière conséquente entre les différentes expériences, de  $20,4\ ^\circ C$  à  $28,4\ ^\circ C$ , les valeurs utilisées pour la masse volumique et la viscosité dynamique tiennent compte de cette variation. La figure 2.7 montre les décroissances de la masse volumique et de la viscosité dynamique de l'eau avec l'augmentation de température, dans la gamme d'utilisation. Les valeurs utilisées pour chaque expérience sont reportées dans le tableau 2.1.

La viscosité d'une suspension peut être différente de celle de l'eau pure. Afin d'évaluer l'importance de cet effet dans notre cas, l'évolution de la viscosité  $\mu_s$  de la suspension avec la fraction volumique  $\Phi$  de particules en suspension a été calculée par la relation d'Einstein. Cette relation s'applique pour des particules sphériques en faible concentration :

$$\mu_s = \mu_l (1 + 2,5\Phi_p) \quad (2.5)$$

Pour des raisons liées au comptage des particules, que nous expliciterons dans la section 2.5.2, les suspensions utilisées ne dépassent pas  $16000\ p.mL^{-1}$ . Le terme  $2,5\Phi$  vaut alors  $3 \times 10^{-4}$ , ce qui est négligeable par rapport à 1. En conséquence, la viscosité de la suspension peut être considérée comme étant celle de l'eau.

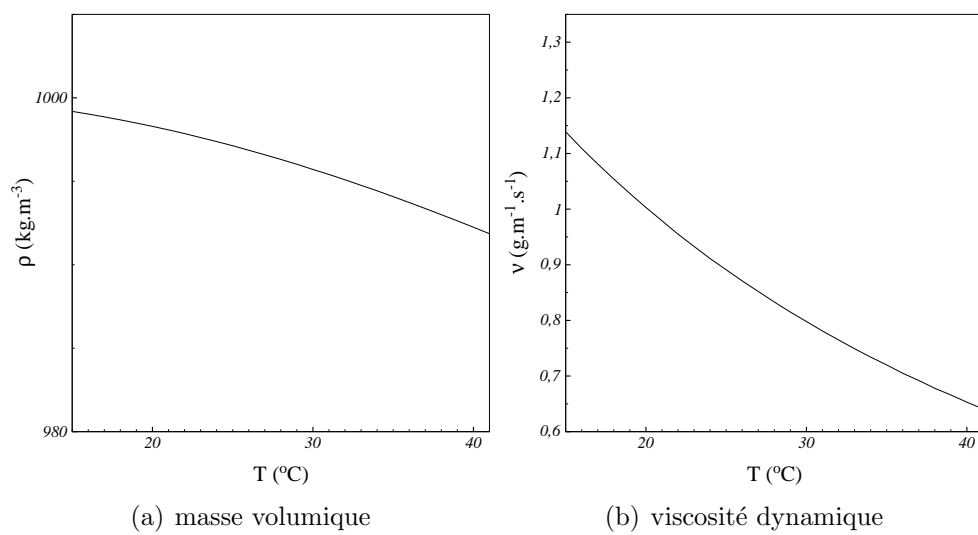


FIG. 2.7 – Propriétés de l'eau

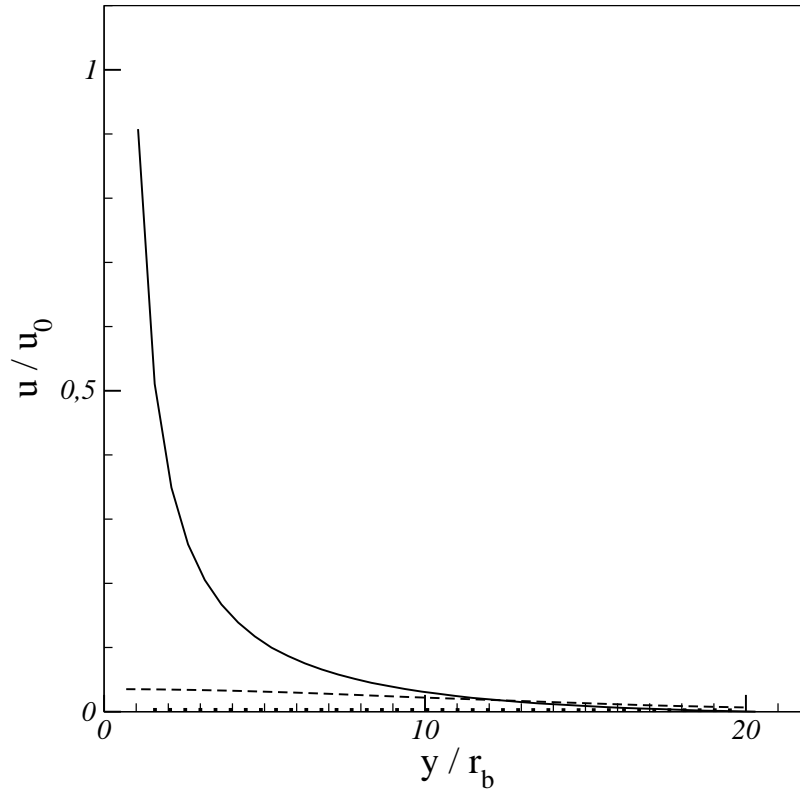


FIG. 2.8 – Décroissance de la vitesse verticale, suivant différentes coupes horizontales. — :  $x=0$  ; - - - :  $x=20 r_b$  ;  $\cdots$  :  $x=60 r_b$ .

## 2.3 Dimensionnement de l'installation expérimentale

Avant de construire l'installation expérimentale dont les caractéristiques techniques sont décrites plus loin, nous avons évalué ses dimensions principales afin de respecter les objectifs assignés à l'expérience vus précédemment. Ces calculs préliminaires concernent, dans l'ordre dans lequel ils sont abordés :

- la largeur de la colonne expérimentale ;
- la hauteur de la zone de création des bulles ;
- la fréquence d'émission des bulles ;
- la hauteur de la zone de capture ;
- la hauteur de la zone de nettoyage des sillages.

### 2.3.1 Largeur de la colonne expérimentale

Si une bulle évolue dans un milieu trop confiné, la perturbation qu'elle engendre par son déplacement n'a pas le temps de se dissiper avant d'atteindre les parois du système. Cette perturbation se réfléchit alors sur les parois et revient perturber le mouvement de la bulle.

La figure 2.8 montre trois profils de la vitesse verticale du fluide normée par la vitesse d'ascension de la bulle dans différentes sections horizontales situées

au niveau du centre de la bulle ( $x = 0$ ) et à l'arrière de la bulle, à  $x = 20 r_b$  et à  $x = 60 r_b$ . Ces vitesses ont été obtenues par des simulations numériques directes des équations de Navier-Stokes, pour une bulle contaminée, de nombre de Reynolds  $Re_b = 0,01$ . L'étendue de la perturbation engendrée par une bulle est inversement proportionnelle au nombre de Reynolds  $Re_b$  et la perturbation est d'autant plus grande que la bulle est contaminée, à cause de l'immobilisation de la surface. Cet écoulement donne donc une bonne idée de la distance maximale à laquelle la perturbation s'étend. La figure montre que la perturbation a une étendue horizontale maximale au niveau de la bulle. En effet, à partir d'une distance, vers l'arrière de la bulle, de vingt fois son rayon, la vitesse du fluide est quasi-nulle, sur toute la section horizontale. Au contraire, au niveau de la bulle, il faut s'éloigner, horizontalement, de vingt fois le rayon de la bulle pour retrouver le fluide au repos. Ainsi, une bulle, pour ne pas ressentir les effets du confinement, doit évoluer dans un milieu qui s'étend sur au moins vingt fois son rayon. Pour une bulle de  $1,5 \text{ mm}$  cela correspond à une étendue de  $6 \text{ cm}$  de large si la bulle passe au centre. La colonne expérimentale a ainsi une section carrée de  $10 \text{ cm}$  de côté. Tout effet de confinement latéral est donc évité dans la gamme des diamètres de bulles et des nombres de Reynolds mis en œuvre.

### 2.3.2 Hauteur de la zone de création des bulles

La zone de création des bulles doit permettre à une bulle de se former et d'atteindre sa vitesse limite d'ascension avant de capturer des particules. La hauteur d'eau claire contenue dans la zone de mise en régime doit être suffisante pour permettre cette mise en vitesse. Nous avons vu précédemment que la vitesse terminale  $V_t$  d'une bulle peut être calculée en fonction de son diamètre  $d_b$  et du taux de contamination de l'interface décrit dans le modèle "stagnant cap" par l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ . Les vitesses terminales obtenues en fonction du diamètre sont tracées sur la figure 2.9 pour plusieurs taux de contamination. La contamination joue un rôle important dans la dynamique d'une bulle, or nous ne connaissons pas *a priori* son degré dans les expériences. Plusieurs degrés de contamination ont donc été envisagés. Comme attendu, à diamètre constant, la vitesse terminale des bulles est d'autant plus faible que leur degré de contamination est élevé. Par exemple, une bulle sphérique de  $1 \text{ mm}$  atteint une vitesse terminale de  $30 \text{ cm.s}^{-1}$  si elle est parfaitement propre, et seulement  $10 \text{ cm.s}^{-1}$  si elle est complètement contaminée.

Dans la phase transitoire de mise en régime, la dynamique de la bulle peut être décrite par l'équation :

$$\frac{1}{2} \rho_l \frac{\pi d_b^3}{6} \frac{dV_b}{dt} = \rho_l g \frac{\pi d_b^3}{6} - \frac{1}{2} \rho_l V_b^2 C_d(Re_b) \frac{\pi d_b^2}{4} \quad (2.6)$$

qui tient compte de la masse ajoutée, tout en négligeant la masse volumique de l'air par rapport à celle de l'eau. Pour calculer la vitesse pendant la phase de mise en régime, nous utilisons la forme approchée :

$$V_b(t) = V_t \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_b}} \right) \quad (2.7)$$

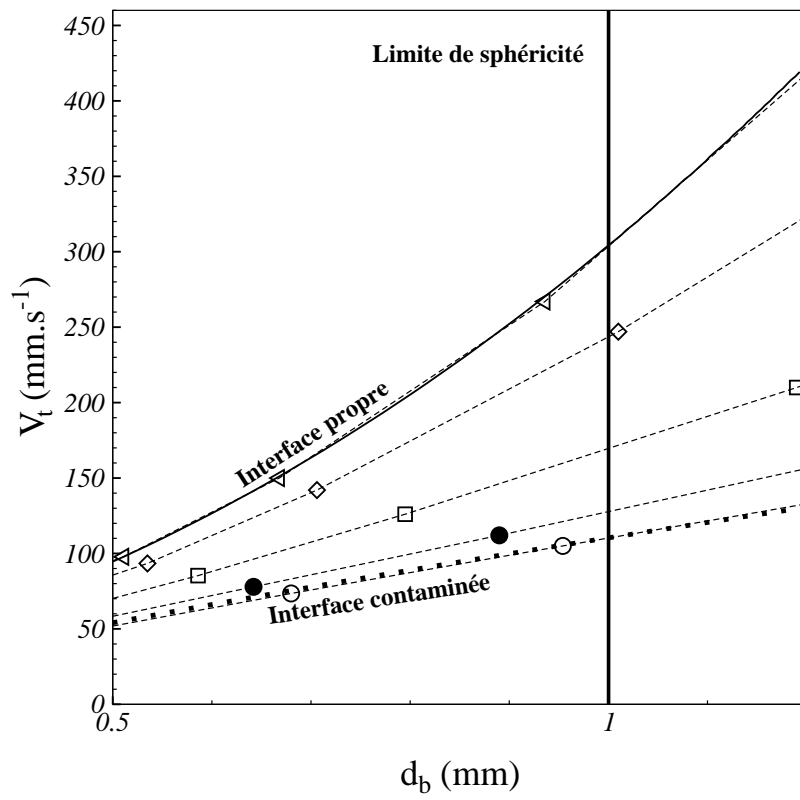


FIG. 2.9 – Vitesse terminale d'une bulle en fonction de son diamètre. — : bulle propre ;  $\cdots$  : bulle contaminée ;  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$  ;  $\bullet$  :  $\theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\square$  :  $\theta_{cont} = 112^\circ$  ;  $\diamond$  :  $\theta_{cont} = 135^\circ$  ;  $\triangleleft$  :  $\theta_{cont} = 180^\circ$ .

où  $\tau_b$  désigne le temps caractéristique de la mise en régime de la bulle. L'expression de l'ordre de grandeur du temps caractéristique  $\tau_b$  peut être estimée en utilisant la valeur du coefficient de traînée à grand nombre de Reynolds :

$$C_d = \frac{48}{Re_b} \quad (2.8)$$

on a alors :

$$\tau_b = \frac{V_t}{2g} \quad (2.9)$$

D'après la formulation (2.7), la bulle atteint 99% de sa vitesse terminale au bout d'un temps de mise en régime  $\Delta t_{\tau_b} = 5 \times \tau_b$  et parcourt durant cet intervalle de temps une distance  $D_{\tau_b} = 6 \times V_t \times \tau_b$ . Nous pouvons voir sur les figures 2.10 et 2.11 qu'une bulle de 1 mm de diamètre, si elle est parfaitement propre, met 15 ms et 3 cm pour atteindre sa vitesse terminale alors que, si elle est complètement contaminée, elle met 6 ms et n'a besoin que de 4 mm pour atteindre ce régime. Une bulle de 0,5 mm de diamètre met 5 ms et 3 mm environ à atteindre le régime permanent, si elle est propre, et un peu moins de 3 ms et 1 mm, si elle est complètement contaminée.

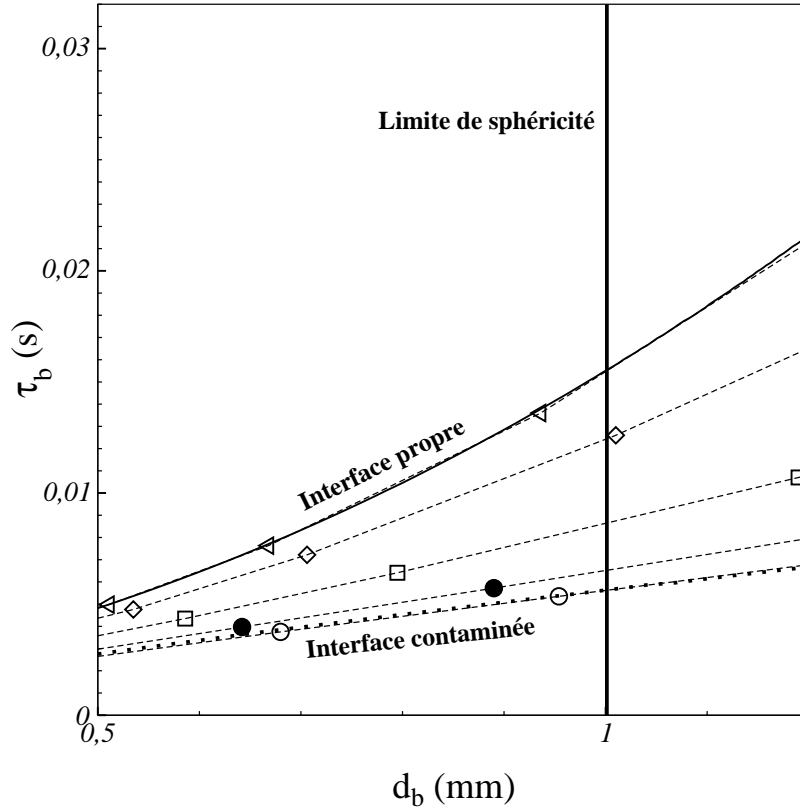


FIG. 2.10 – Temps caractéristique de la mise en régime d'une bulle en fonction de son diamètre. — : bulle propre Mei et al. (1994) ; ... : sphère solide Schiller and Nauman (1935) ;  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$  ;  $\bullet$  :  $\theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\square$  :  $\theta_{cont} = 112^\circ$  ;  $\diamond$  :  $\theta_{cont} = 135^\circ$  ;  $\triangle$  :  $\theta_{cont} = 180^\circ$ .

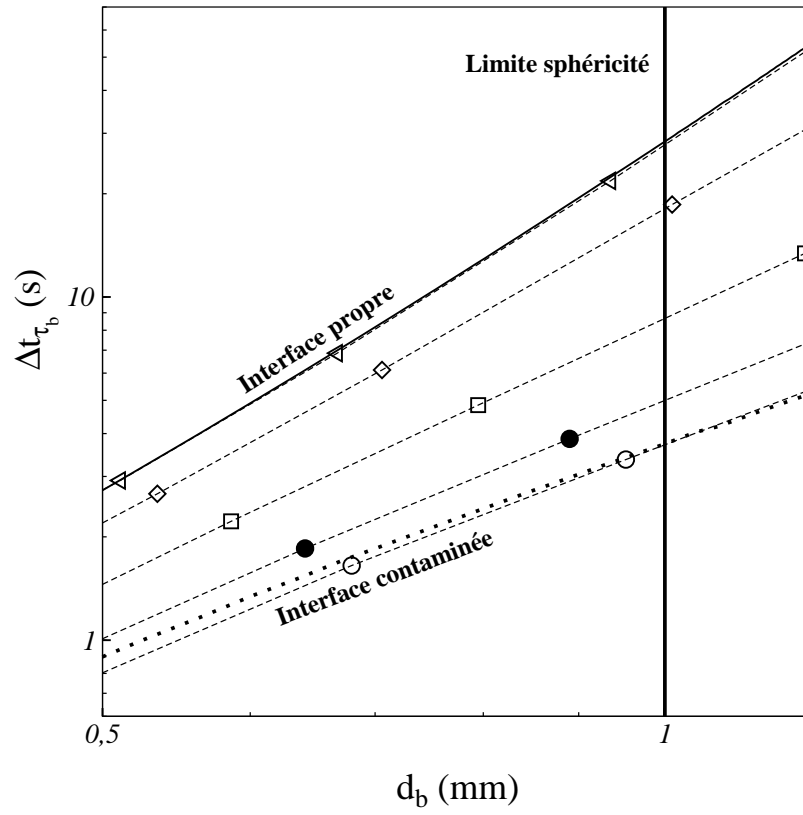


FIG. 2.11 – Distance de mise en régime d'une bulle en fonction de son diamètre.  
 — : bulle propre Mei et al. (1994) ;  $\cdots$  : sphère solide Schiller and Nauman (1935) ;  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$  ;  $\bullet$  :  $\theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\square$  :  $\theta_{cont} = 112^\circ$  ;  $\diamond$  :  $\theta_{cont} = 135^\circ$  ;  $\triangle$  :  $\theta_{cont} = 180^\circ$ .

La hauteur de la zone de mise en régime doit donc être au minimum de 3 cm durant toute l'expérience, pour permettre l'émission de bulles propres de diamètre inférieur ou égal à 1 mm.

Or, les billes de verre en suspension dans la zone de capture sédimentent durant l'expérience. Nous avons vu, dans la section 2.2.2, que des particules de 25  $\mu m$  de diamètre chutent à 0,47 mm.s<sup>-1</sup>. La distance parcourue en 2 min30 s est alors de 7 cm.

Une hauteur de 10 cm de la zone de mise en régime permet de former et de mettre en régime permanent des bulles de diamètre  $d_b$  de 1 mm pendant une durée de 2 min30 s sans qu'elles ne rencontrent de particules, dont le diamètre  $d_p$  est inférieur à 25  $\mu m$ . C'est la hauteur que nous avons choisie pour cette zone de création et de mise en vitesse des bulles, en gardant pour objectif de limiter la durée d'une expérience à des durées bien inférieures à ces 2 min30 s.

### 2.3.3 Fréquence d'émission des bulles

L'existence d'un sillage à l'arrière de chaque bulle ne permet pas une fréquence d'émission des bulles trop importante. En effet, il est nécessaire d'attendre la dissipation de la perturbation engendrée par une bulle avant d'en émettre une autre, pour conserver le principe de «bulles isolées».

Sur la figure 2.12, les vitesses verticales adimensionnelles sur l'axe de symétrie à l'aval de la bulle sont représentées pour différents degrés de contamination ((a) :  $\theta_{cont} = 0^\circ$ , (b)  $\theta_{cont} = 90^\circ$ , et (c)  $\theta_{cont} = 180^\circ$ ) et différents nombres de Reynolds (1, 10 et 500). Ces vitesses ont été calculées à l'aide de simulations numériques directes des équations de Navier-Stokes. La figure 2.12 montre que, dans tous les cas, au delà de 35 fois le rayon de la bulle, la vitesse du fluide est redevenue inférieure à 90 % de la vitesse terminale d'ascension. Au delà de 50 fois le rayon, on peut considérer que le sillage de la bulle a disparu. C'est la valeur que nous avons estimée comme convenable pour considérer que des bulles successives se comportaient comme des bulles isolées. Par exemple, pour des bulles de 1 mm de diamètre, cela conduit à un espacement de 25 mm. En utilisant les vitesses terminales calculées précédemment, nous pouvons alors déterminer une fréquence  $f_{max}$  maximale à laquelle les bulles peuvent être produites :

$$f_{max}(d_b) = \frac{V_t}{25 d_b} \quad (2.10)$$

La figure 2.13 présente cette fréquence maximale de bullage admissible en fonction du diamètre des bulles. On voit que cette fréquence chute de façon importante avec le degré de contamination de la bulle et augmente avec son diamètre. Pour des bulles propres de diamètre 0,5 mm, il ne faut pas produire plus de 8 bulles par seconde et plus de 12 bulles par seconde pour des bulles de 1 mm.

Cette fréquence maximale correspond à un débit  $Q_{max}$  :

$$Q_{max}(d_b) = f_{max} \frac{\pi d_b^3}{6} \quad (2.11)$$

La figure 2.14 présente l'évolution de ce débit d'air maximal en fonction du diamètre des bulles. On retrouve que ce débit admissible augmente quasi



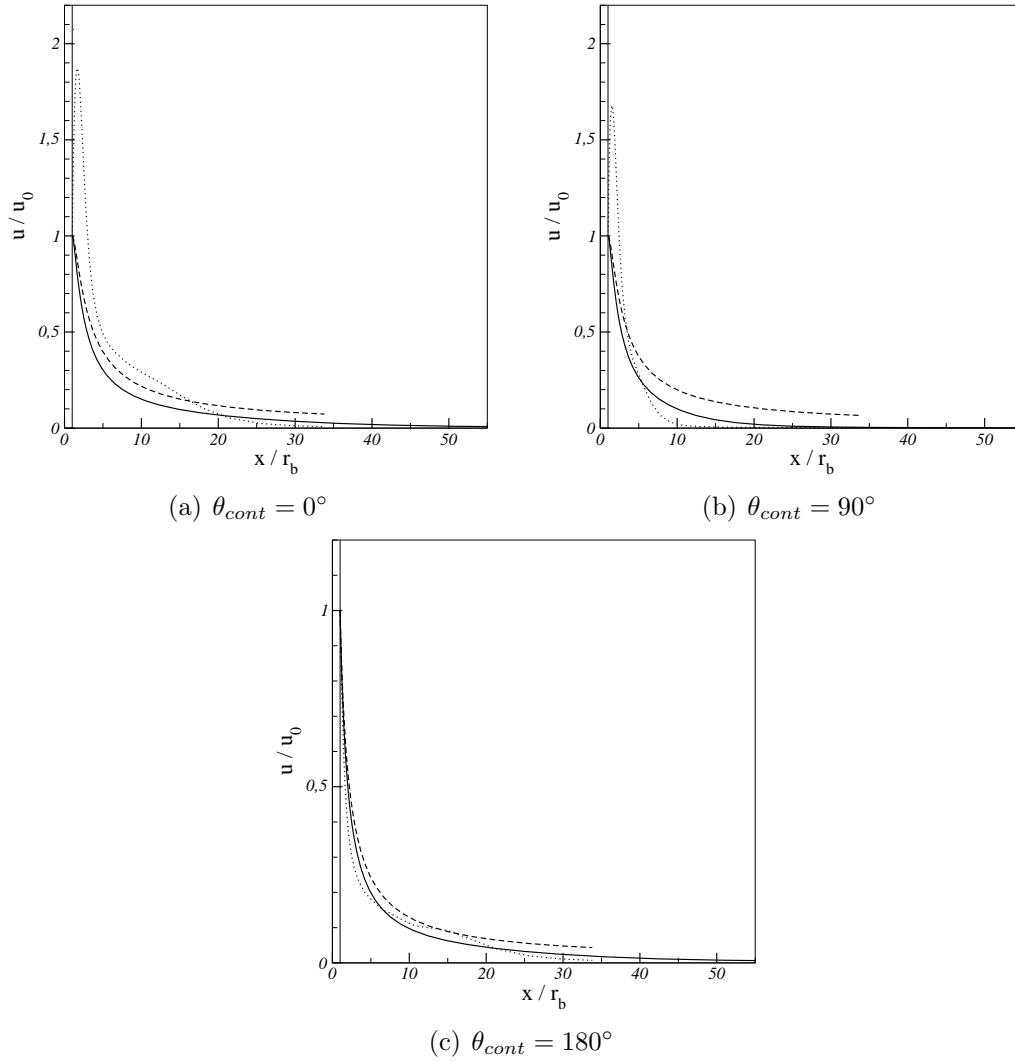


FIG. 2.12 – Décroissance de la vitesse verticale à l'arrière d'une bulle. — :  $Re_b = 1$  ; - - - :  $Re_b = 10$  ;  $\cdots$  :  $Re_b = 500$ .

linéairement avec le diamètre des bulles, et décroît avec le taux de contamination. A titre d'exemple d'ordre de grandeur, les débits admissibles pour des bulles propres de  $0,5\text{ mm}$  et de  $1\text{ mm}$  de diamètre sont de  $30\text{ }\mu\text{L.min}^{-1}$  et de  $300\text{ }\mu\text{L.min}^{-1}$  respectivement. Ces débits pourront être imposés grâce au dispositif de pousse-seringue automatique décrit plus loin.

Attendre la disparition du sillage avant de renouveler l'envoi d'une bulle a un avantage supplémentaire important : la suspension se trouvant sur le passage de la bulle est ainsi renouvelée. En effet, les bulles empruntant plus ou moins la même trajectoire, on pourrait s'attendre à une diminution de la concentration en particules au fur et à mesure de l'avancée de l'expérience. Le mouvement du liquide induit par la bulle conduit à amener un certain volume de suspension frais. On peut donc considérer que toutes les bulles traversent un milieu de concentration identique.

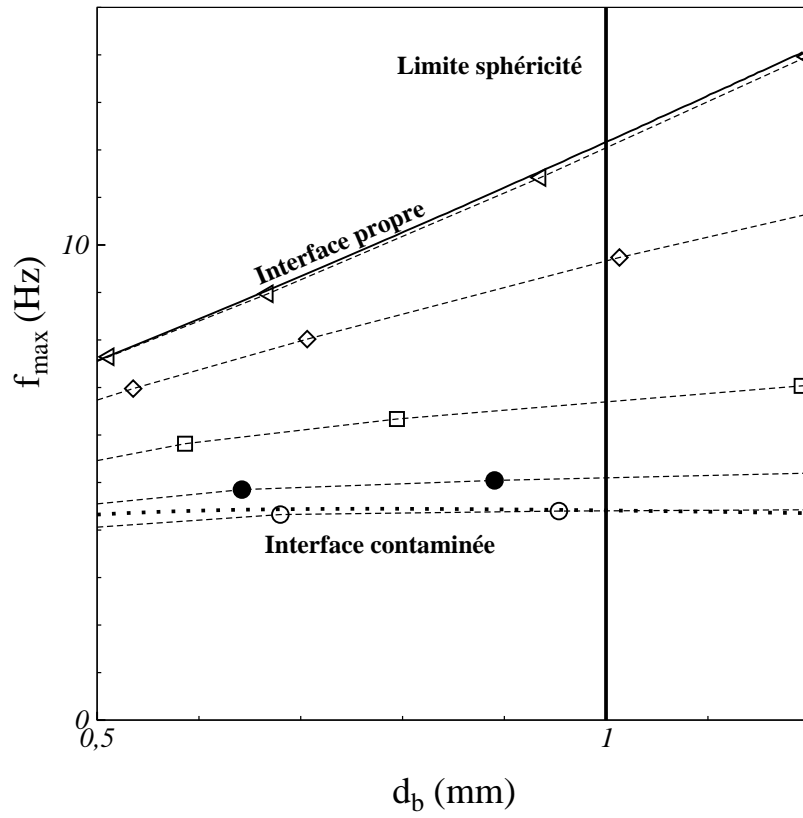


FIG. 2.13 – Fréquence maximale de production des bulles en fonction de leur diamètre. — : bulle propre Mei et al. (1994) ; ... : sphère solide Schiller and Nauman (1935) ;  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$  ;  $\bullet$  :  $\theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\square$  :  $\theta_{cont} = 112^\circ$  ;  $\diamond$  :  $\theta_{cont} = 135^\circ$  ;  $\triangleleft$  :  $\theta_{cont} = 180^\circ$ .

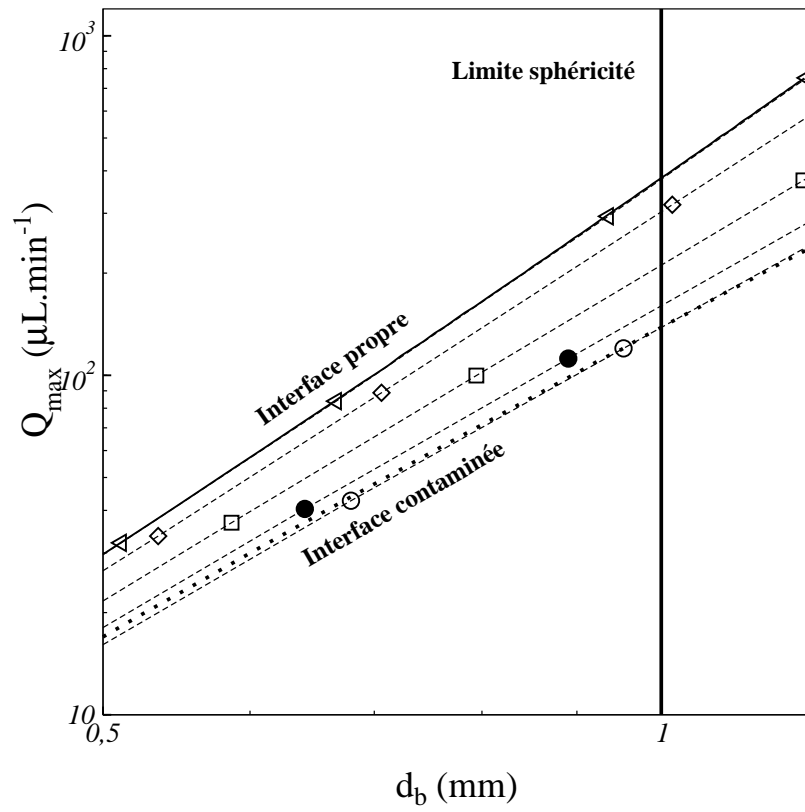


FIG. 2.14 – Débit maximal de production des bulles en fonction de leur diamètre.  
— : bulle propre Mei et al. (1994) ;  $\cdots$  : sphère solide Schiller and Nauman (1935) ;  $\circ$  :  $\theta_{\text{cont}} = 0^\circ$  ;  $\bullet$  :  $\theta_{\text{cont}} = 90^\circ$  ;  $\square$  :  $\theta_{\text{cont}} = 112^\circ$  ;  $\diamond$  :  $\theta_{\text{cont}} = 135^\circ$  ;  $\triangleleft$  :  $\theta_{\text{cont}} = 180^\circ$ .

### 2.3.4 Hauteur de la zone de capture

La zone de capture, qui est le cœur du dispositif, doit être réalisée de telle sorte qu'elle permette de mesurer l'efficacité de capture d'une bulle avec une précision acceptable. Pour cela, pour chaque expérience, on utilise un nombre de bulles proche du nombre maximal qu'autorisent la durée de l'expérience et la fréquence de bullage. Ces deux paramètres ont été examinés dans les paragraphes précédents. La précision dépend aussi du nombre de particules capturées. Pour une incertitude donnée de la procédure de comptage, plus le nombre de particules captées est grand, meilleure devrait être la précision de la mesure. Or, le nombre de particules captées est directement proportionnel à la concentration en particules dans l'installation. On aurait donc intérêt à travailler à la plus grande concentration en particules. Toutefois, il n'est pas possible de dépasser une concentration limite, fixée par le compteur de particules qui est utilisé pour déterminer la concentration en nombre effective dans la zone de capture. Cette limite, donnée par le constructeur, est de  $16000 \text{ particules.mL}^{-1}$  (nous noterons désormais  $16000 \text{ p.mL}^{-1}$  pour alléger le texte). De plus, pour chaque bulle, le nombre maximal de particules capturées ne doit pas être trop important afin de ne pas modifier sa vitesse limite d'ascension. Or, la capture de particules va, d'une part modifier sa masse, d'autre part contribuer à la contamination de son interface. Dans les deux cas, la vitesse d'ascension de la bulle risque d'être modifiée. La hauteur de la zone de capture résulte donc d'un compromis.

Afin d'évaluer le nombre de particules captées par une bulle sur une hauteur donnée, nous avons utilisé comme ordre de grandeur l'efficacité de capture maximale proposée dans la littérature. Il s'agit de l'efficacité d'une bulle propre à grand nombre de Reynolds  $E_{capt} = 3d_p/d_b$ . Toutes les évaluations qui suivent sont effectuées pour des particules solides de diamètre  $25 \mu\text{m}$ , caractéristiques des lots que nous avons utilisés. Nous allons considérer deux tailles de bulles extrêmes, de diamètres respectifs  $1 \text{ mm}$  et  $0,5 \text{ mm}$ . Pour la concentration maximale de  $16000 \text{ p.mL}^{-1}$ , une bulle de  $1 \text{ mm}$  de diamètre capture  $4,7 \text{ p.cm}^{-1}$  de hauteur de zone de capture traversée, et une bulle de  $0,5 \text{ mm}$  de diamètre capture  $2,3 \text{ p.cm}^{-1}$ .

Le nombre  $n_{pmax}$  de particules de diamètre  $d_p$  captées conduisant à une augmentation de  $X$  fois la force de flottabilité s'exerçant sur une bulle de diamètre  $d_b$  s'établit à :

$$n_{pmax} = X \frac{\rho_l}{\rho_p} \left( \frac{d_b}{d_p} \right)^3 \quad (2.12)$$

Pour une valeur de  $X$  de 10 % et un diamètre de bulle de  $1 \text{ mm}$  (respectivement  $0,5 \text{ mm}$ ), ce nombre de particules maximal s'établit à  $n_{pmax} = 2708$  (respectivement  $n_{pmax} = 338$ ). Cela conduit à des hauteurs admissibles (selon ce critère) pour la zone de capture de  $147 \text{ cm}$  (respectivement  $576 \text{ cm}$ ).

Le nombre  $n_{smax}$  de particules de diamètre  $d_p$  captées conduisant à une contamination de  $X$  fois la surface de la bulle de diamètre  $d_b$  est donné par la relation :

$$n_{smax} = X \left( \frac{d_b}{d_p} \right)^2 \quad (2.13)$$

Pour une valeur de  $X$  de 50 %, ce qui correspond à la contamination de la partie arrière de la bulle qui n'intervient pas *a priori* dans la capture et un diamètre de bulle de 1 mm (respectivement 0,5 mm), ce nombre de particules maximal s'établit à  $n_{smax} = 800$  (respectivement  $n_{smax} = 200$ ). Cela conduit à des hauteurs admissibles (selon ce critère) pour la zone de capture de 170 cm (respectivement 87 cm).

Nous avons choisi une hauteur de zone de capture de 30 cm. Sur cette hauteur, le nombre maximal de particules que l'on peut s'attendre à capturer (en prenant comme ordre de grandeur l'efficacité maximale vue plus haut) est de 141 (respectivement 69) pour une bulle de diamètre 1 mm (respectivement 0,5 mm). Ce nombre correspond à seulement 0,5 % (respectivement 2 %) de la force de flottabilité d'une bulle de 1 mm (respectivement 0,5 mm). Vis à vis de ce critère, la marge est donc très importante. En ce qui concerne la contamination de l'interface, cela correspond à 9 % (respectivement 17 %) de la surface d'une bulle de 1 mm (respectivement 0,5 mm) contaminée par les particules. Ces valeurs restent acceptables, car la contamination de l'interface ne modifie que très légèrement le coefficient de traînée aux petits angles de contamination. De plus, nous avons considéré ici des conditions très défavorables, en utilisant une valeur maximale de l'efficacité de capture.

### 2.3.5 Hauteur de la zone de nettoyage du sillage

La zone de nettoyage du sillage doit permettre de remplacer la suspension qui est entraînée par une bulle par de l'eau claire, afin que seules les particules captées par l'interface de la bulle soient amenées à la surface de l'installation, puis évacuées et comptées. Pour évaluer la hauteur nécessaire pour que ce nettoyage soit convenable, nous avons calculé la déformation d'une ligne horizontale séparant fictivement la suspension de la zone d'eau claire par le passage de la bulle. Ces calculs ont été menés en utilisant les profils de vitesse analytiques en écoulement de Stokes et en écoulement potentiel pour une bulle propre.

La figure 2.15 présente le résultat de ces calculs. On constate une déformation de la ligne de séparation des deux zones en forme de «langue» de suspension pénétrant dans l'eau claire le long de la trajectoire suivie par la bulle. Cette «langue» se rétrécit et son volume s'annule pour des distances de l'ordre de 34 fois le diamètre de la bulle en écoulement potentiel et seulement 5 fois  $d_b$  en écoulement de Stokes. Ceci signifie qu'au delà de ces distances, le sillage entraîné derrière la bulle a été totalement renouvelé par de l'eau claire. Pour des bulles propres de diamètre 1 mm, une hauteur de la zone de nettoyage des sillages de 35 mm est donc suffisante. Dans toutes les expériences, nous avons gardé une hauteur d'eau claire au dessus de la suspension au moins égale à 10 cm, permettant d'assurer, d'une part que le nettoyage était effectif même pour des bulles partiellement contaminées, et, d'autre part, que ce nettoyage continuait d'être actif pour une série de bulles successives.

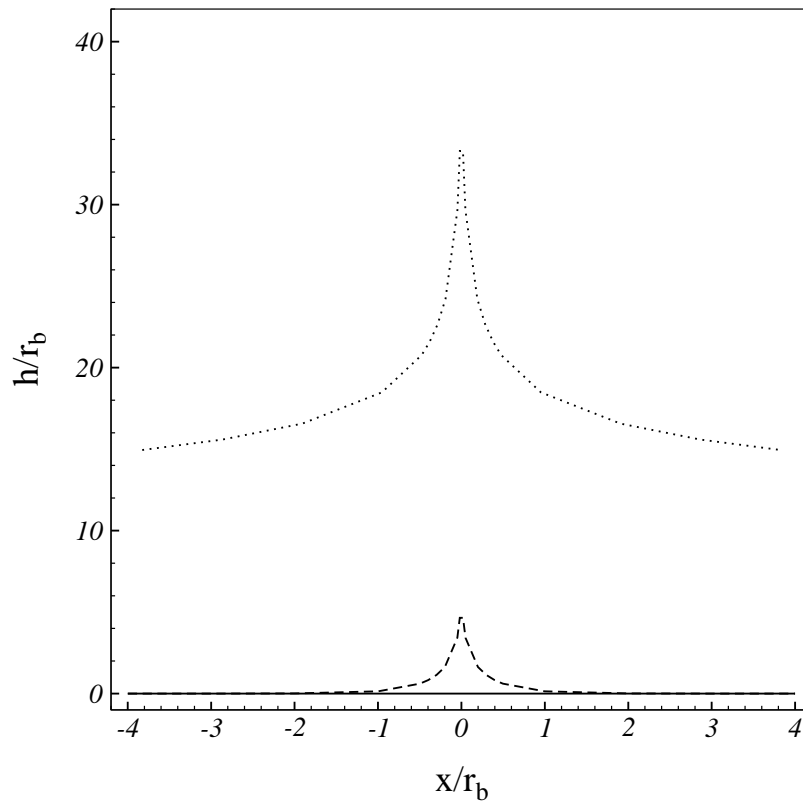


FIG. 2.15 – Déformation de la séparation entre la suspension et la zone d'eau claire par le passage d'une bulle.— : séparation à l'état initial ; - - : séparation après le passage d'une bulle pour un écoulement potentiel ;  $\cdots$  : séparation après le passage d'une bulle pour un écoulement de Stokes.

## 2.4 Description technique

Dans cette section, les caractéristiques techniques de l'installation expérimentale sont détaillées.

### 2.4.1 Colonne de flottation

L'élément principal du dispositif est une colonne en verre de section carrée de 10 *cm* de côté (intérieur) et de 55 *cm* de hauteur, divisée en trois parties par deux vannes guillotine. Cet élément principal est présenté sur la figure 2.16. Les parois sont réalisées en verre pour la mise en œuvre des techniques de visualisation et de prise d'images. Les dimensions des trois parties de la colonne



FIG. 2.16 – Colonne de flottation.

correspondent à celles préalablement évaluées dans la section précédente. La zone de création des bulles, partie basse de la colonne en verre, mesure 10 *cm* de haut. Elle supporte le système d'injection d'air. La zone de capture mesure 30 *cm* de haut. La zone de nettoyage des sillages des bulles et de récupération



FIG. 2.17 – Guillotine de séparation

des particules constitue la partie supérieure de la colonne de verre. Elle mesure  $15\text{ cm}$  de haut et permet de contenir  $10\text{ cm}$  d'eau claire.

### 2.4.2 Séparation des trois zones

Ces trois zones sont séparées par deux vannes guillottes, dont l'une est photographiée sur la figure 2.17. Ces vannes permettent l'isolement de la zone de capture pendant son remplissage avec la suspension. Elles évitent ainsi le mélange entre la suspension et les zones d'eau claire (zones de création des bulles et de nettoyage du sillage). Elles masquent la trajectoire des bulles sur une distance de  $2,5\text{ cm}$ , mais la lame de séparation mobile n'a que  $2\text{ mm}$  d'épaisseur environ. La section de passage, en position ouverte, est un disque de  $6,5\text{ cm}$  de diamètre. Ce diamètre reste supérieur à 20 fois le diamètre de bulles de  $1,5\text{ mm}$ , ce qui signifie que la dynamique des bulles ne s'en trouve pas modifiée (voir 2.3.1).

### 2.4.3 Système d'injection des bulles

Le système d'injection est photographié sur la figure 2.18. Les bulles sont créées à l'extrémité d'un tube capillaire en verre, situé en bas de la colonne. Les capillaires sont fabriqués à partir d'un tube de verre étiré à chaud, afin d'obtenir des diamètres susceptibles de créer des bulles submillimétriques. Si on suppose que, compte tenu du régime de bullage, on peut relier le diamètre des bulles observées à celui des capillaires par la loi de Tate, les diamètres des tubes devraient être compris entre  $3$  et  $22\text{ }\mu\text{m}$ .

Le circuit d'injection des bulles est schématisé sur la figure 2.19. Le capillaire est relié *via* un distributeur au réseau d'air comprimé et à une seringue à gaz montée sur un pousse-seringue Harvard Apparatus PHD 2000 programmable. Le système d'injection a été très délicat à mettre au point. La difficulté a été de trouver l'astuce pour être capable de démarrer et d'arrêter à volonté la production d'un train de bulles de diamètre et de fréquence contrôlés. Avant le démarrage du bullage, l'ensemble du circuit d'alimentation en air, y compris la seringue à gaz, sont amenés à la pression nécessaire pour équilibrer la hauteur d'eau contenue dans la colonne. Cette mise en pression doit être très précise, elle est effectuée à l'aide de deux détendeurs successifs placés sur l'alimentation en air comprimé. La mise en pression du système effectuée, la liaison avec le





FIG. 2.18 – Système d'injection des bulles

réseau est coupée par un robinet quart-de-tour. L'injection des bulles peut alors commencer grâce à l'ensemble seringue/pousse-seringue, qui permet le contrôle du débit, pour obtenir une production bulle à bulle à la fréquence désirée.

#### 2.4.4 Système de préparation et de remplissage de la suspension

La suspension de particules est préparée dans un bac en verre (photo 2.20) à partir d'un volume de  $10L$  d'eau déminéralisée et d'une masse de particules de l'ordre de  $1$  à  $3g$ . Ces particules sont maintenues en suspension par un agitateur à hélice (moteur Heidolph, type RZR 2021) afin d'alimenter la colonne avec une suspension homogène. Une pompe à palettes (Johnson Pump, F3B-19) permet le remplissage de la colonne à partir de ce récipient de stockage.

#### 2.4.5 Système de récupération des particules

Ce système a également été délicat à mettre au point. Les particules capturées sont récupérées en surface par débordement dans un récipient collecteur, en forme d'entonnoir renversé dans une cuve cylindrique ouverte. Cet élément en verre, construit pour cette expérience, est photographié de côté et de haut sur les photos des figures 2.21 et 2.22. Les bulles chargées de particules atteignent la surface libre au centre du cône. Les particules solides se répandent à la surface au moment de l'éclatement de la bulle. Un léger courant d'eau provenant de l'intérieur du cône permet de les déverser à l'intérieur du réceptacle, dans le volume compris entre l'extérieur du cône et la partie cylindrique, vide au début de l'expérience. Le débit de ce courant est réglé de telle sorte que les vitesses verticales engendrées soient, près de la surface, légèrement supérieures à la vitesse de sédimentation des particules, pour éviter que les particules captées

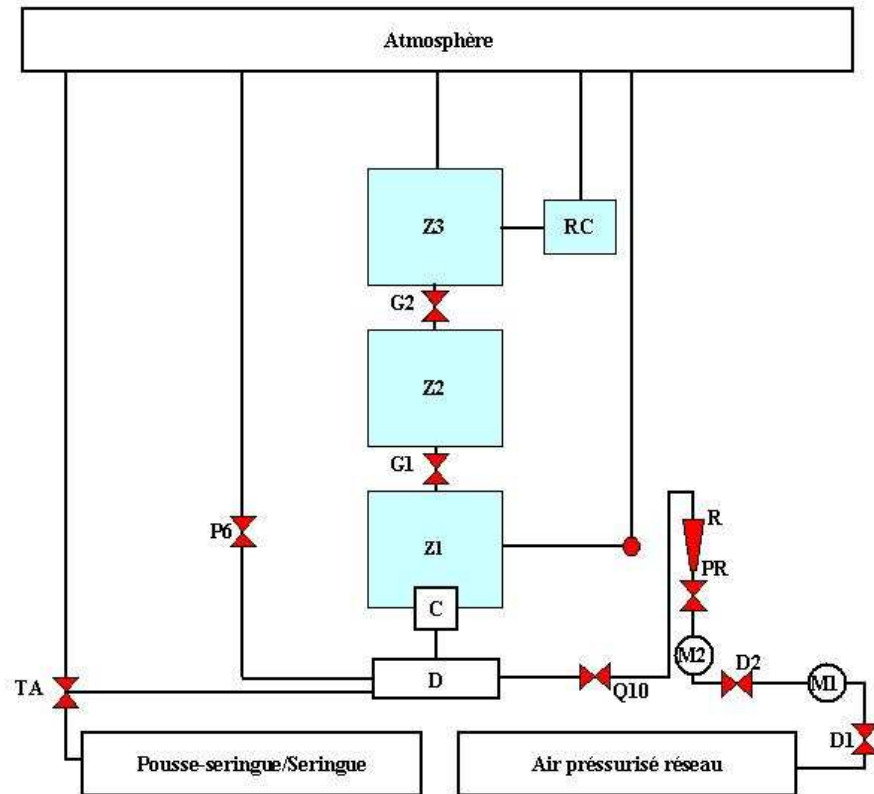


FIG. 2.19 – Circuit d'injection des bulles

ne retombent dans la colonne. Ce débit d'eau est amené en haut de colonne, dans la zone d'eau claire, de façon à ne pas entraîner la suspension. La quantité totale d'eau ajoutée pendant l'expérience reste inférieure à la contenance du réceptacle. A la fin d'une expérience, le réceptacle est retiré de la colonne. Il contient les particules captées dans l'eau qui les a entraînées par débordement. Elles peuvent alors être comptées.

#### 2.4.6 Circuits et points de prélèvement

La figure 2.23 représente les circuits de l'eau et de la suspension. Chaque zone de la colonne est alimentée individuellement d'eau claire ou de suspension. Les vannes  $Q6$  et  $Q5$  déservent respectivement la zone de création des bulles  $Z1$  et la zone de récupération  $Z3$ . La zone de capture  $Z2$  est alimentée par la suspension préparée dans le bac  $B2$  via la vanne  $Q3$ . Les vannes  $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$  et  $P4$  permettent respectivement de prélever des échantillons à l'entrée d'eau claire de la zone de création des bulles, en fond de colonne, à l'entrée de suspension dans la zone de capture et à la sortie de vidange de la suspension de cette même zone. Un échantillonnage de la surface de la zone de récupération peut être effectué par un bec verseur. Ces nombreux points de prélèvement sont destinés à pouvoir vérifier la propreté de l'installation avant chaque expérience.



FIG. 2.20 – Bac de préparation de la suspension.



FIG. 2.21 – Réceptacle cône vu de côté



FIG. 2.22 – Réceptacle cône vue de haut

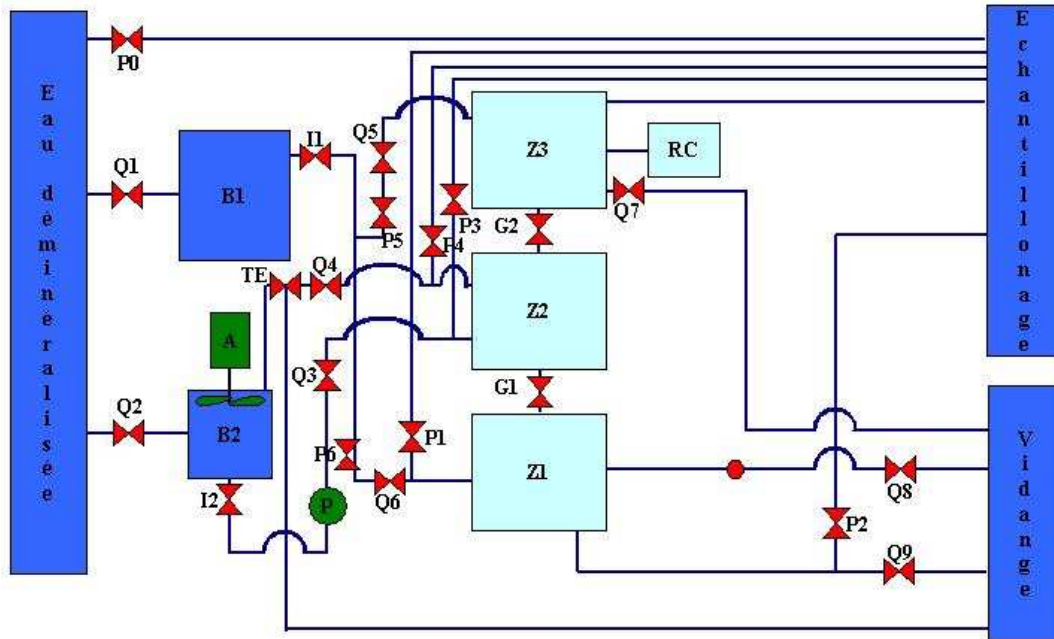


FIG. 2.23 – Circulation générale de l'eau et de la suspension

#### 2.4.7 Mesures de la température et de la conductivité

Une sonde de température (Roth, Checktemp 1) et une sonde conductimétrique (WTW LR235/01) sont placées en haut de colonne. Température et conductivité sont systématiquement mesurées lors de chaque expérience.



## 2.5 Techniques expérimentales

Nous ne reviendrons pas ici sur les mesures de la température et de la conductivité de l'eau, ni sur la caractérisation des particules. Nos expériences sont portées par deux techniques expérimentales majeures qui sont abordées dans les sections suivantes. La première concerne la caractérisation des bulles, il s'agit d'une technique de prise d'images vidéo, assortie de l'analyse de ces images permettant d'obtenir la forme, la taille, et la vitesse des bulles. La deuxième est le comptage des particules.

### 2.5.1 Caractérisation des bulles

#### Prise d'images

La prise d'image se fait par une caméra CCD Sony, modèle XC-75CE équipée d'un objectif Nikon de 55mm de longueur focale. La caméra est directement montée sur le chassis du dispositif expérimental. Les images sont prises par ombroscopie. La colonne est éclairée par l'arrière, au travers d'un papier calque qui diffuse la lumière émise par une lampe halogène de 1000 W. Les images sont réalisées en eau claire, juste avant le début de chaque expérience. Nous avons vérifié que les caractéristiques ainsi obtenues étaient identiques à celles en cours d'expérience. Ceci est dû au fait que la taille des bulles est intimement liée au diamètre du capillaire de verre, et ne change donc pas tant que ce dernier n'est pas détruit. Un exemple d'image obtenue est donné sur la figure 2.24. La

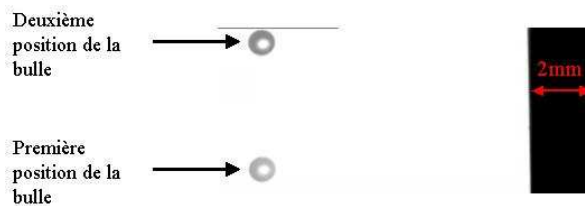


FIG. 2.24 – Exemple d'image de bulles

cadence de prise de vue de la caméra est de  $25 \text{ im.s}^{-1}$ , en deux demi-trames. A cette cadence de  $50 \text{ im.s}^{-1}$ , la dimension du champs ( $576 \times 768 \text{ pixels}^2$ , soit environ  $5 \times 7 \text{ mm}^2$ ) permet de figer deux positions de la même bulle sur la même photo, une position sur chaque demi-trame, comme le montre la figure

2.24. Une tige de  $2\text{ mm}$  de diamètre placée dans le champ de la caméra permet la calibration du système optique. Nous avons pu également disposer à la fin de nos expériences d'une caméra plus rapide (PCO 1200HS). Filmant la même expérience, les comparaisons en termes de taille et de vitesse des bulles obtenues avec les deux systèmes ont montré que le système plus ancien fournissait une précision suffisante sur ces deux paramètres. Les images obtenues sont codées en noir et blanc sur 256 niveaux de gris.

### Analyse des images

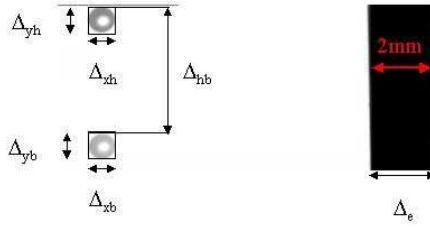


FIG. 2.25 – Doublet de bulles.

L'analyse des images est réalisée avec le logiciel Visilog 5.4. Les bords de la bulle sont facilement repérables sur la matrice de niveaux de gris, ce qui permet de noter pour chaque bulle les distances suivantes, repérées sur la photo de la figure 2.25 :

- $\Delta_{xb}$  le diamètre horizontal de la bulle à la position basse ;
- $\Delta_{yb}$  le diamètre vertical de la bulle à la position basse ;
- $\Delta_{xh}$  le diamètre horizontal de la bulle à la position haute ;
- $\Delta_{yh}$  le diamètre vertical de la bulle à la position haute ;
- $\Delta_{hb}$  le déplacement vertical de la bulle entre les deux position ;
- $\Delta_e$  le diamètre de la tige qui sert à la calibration pixel-mm.

Les distances horizontales sont évaluées à 2 pixels près. Verticalement, l'erreur de mesure est deux fois plus importante à cause du détramage.

La comparaison entre les diamètres verticaux et horizontaux permet d'évaluer la sphéricité de la bulle. Si la bulle est sphérique, ce qui est le cas dans nos expériences, une évaluation du diamètre de la bulle  $d_b^{exp}$  est donnée par :

$$d_b^{exp} = \frac{\Delta_{xb} + \Delta_{yb} + \Delta_{xh} + \Delta_{yh}}{4} \quad (2.14)$$



L'erreur de mesure sur le diamètre s'établit à 2 pixels. Une bulle de 1 mm de diamètre a sur les images une taille d'environ 55 pixels, le diamètre des bulles est donc évalué avec une incertitude de 0,036 mm soit 3,6 %.

La vitesse  $V_t^{exp}$  de la bulle est calculée par l'expression :

$$V_t^{exp} = \frac{\Delta_{hb}}{\Delta t} \quad (2.15)$$

avec  $\Delta t = 0,02s$ , le temps entre deux demi-trames.

L'imprécision sur la mesure de la vitesse des bulles provient uniquement de la mesure de la distance sur l'image, la valeur de  $\Delta t$  étant elle très précise et constante. L'erreur de mesure sur la distance étant de 4 pixels, pour une bulle propre de 1 mm de diamètre, ayant une vitesse d'ascension de 302 mm.s<sup>-1</sup>, l'erreur de mesure s'établit à 3,6 mm.s<sup>-1</sup> soit 1,2 %.

A partir des mesures de taille et de vitesse, nous pouvons alors déterminer le nombre expérimental de Reynolds  $Re_b^{exp}$  des bulles :

$$Re_b^{exp} = \frac{\rho(T) d_b^{exp} V_t^{exp}}{\mu(T)} \quad (2.16)$$

où  $\rho(T)$  est la masse volumique et  $\mu(T)$  la viscosité dynamique de l'eau, qui sont des fonction de la température relevée (cf. figure 2.7).

L'erreur commise sur l'évaluation du  $Re_b^{exp}$  s'établit à 5 %.

Nous pouvons également calculer le coefficient de traînée  $C_d^{exp}$  par l'expression :

$$C_d^{exp} = \frac{4}{3} \times \frac{d_b^{exp} g}{(V_t^{exp})^2} \quad (2.17)$$

Cette expression repose sur l'hypothèse que la traînée et la flottabilité s'équilibrent au moment de la mesure, ce qui est le cas, car les mesures sont effectuées au dessus de la zone de création des bulles dont la hauteur a été calculée de façon à permettre à la vitesse limite d'ascension de s'établir. Cette valeur de  $C_d^{exp}$  pourra être utilisée pour déterminer le niveau de contamination des interfaces des bulles pour chaque expérience. La technique mise en place nous permet donc d'avoir accès aux paramètres de la collision relatifs aux bulles, le nombre de Reynolds  $Re_b$ , le diamètre  $d_b$ , et le taux de contamination que l'on traduira par un angle de contamination  $\theta_{cont}$ .

### 2.5.2 Comptage des particules

L'objectif de cette technique de mesure, essentielle pour notre expérience, est de dénombrer des particules. Ce comptage ou dénombrement concerne bien sûr les particules qui, captées par les bulles au cours d'une expérience se retrouvent dans le récipient de récupération en haut de colonne. Il intervient aussi pour l'évaluation du nombre de particules par unité de volume dans la suspension traversée par les bulles, et la détermination du nombre résiduel de particules par unité de volume dans l'eau claire. Le premier cas diffère des deux autres. En effet, il s'agit de compter un nombre total de particules contenu dans un volume limité, alors que dans les deux derniers cas, on dispose d'un volume

illimité pour la mesure. D'un point de vue pratique, les protocoles à mettre en place sont différents. Ils seront abordés dans les sections suivantes, suite à une présentation des caractéristiques techniques du compteur de particule.

### Présentation du compteur de particules

La mesure est réalisée avec un compteur de particules modèle PCX de la société MET ONE (photo 2.26), piloté par ordinateur. Il permet de dénombrer les particules de diamètre  $d_p$  de 5 à 750  $\mu m$  passant dans une cellule de mesure, en les répartissant dans six classes de tailles de 5 à 75  $\mu m$ . Ces classes de taille ont été définies lors de la construction de l'appareil et ne sont pas modifiables. Les nombres de particules comptées sont donnés pour les 6 conditions suivantes :

- $d_p > 5\mu m$
- $d_p > 15\mu m$
- $d_p > 25\mu m$
- $d_p > 40\mu m$
- $d_p > 56\mu m$
- $d_p > 75\mu m$

Par différence, on a alors accès à la répartition du nombre de particules dans les classes de taille bornées par ces mêmes valeurs.



FIG. 2.26 – Compteur de particules.

Ce type de compteur est destiné à contrôler la qualité d'un liquide, plus particulièrement de l'eau, en vérifiant périodiquement le nombre de particules par unité de volume qu'il contient. Pour cela, ces appareils sont montés en dérivation d'installations fonctionnant en continu, et sont alimentés avec un débit constant. Les mesures sont alors effectuées périodiquement, pendant une

durée réglable par ordinateur. Cet appareil est conçu pour cet objectif. L'utilisation qui en est faite ici est assez différente, ce qui fait que certains de ses avantages commerciaux deviennent des contraintes qu'il a fallu surmonter pour notre utilisation.

Dans notre cas, l'appareil ne fonctionne pas en continu, mais doit analyser des échantillons de suspension placés dans des récipients de 250 mL. Une pompe péristaltique, placée en aval du compteur, permet à la suspension de passer dans la cellule de mesure avec un débit constant, fixé par le constructeur du compteur à 100 mL.min<sup>-1</sup>. Ce débit ne peut pas être modifié, car l'appareil est étalonné pour cette condition opératoire. On peut penser que la mesure de la taille des particules en dépend. Il n'est pas possible de passer la totalité de l'échantillon en un seul passage, car quand le volume devient trop faible dans le récipient, de l'air est aspiré et perturbe le comptage. Chaque bulle traversant la cellule de mesure est comptabilisée comme une particule. Plusieurs passages avec des ajouts d'eau claire pour garder un niveau suffisant dans le récipient sont alors nécessaires.

Les particules circulent dans la cellule de mesure devant une fenêtre éclairée par une diode LASER. Un récepteur photosensible reçoit le signal émis par cette diode. Le passage des particules devant la diode provoque l'extinction plus ou moins partielle du signal, ce qui permet de les dénombrer et de les classer en fonction de leur taille. Pour que le système de comptage fonctionne correctement, le nombre de particules par unité de volume ne doit pas dépasser 16000 p.mL<sup>-1</sup>. De plus, le nombre total de particules compté lors d'une mesure est limité à un million, ce qui complique la procédure de comptage. Pour cette raison également, plusieurs passages sont parfois nécessaires pour un même échantillon, ce qui suppose des protocoles particuliers qui sont détaillés dans les sections suivantes.

### Procédure de comptage en eau claire

On entend par comptage en eau claire les mesures effectuées dans des milieux exempts de particules ajoutées. Il s'agit d'abord de compter le nombre de particules résiduel dans l'eau pure utilisée à chaque expérience. En effet, malgré les traitements qu'elle subit (filtrage), l'eau contient une quantité de particules qu'il convient de mesurer afin d'établir ce que l'on peut abusivement appeler un bruit de fond pour les mesures. D'autre part, nous avons systématiquement vérifié la propreté de l'installation avant chaque expérience en mesurant le nombre de particules par unité de volume de plusieurs échantillons prélevés sur de l'eau propre circulant dans l'installation. Dans ces deux cas, le mode de fonctionnement du compteur est bien adapté, et les mesures sont simples à réaliser. Comme la quantité de liquide disponible est illimitée (relativement à la quantité nécessaire pour faire une mesure), la mesure se fait par une succession de passages de 33 mL. Sur chacun de ces échantillons, le nombre de particules est compté.

La fiche échantillon de la page 201, dans l'annexe C, qui se rapporte à l'expérience 15, est un exemple de ce type de mesure pour la détermination du bruit de fond dans l'eau pure utilisée pour cette expérience. Le tableau reporte

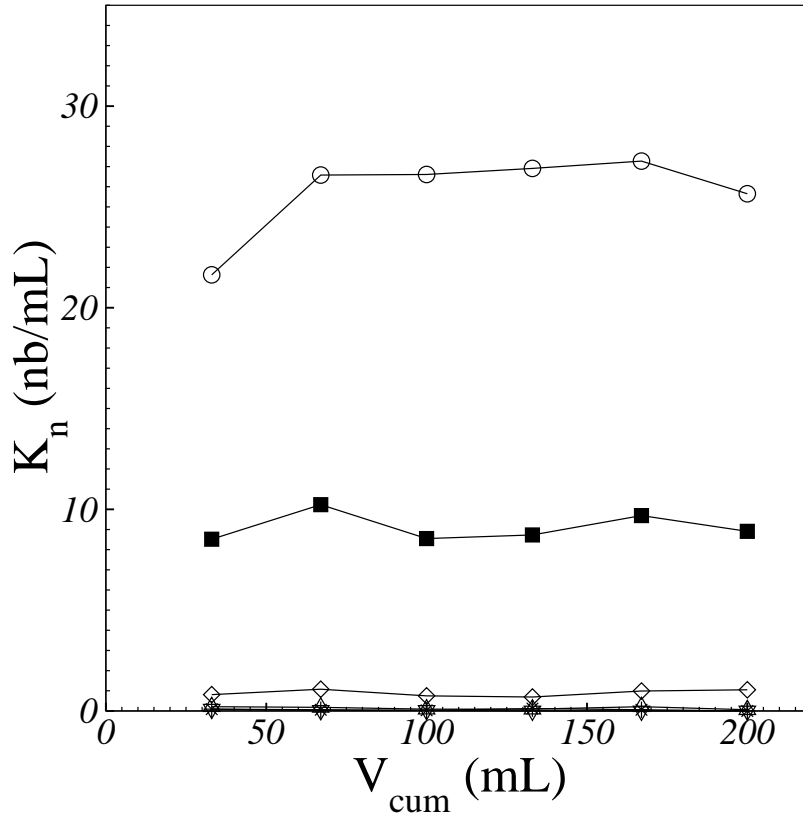


FIG. 2.27 – Concentration en nombre de particules  $K_n$  de l'échantillon témoin (T) en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  - Expérience 15 .  $\circ$  : 5 – 15  $\mu m$  ;  $\blacksquare$  : 15 – 25  $\mu m$  ;  $\diamond$  : 25 – 40  $\mu m$  ;  $\triangle$  : 40 – 56  $\mu m$  ;  $*$  : 56 – 75  $\mu m$  ;  $\nabla$  : > 75  $\mu m$ .

le nombre de particules comptées, dans chaque classe de taille, pour chaque passage de 33 mL. La figure 2.27 représente l'évolution de la concentration en nombre  $K_n$  de chaque classe en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  au cours des différents passages successifs. Cette courbe est caractéristique d'une mesure en eau pure. La concentration en nombre restant presque constante au cours des différents passages, elle n'évolue pas en fonction du volume cumulé. Deux classes de particules possèdent une concentration supérieure aux autres : la classe 5 – 15  $\mu m$  ( $\circ$ ) et la classe 15 – 25  $\mu m$  ( $\blacksquare$ ), respectivement autour de 27  $p.mL^{-1}$  et de 9  $p$ . Dans les autres classes de taille, la concentration est inférieure ou égale 1  $p.mL^{-1}$ . Le nombre de particules résiduel est donc très faible, les plus petites étant les plus nombreuses. L'efficacité du filtre pour des diamètres de particules proches de son seuil de coupure (5  $\mu m$ ) n'est pas de 100%. De plus, on suspecte que de fines particules sont émises par les résines échangeuses d'ions du système de déminéralisation placé après la filtration. Nous avons essayé d'utiliser d'autres sources d'eau purifiée disponibles dans notre laboratoire, ainsi qu'au Laboratoire de Biotechnologie et de Bioprocédés, proche du notre, sans réussir à améliorer ce nombre résiduel.

### Procédure de dénombrement des particules dans un échantillon de suspension

La détermination du nombre de particules contenu dans un échantillon de suspension dont le volume est limité nécessite une procédure très différente de celle que l'on vient de voir. Pour chaque expérience, cette procédure est mise en œuvre dans deux cas.

Le premier cas concerne la mesure de la concentration en nombre de particules par unité de volume dans la zone de capture. La procédure de remplissage de cette partie de l'installation est assez complexe, comme on l'a vu plus haut. La suspension, alimentée par le bas de la zone, chasse l'eau propre qui l'occupe, cette dernière s'échappant par une surverse située en haut, avant la zone de nettoyage des sillages, les vannes haut et bas étant bien entendu fermées. Les deux milieux se mélangent en cours de remplissage. Quand l'eau propre a été chassée, le mélange contenu dans la zone de capture déborde par la surverse. Afin de déterminer au plus près la concentration en particules dans la zone de capture, nous avons prélevé des échantillons, en volume limité, à l'entrée et à la sortie de la zone.

Le deuxième cas concerne le comptage du nombre de particules capturées par les bulles et récupérées à la fin de l'expérience dans le récipient cône situé en haut de colonne. Dans ce cas aussi, la quantité de suspension est limitée, et on a besoin de déterminer, non pas une concentration, mais un nombre exact, qui sera ramené au nombre de bulles ayant servi à la capture.

Le passage de la totalité de l'échantillon est nécessaire pour une mesure précise. Or, comme on l'a vu plus haut, le principe de fonctionnement du compteur oblige à un débit constant, et ne permet pas de passer directement un échantillon complet à cause de l'aspiration de bulles. La mesure est réalisée par une succession de mesures que l'on qualifiera de partielles, entrecoupées par des rajouts d'eau pure pour reconstituer un échantillon de volume suffisant après homogénéisation. Pour des raisons pratiques, les flacons qui contiennent l'échantillon à mesurer ont un volume de 250 *mL*. 200 *mL* sont d'abord passés dans le compteur, puis 200 *mL* d'eau claire sont rajoutés au reste de l'échantillon. Les particules présentes dans la suspension ainsi constituée sont remises en suspension avec un barreau aimanté. A nouveau, 200 *mL* de cette nouvelle suspension sont passés dans le compteur. L'opération est renouvelée jusqu'à ce que le nombre de particules par unité de volume compté corresponde à celui déterminé en eau claire, baptisé plus haut bruit de fond. Notons aussi que le passage des 200 *mL* peut parfois être réalisé en plusieurs fois. En effet, quand la concentration en particules est importante (cas des échantillons de la suspension dans la zone de capture) la mémoire du compteur, (à savoir un million de particules) est saturée avant le passage des 200 *mL*. Ces cas sont anticipés, les 200 *mL* sont alors passés en deux ou trois fois.

Il a toujours été nécessaire d'agiter les échantillons contenant des particules afin de maintenir celles-ci en suspension pour qu'elles soient pompées et qu'elles passent dans le compteur. Cette agitation a été la source d'ennuis supplémentaires. En effet, nous avons vérifié qu'elle entraînait un très léger dégazage dans le liquide, créant des microbulles qui sont comptées comme des particules. Par

exemple, pour de l'eau pure, le niveau de particules comptées peut passer dans certains cas d'environ  $18 \text{ p.mL}^{-1}$  à  $50 \text{ p.mL}^{-1}$ . Nous avons considéré que cet écart restait faible par rapport au nombre de particules comptées dans les échantillons de suspension, et qu'il était préférable de maintenir l'agitation dans ce cas, afin d'assurer le passage de toutes les particules dans le compteur. Les mesures de bruit de fond ont donc été aussi réalisées avec agitation, afin de soustraire aux mesures faites dans les échantillons de suspension non seulement le nombre de particules initialement présentes dans l'eau pure, mais aussi un nombre représentatif des microbulles.

Nous allons montrer ci-dessous deux exemples de mise en oeuvre de cette procédure, le premier dans le cas d'une mesure de la concentration en nombre de particules par unité de volume dans la zone de capture, et le second correspondant au comptage des particules captées. Le premier cas correspond à une forte concentration en nombre de particules, le second au dénombrement de particules en quantité relativement faible. Comme pour l'exemple donné en eau claire, il s'agit de données relatives à l'expérience 15.

**Exemple de la mesure de la concentration en nombre dans la suspension** Il s'agit ici de la concentration dans l'échantillon prélevé à l'entrée de la suspension dans la zone de capture. Le tableau de la fiche échantillon (page 202 de l'annexe C) rapporte le nombre de particules comptées, dans chaque classe de taille, pour chaque passage de  $X \text{ millilitres}$ . La figure 2.28, représente pour chaque classe de taille, l'évolution de la concentration en nombre  $K_n$  dans les échantillons successifs. Comme les volumes des échantillons ne sont pas constants dans tous les cas, nous avons représenté en abscisse le volume cumulé  $V_{cum}$  passé.

Cette figure confirme le bien fondé de la procédure dans ce cas. Les premiers passages contiennent beaucoup de particules, en particulier dans les classes de taille où elles sont les plus nombreuses dans les lots utilisés ( $5 - 15 \mu\text{m}$  ( $\circ$ ),  $15 - 25 \mu\text{m}$  ( $\blacksquare$ ),  $25 - 40 \mu\text{m}$  ( $\diamond$ ) et  $40 - 56 \mu\text{m}$  ( $\Delta$ )). On constate qu'au fur et à mesure des dilutions successives, la concentration mesurée se rapproche de la teneur dans l'eau propre et devient négligeable. Les dilutions successives ont été mises en relief en séparant les points de mesure. On distingue aisément que les premières mesures partielles sont réalisées en deux ou trois fois (deux ou trois points de mesure), alors que l'échantillon est dilué à chaque fois entre les dernières mesures partielles. On constate toutefois que cette procédure nécessite un grand nombre de dilutions. Il n'a pas été possible d'en fixer *a priori* un nombre identique pour toutes les expériences, nous avons préféré retracer le même type de courbe pour chacune d'elles. Pour les classes  $56 - 75 \mu\text{m}$  ( $*$ ) et  $> 75 \mu\text{m}$  ( $\nabla$ ), la concentration reste quasi-nulle tout au long des dilutions, ce qui est attendu, car les lots de particules tamisées n'en contiennent pas.

Pour chaque classe de taille, on remonte au nombre de particules dans l'échantillon initial en sommant les nombres de particules mesurés à chaque passage, et en retranchant à cette somme le bruit de fond. Ce dernier est égal au produit du volume total de dilution par le nombre de particules par unité de volume mesuré en eau claire. Au fur et à mesure des dilutions, on peut suivre la concentration en nombre  $C_n$  de chaque classe, afin de déterminer le nombre

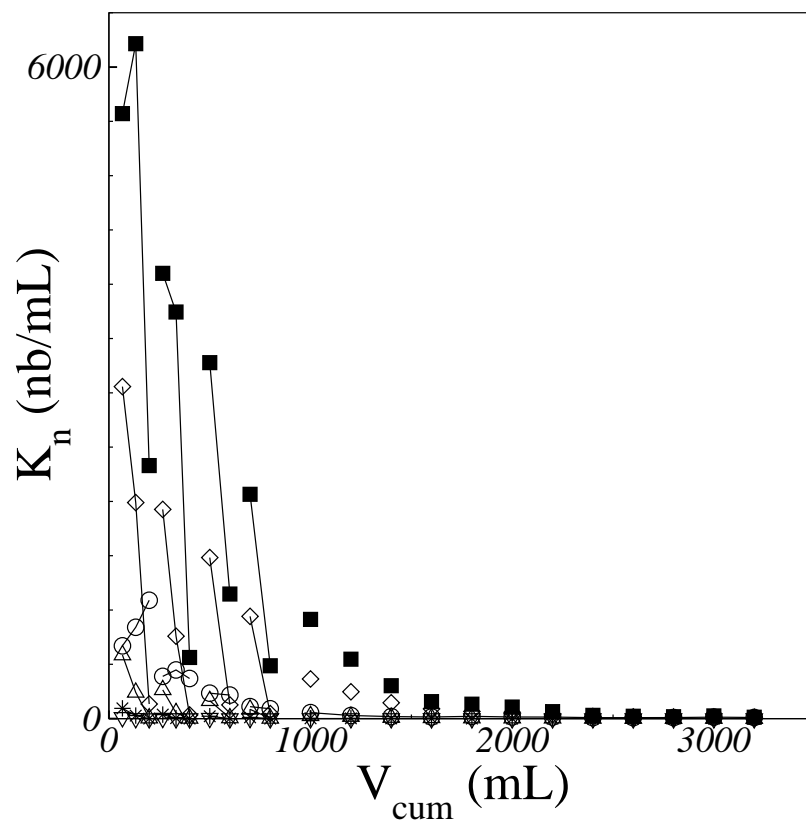


FIG. 2.28 – Concentration en nombre en fonction du volume cumulé des différents passages - échantillon d'entrée de colonne (EC)  $\circ$  : 5 – 15  $\mu m$  ;  $\blacksquare$  : 15 – 25  $\mu m$  ;  $\diamond$  : 25 – 40  $\mu m$  ;  $\triangle$  : 40 – 56  $\mu m$  ;  $*$  : 56 – 75  $\mu m$  ;  $\nabla$  : > 75  $\mu m$ .

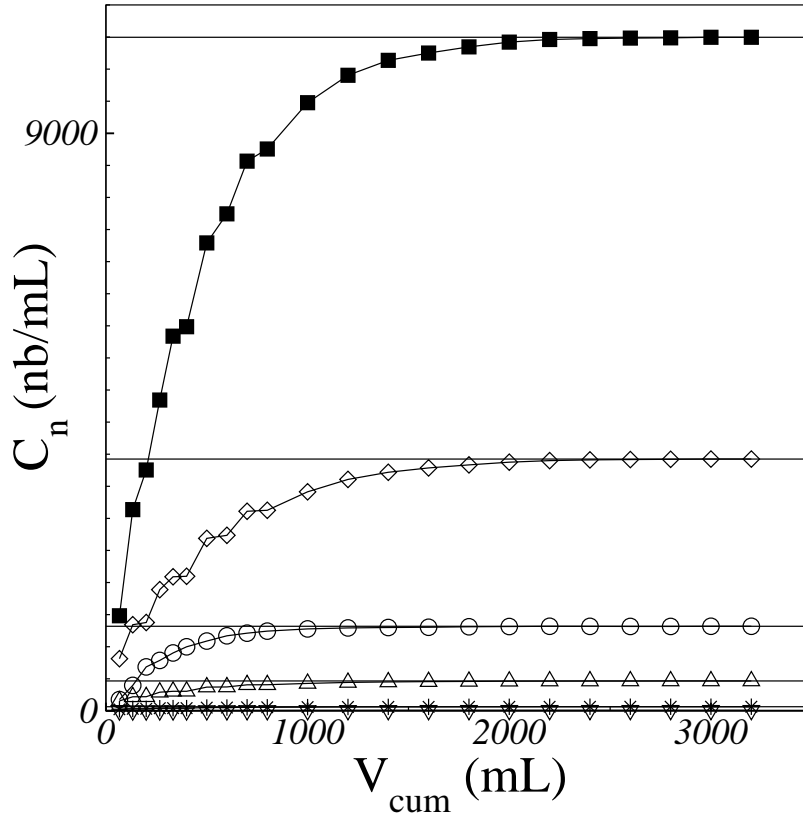


FIG. 2.29 – Détermination de la concentration  $C_n$  de l'échantillon d'entrée de colonne (EC) en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  entre les différents passages.  $\circ$  :  $5 - 15 \mu m$  ;  $\blacksquare$  :  $15 - 25 \mu m$  ;  $\diamond$  :  $25 - 40 \mu m$  ;  $\triangle$  :  $40 - 56 \mu m$  ;  $*$  :  $56 - 75 \mu m$  ;  $\nabla$  :  $> 75 \mu m$ .

de dilutions nécessaires à la convergence, et la concentration en nombre dans l'échantillon. La figure 2.29 représente l'évolution de la concentration en nombre  $C_n$  de chaque classe, au cours des différents passages, présentée en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$ . On constate que cette valeur converge bien vers une valeur constante. La procédure permet bien de mesurer une concentration en nombre de particules dans l'échantillon. Pour la classe de taille  $15 - 25 \mu m$  ( $\blacksquare$ ), cette détermination nécessite 18 à 20 dilutions, et la concentration s'établit à environ  $10500 p.mL^{-1}$ , c'est la classe de taille la plus représentée. Pour la classe  $25 - 40 \mu m$  ( $\diamond$ ) (respectivement  $5 - 15 \mu m$  ( $\circ$ ) et  $40 - 56 \mu m$  ( $\triangle$ )), la concentration est égale à environ  $4000 p.mL^{-1}$  (respectivement  $1250 p.mL^{-1}$  et  $400 p.mL^{-1}$ ). Les classes de taille supérieure ne sont quasiment pas représentées dans cet échantillon.

**Exemple de la mesure du nombre de particules capturées** Il s'agit ici du nombre de particules dans l'échantillon prélevé à la surface de la zone de nettoyage dans le réceptacle de capture. Le tableau de la fiche échantillon (page 274 de l'annexe C) rapporte le nombre de particules comptées, dans chaque classe de taille, pour chaque passage de  $200 mL$ . La figure 2.30, représente pour chaque classe de taille, l'évolution de la concentration en nombre  $K_n$  dans



les échantillons successifs. Pour les mêmes raisons que ci-dessus nous avons représenté en abscisse le volume cumulé  $V_{cum}$  passé.

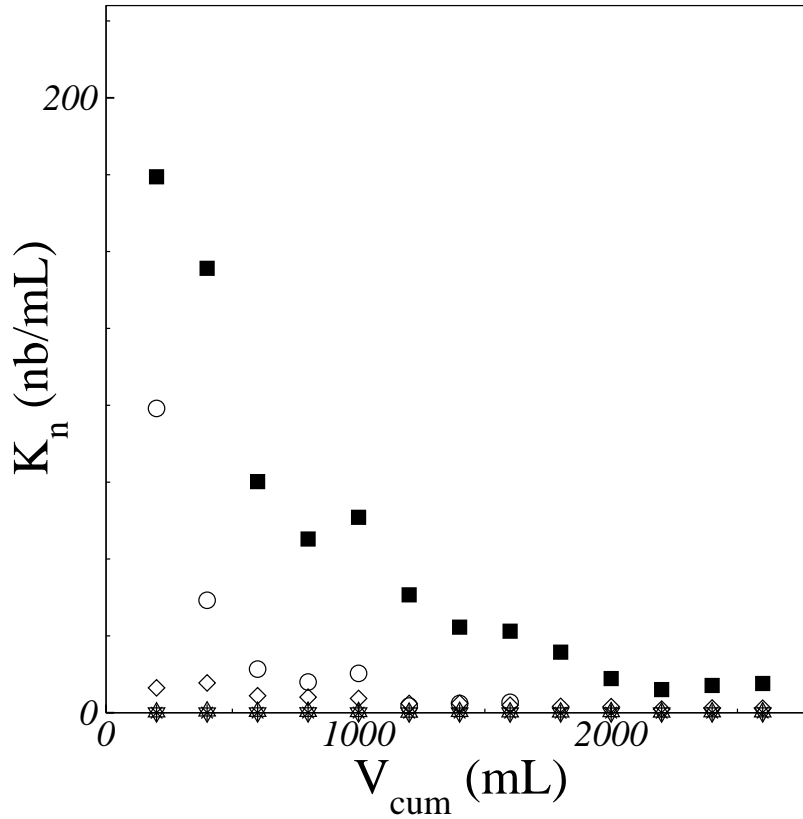


FIG. 2.30 – Concentration en nombre en fonction du volume cumulé des différents passages - particules capturées (C)  $\circ$  : 5 – 15  $\mu m$  ;  $\blacksquare$  : 15 – 25  $\mu m$  ;  $\diamond$  : 25 – 40  $\mu m$  ;  $\triangle$  : 40 – 56  $\mu m$  ;  $*$  : 56 – 75  $\mu m$  ;  $\nabla$  : > 75  $\mu m$ .

Cette figure montre également que la procédure appliquée précédemment est applicable au comptage des particules capturées. Les premiers passages contiennent beaucoup de particules, en moins grand nombre que dans le cas précédent, mais significativement au-dessus de la valeur en eau claire. Les classes les plus nombreuses sont ici les classes 5 – 15  $\mu m$  ( $\circ$ ), 15 – 25  $\mu m$  et 25 – 40  $\mu m$  ( $\diamond$ ) ( $\blacksquare$ ) avec une nette prédominance des deux premières. On constate qu'au fur et à mesure des dilutions successives, la concentration mesurée se rapproche de la teneur dans l'eau propre : on voit très bien dans la partie finale que la concentration tend vers 0. Dans le cas des particules capturées en surface, on peut remarquer que le nombre de dilutions est faible en comparaison avec le cas précédent. Cela est sans doute dû en partie au fait que le nombre total de particules comptées est plus faible de plusieurs ordres de grandeurs. Pour les classes 40 – 56  $\mu m$  ( $\triangle$ ) 56 – 75  $\mu m$  ( $*$ ) et > 75  $\mu m$  ( $\nabla$ ), la concentration reste quasi-nulle tout au long des dilutions. Les particules capturées sont donc essentiellement des petites particules.

De la même manière que précédemment on remonte au nombre de particules dans l'échantillon initial, pour chaque classe de taille en sommant les nombres de particules mesurés à chaque passage, et en retranchant à cette

somme le bruit de fond.

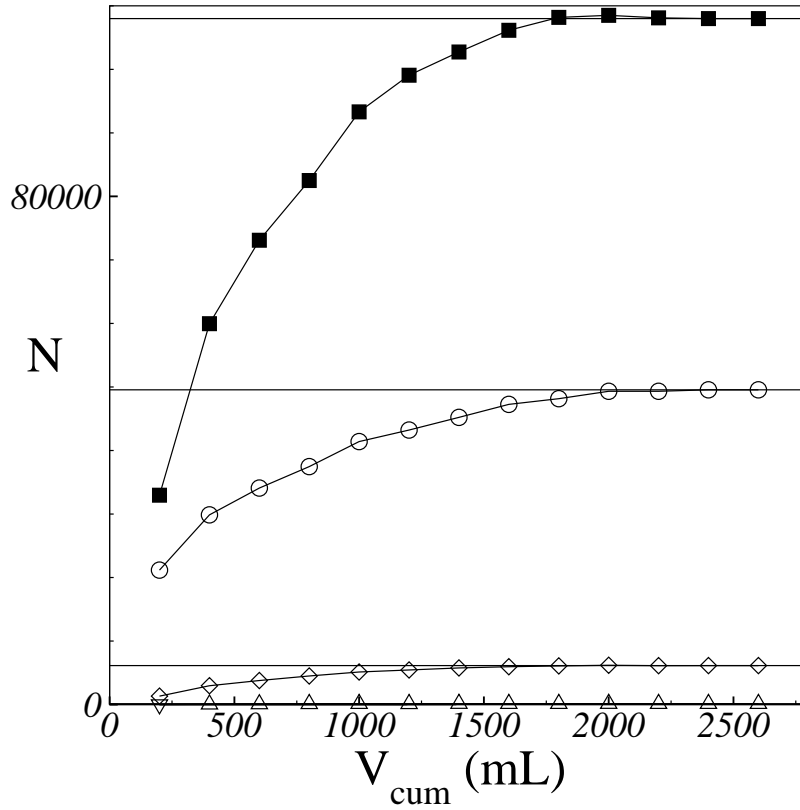


FIG. 2.31 – Détermination du nombre  $N$  de particules capturées (C) en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  entre les différents passages.  $\circ$  : 5 – 15  $\mu m$  ;  $\blacksquare$  : 15 – 25  $\mu m$  ;  $\diamond$  : 25 – 40  $\mu m$  ;  $\triangle$  : 40 – 56  $\mu m$  ;  $*$  : 56 – 75  $\mu m$  ;  $\nabla$  : > 75  $\mu m$ .

La figure 2.31 représente l'évolution du nombre de particules capturées  $N$  de chaque classe, au cours des différents passages, présentée en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$ . On constate que cette valeur converge bien vers une valeur constante et donc que la procédure permet bien de mesurer le nombre de particules capturées dans l'échantillon. Pour la classe de taille 15 – 25  $\mu m$  ( $\blacksquare$ ), cette détermination nécessite 9 à 11 dilutions, et ce nombre s'établit à environ 108000  $p$ , c'est la classe de taille la plus représentée. Pour la classe 25 – 40  $\mu m$  ( $\diamond$ ) (respectivement 5 – 15  $\mu m$  ( $\circ$ ) et 40 – 56  $\mu m$  ( $\triangle$ )), le nombre est égal à environ 6150  $p$  (respectivement 50000  $p$  et 139  $p$ ). Les classes de taille supérieure ne sont pas représentées dans cet échantillon.

### Comparaison compteur de particules/granulomètre LASER

L'objectif des résultats présentés dans cette partie est d'obtenir des renseignements objectifs sur la qualité du comptage de particules. L'expérience a consisté à mesurer un échantillon constitué de 22,2  $mg$  de particules issues du lot 1 mises en suspension dans 250  $mL$  d'eau déminéralisée. Le nombre de particules par classe de taille est comparé au nombre de particules obtenu en distribuant les 22,2  $mg$  de particules selon la répartition en nombre du lot 1 qui a été déterminée avec le granulomètre LASER MALVERN. Le nombre de classes de

taille donné par le granulomètre Malvern étant supérieur à celui du compteur, nous avons ramené la répartition donnée par le granulomètre Malvern sur celle du compteur. Cette comparaison est présentée sur la figure 2.32. Notons qu'il ne s'agit pas ici d'une comparaison entre des répartition normées par le nombre total de particules, comme il est habituel de rencontrer, mais du nombre brut de particules.

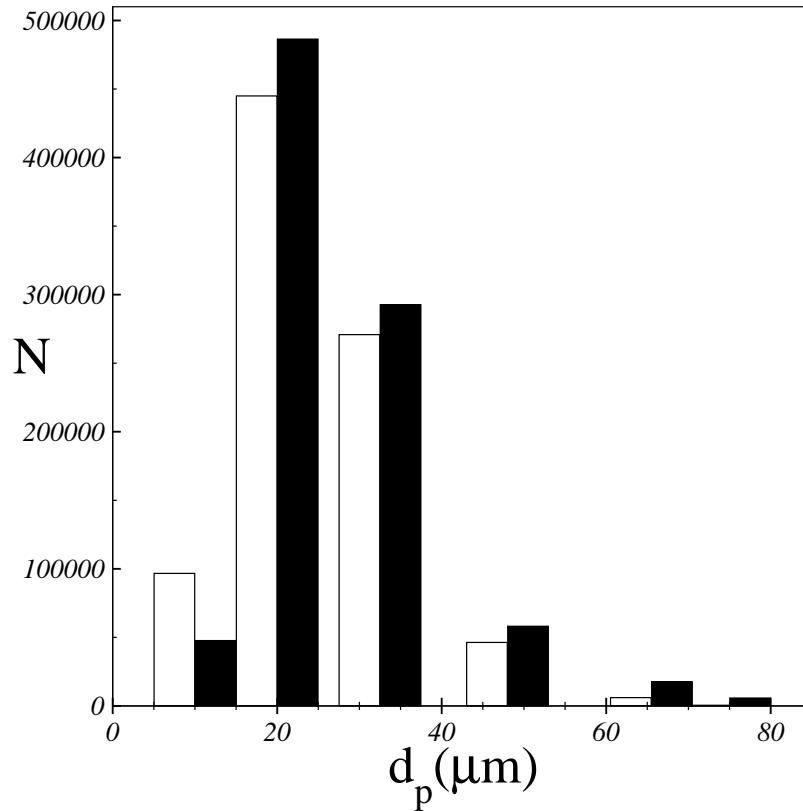


FIG. 2.32 – Comparaison des répartitions en nombre des particules.  $\square$  : granulométrie LASER ;  $\blacksquare$  : compteur de particules.

On note une bonne concordance générale entre les dénombrements issus des deux méthodes, ce qui permet d'accorder un crédit favorable à la procédure mise en œuvre. Cependant, on peut observer un léger décalage de la mesure avec le compteur, vers les grands diamètres. En effet, le nombre mesuré dans la classe  $5 - 15 \mu\text{m}$  est moins important, au profit des classes de diamètres supérieurs. Cela pourrait s'expliquer par une légère agglomération des petites particules lors de la mesure avec le compteur, puisque, dans ce cas, nous n'avons pas utilisé de dispersant comme pour la mesure avec le granulomètre Malvern. Toutefois, l'agglomération de particules devrait se traduire par une diminution du nombre total de particules, alors qu'au contraire, le compteur donne pour l'ensemble des classes de taille un nombre de particules supérieur d'environ 5 %. Il est difficile de déterminer avec exactitude l'origine de cet écart. Plusieurs possibilités ont été envisagées (par exemple micro bulles dues à l'agitation de la suspension ou au dégazage par exemple), sans qu'aucune expérience n'ait

conduit à valider complètement ces hypothèses. Il ne faut pas non plus accorder un crédit plus important à la mesure effectuée au Malvern, qui déduit une répartition en nombre d'une image de diffraction, donc d'une surface projetée...

En terme de pourcentage, les écarts entre les deux méthodes de mesure sont les plus importants dans les classes peu fournies en particules  $5 - 15 \mu m$  ( $-50 \%$ ) et dans les classes  $56 - 75 \mu m$  ( $190 \%$ ) et  $> 75 \mu m$  ( $1055 \%$ ). Pour les classes nombreuses,  $15 - 25 \mu m$  et  $25 - 40 \mu m$ , l'écart en nombre n'est pas négligeable, mais reste inférieur à  $10 \%$ . Dans la classe  $40 - 56 \mu m$ , l'écart en nombre est peu important, mais du fait d'un effectif faible, l'écart relatif est tout de même de  $25 \%$ .

## 2.6 Protocoles Expérimentaux

### 2.6.1 Nettoyage

Avant chaque expérience, l'ensemble de la colonne est nettoyé. Le nettoyage se fait en plusieurs étapes. La première consiste à purger la colonne et le bac et à faire circuler de l'eau déminéralisée par le circuit d'alimentation de la suspension. Ces deux étapes ont pour but de remettre en suspension des particules déposées dans le circuit d'alimentation et de les évacuer. L'étape suivante consiste à passer un jet d'eau déminéralisée à l'intérieur de la colonne pour enlever les particules résiduelles. Ces étapes sont généralement suffisantes pour nettoyer l'ensemble de la colonne. En cas de nécessité, détectée par la mesure aux points de contrôle, plusieurs étapes supplémentaires peuvent être ajoutées, d'abord un nettoyage spécifique de la surface, par débordement continu, puis la vidange en continu d'eau claire, qui permet d'évacuer des particules accumulées en bas de colonne. Ensuite, une nouvelle vidange suivie d'un remplissage peut être réalisée pour se défaire de particules restant en suspension dans la colonne. Finalement, les différents éléments de robinetterie, notamment aux entrées et sorties, peuvent être démontés et nettoyés individuellement. Chacune de ces étapes peut être répétée jusqu'à obtention des valeurs désirées aux points de contrôle.

### 2.6.2 Contrôle de la propreté

Le système est considéré opérationnel quand l'eau recueillie, en cinq points d'échantillonnage, après remplissage de la colonne, contient moins de  $18 p.mL^{-1}$ . Cette valeur correspond à la valeur standard observée en sortie du réseau d'eau déminéralisée. Les points de contrôle sont :

- l'entrée d'eau claire dans la colonne  $P_1$
- la surface libre de la colonne  $P_2$
- l'entrée d'alimentation en suspension dans la colonne  $P_3$
- la sortie de vidange de la suspension dans la colonne  $P_4$
- la sortie de vidange du fond de colonne  $P_5$

L'eau recueillie en  $P_1$  provient directement du bac de réserve. Sans contamination en particules en amont de la colonne, l'eau ne dépasse jamais la limite fixée. Ainsi, la mesure en ce point permet, d'une part, de détecter des pollutions

externes au dispositif, et, d'autre part, de servir de référence pour le reste de la colonne. L'eau de surface ( $P_2$ ) est recueillie par débordement au niveau d'un bec verseur. Ce contrôle permet de détecter un résidu de particules en surface, issues, par exemple, du léchage des particules déposées en paroi lors du remplissage de la colonne. Les points  $P_3$  et  $P_4$  permettent de détecter un résidu de particules en suspension dans la colonne. Enfin, le point  $P_5$  permet de vérifier l'absence de particules accumulées ou déposées en bas de colonne. La mesure du nombre de particules est effectuée avec le compteur suivant la première méthode (volume imposé).

### 2.6.3 Déroulement d'une expérience

Une fois le dispositif propre, le bac de réserve est rempli et la suspension est préparée dans le bac spécifique. Le remplissage de la colonne à l'eau claire est effectué jusqu'au ras du haut du collecteur cône. Durant ce remplissage, un échantillon de l'eau arrivant dans la colonne est prélevé en  $E_1$ . Cet échantillon sert de référence pour le décompte des particules dans les autres échantillons. La fréquence de production des bulles est alors réglée, grâce au pousse-seringue automatique. Les photos permettant de caractériser les bulles sont prises à ce moment-là. La production de bulle est alors arrêtée momentanément. L'étape suivante est la fermeture des guillottes et le remplissage de la zone centrale avec la suspension, par chasse de l'eau claire par la sortie de vidange. Pendant ce remplissage, les échantillons  $E_2$  et  $E_3$  sont prélevés respectivement à l'alimentation et à la vidange. L'expérience de capture doit alors débuter immédiatement pour ne pas laisser le temps à la suspension de décanter. Les vannes guillottes sont donc ouvertes et le système de bullage remis en marche. Les bulles émises par le capillaire peuvent alors traverser entièrement la colonne. Les particules capturées par les bulles et libérées à la surface sont entraînées par un léger courant dans le collecteur. Ce léger courant est créé par un faible débit d'eau claire de l'ordre de  $50\text{ mL}\cdot\text{min}^{-1}$ . Le nombre de bulles émises est compté à l'aide d'un compte-pièce manuel. En fin d'expérience, le courant entraînant les particules est augmenté, après l'arrêt de l'émission des bulles, afin de collecter toutes les particules amenées à la surface de capture.

## 2.7 Résultats

Nous ne reportons dans ce chapitre qu'un nombre limité d'expériences (15), dont nous considérons comme correct le déroulement. En effet, si le principe de la mesure est relativement simple, sa réalisation s'est avérée beaucoup plus difficile, malgré toutes les précautions décrites dans les paragraphes précédents. Il y a eu un grand nombre d'échecs, environ une expérience sur deux, pour des raisons diverses :

- mauvaise mise en route du train de bulle ;
- train de bulle irrégulier ;
- bulle de gaz due à une fuite du système d'injection accumulée sous la vanne guillotine pendant le remplissage de la zone de capture avec la

- suspension ;
- surpression dans la zone de capture produite à la fin du remplissage de la zone de capture mal évacuée : la vanne de sortie de la zone de capture est fermée alors que la pompe est encore en action pour éviter un effet siphon, puis réouverte une fraction de seconde (pompe arrêtée) pour évacuer la surpression engendrée par la pompe ;
- encrassement du système d'injection d'air.

Pour mémoire, les temps de nettoyage, de mise en place, d'expérience et d'analyses n'ont pas permis de réaliser plus de deux expériences par semaines.

On trouvera dans le premier paragraphe les conditions de chacune de ces expériences, sous la forme d'abord des valeurs physiques relevées, puis des valeurs adimensionnelles nécessaires à l'analyse. L'analyse de ces conditions nous conduira à éliminer encore quelques expériences. Ensuite, un effort particulier est porté sur les conditions de contamination de l'interface des bulles. Dans la dernière partie sont présentés les résultats de la mesure en terme d'efficacité de capture et leur analyse.

## 2.7.1 Conditions expérimentales

### Paramètres physiques

Les conditions expérimentales sont résumées dans le tableau 2.1. La température de l'eau varie entre 20,4 et 28,4 ° d'une expérience à l'autre. En conséquence, la masse volumique de l'eau varie entre 998 et 996  $kg.m^{-3}$ , et la viscosité dynamique entre 8,28.10<sup>-4</sup> et 9,93.10<sup>-4</sup>  $Pa.s$ . La variation relative de la masse volumique est de moins de 0,3 %, alors que celle de la viscosité dynamique atteint 10 %. L'influence de la température sur le nombre de Reynolds de la bulle  $Re_b$  est donc conséquente, nous en avons donc tenu compte.

La conductivité de l'eau varie entre 0,62 et 8,79  $\mu S.cm^{-1}$ . C'est le signe d'une très faible quantité d'espèces ioniques en solution. De même, le nombre de particules détectées dans l'échantillon témoin reste inférieur à 54  $p.mL^{-1}$ . On peut toutefois noter que cette valeur est supérieure aux 18  $p.mL^{-1}$  fixé comme valeur seuil de la procédure de nettoyage. Comme on l'a vu lors de la présentation des procédures de comptage, ceci est dû au dégazage de microbulles lors de l'agitation des échantillons témoins. La faible conductivité et le nombre limité de particules laissent penser que les expériences sont réalisées en eau propre, donc que les interfaces des bulles seront très faiblement contaminées, ce que l'on vérifiera par ailleurs.

Excepté le cas de l'expérience 7 où un problème d'injection d'air s'est produit, conduisant à une expérience sans bulle, le nombre de bulles produites est compris entre 23 et 336. Dans les expériences réalisées avec le moins de bulles, l'ordre de grandeur du nombre total de particules capturées sera plus faible que pour celles qui utilisent un grand nombre de bulles, la précision attendue sur la mesure de l'efficacité de capture devrait donc être moins grande.

Quatre expériences ont produit des bulles dont le diamètre moyen était supérieur à 1 mm, avec un maximum de 1,1 mm. L'excentricité correspondante est alors de 1,3. Cette excentricité n'est pas suffisante pour déclencher

un détachement tourbillonnaire, la trajectoire de la bulle reste rectiligne, ce qui était visible à l'oeil nu. Les vitesses des bulles varient quant à elles entre 83 et  $314 \text{ mm.s}^{-1}$ . Ces dernières mesures sont analysées ci-dessous sous forme adimensionnelle.

### Paramètres adimensionnels

Des grandeurs physiques précédentes sont déduites les paramètres adimensionnels qui contrôlent la capture. Ces valeurs sont récapitulées dans le tableau 2.2.

**Nombre de Reynolds** Le nombre de Reynolds  $Re_b$  des bulles varie entre 44 et 369. Malheureusement, l'expérience 7 pour laquelle les bulles les plus petites avaient été générées a tourné court au moment de lancer la capture. Pour cinq expériences, le nombre de Reynolds  $Re_b$  dépasse 250, valeur au-delà de laquelle on considère que les bulles en ascension libre se déforment. C'est bien dans ces cas que l'on a observé que l'excentricité des bulles s'éloignait de l'unité. On peut noter que dans les autres cas, les valeurs mesurées de l'excentricité sont plus proches 1. Dans toutes les expériences, la trajectoire des bulles est restée rectiligne, en accord avec la littérature, car le nombre de Reynolds ne dépasse pas 500.

**Coefficient de traînée** Pour chaque expérience, nous avons déduit des mesures de vitesse et de diamètre le coefficient de traînée correspondant donné par la relation (2.17). La figure 2.33 représente l'ensemble des couples expérimentaux  $(Re_b^{exp}, C_d^{exp})$  par les symboles (o). On notera que le nombre de points dépasse 15, car nous avons reporté un point pour chaque bulle enregistrée correspondant à la même expérience. Pour chaque expérience, les points représentatifs sont très proches, les valeurs de  $C_d^{exp}$  et de  $Re_b^{exp}$  reportées dans le tableau correspondent à la valeur moyenne.

La valeur du coefficient de traînée  $C_d$  d'une bulle est un indicateur de la contamination de l'interface. Dans l'objectif d'évaluer ce degré de contamination pour chacune de nos expériences, nous avons reporté par des courbes les corrélations de Schiller and Nauman (1935) ( $\cdots$ ) pour une sphère solide et de Mei et al. (1994) (—) pour une bulle propre. Par rapport à ces deux courbes, on constate que nos points expérimentaux sont nettement plus proches de la courbe représentative du comportement de bulles propres, signe d'interfaces faiblement contaminées. Afin d'affiner l'évaluation du taux de contamination, nous avons également représenté le lissage de résultats issus de simulations numériques directes, pour deux taux de contamination traduits par les valeurs de l'angle de contamination  $\theta_{cont} = 112^\circ$  ( $- \cdot -$ ) et  $\theta_{cont} = 135^\circ$  ( $- - -$ ). Nos points expérimentaux sont regroupés autour de la courbe  $\theta_{cont} = 135^\circ$  que l'on pourra considérer comme représentant le degré de contamination des interfaces dans nos expériences. Si on se réfère à la définition de  $\theta_{cont}$ , on peut constater qu'il s'agit d'une contamination limitée à l'arrière de la bulle, sur une surface peu étendue, dans une zone où l'on peut penser que la capture de particules

N°	Température (°C)	Conductivité ( $\mu S.cm^{-1}$ )	$M_0$ (g)	$C_0$ ( $nb.mL^{-1}$ )	Bruit de fond ( $nb.mL^{-1}$ )	Nombre de bulles (-)	Excentricité (-)	$d_b$ (mm)	$V_t$ ( $mm.s^{-1}$ )
1	26,4	1,17	2,93	21 705	36	69	1,07	0,78	166
2	25,9	2,27	2,98	22 090	31	41	1,08	0,78	177
3	26,6	1,14	2,07	15 379	54	94	1,07	0,75	185
4	28,4	1,97	2,11	15 627	29	113	1,05	0,70	149
5	28,3	1,09	2,22	17 665	19	0	1,05	0,80	171
6	27,7	6,82	2,44	19 369	16	308	1,07	0,66	150
7	24,6	8,79	2,07	16 478	27	23	1,04	0,48	83
8	20,4	2,48	1,77	14 037	23	288	1,07	0,82	201
9	25,6	1,95	1,87	14 843	14	303	1,22	1,00	302
10	25,0	0,67	1,94	15 389	38	124	1,26	1,04	317
11	23,2	1,04	0,76	6 027	13	201	1,20	1,08	310
12	23,0	0,62	0,86	6 840	16	336	1,26	1,07	317
13	28,0	1,61	1,50	18 220	52	200	1,10	0,84	236
14	25,8	1,49	0,95	11 615	9	243	1,11	0,83	229
15	23,0	1,24	2,29	27 913	20	237	1,30	1,10	314

TAB. 2.1 – Conditions expérimentales - grandeurs physiques.



N°	$Re_b$	Cd	$\theta_{cont}$	$d_p/d_b$ $5 - 15 \mu m$	$d_p/d_b$ $15 - 25 \mu m$	$d_p/d_b$ $25 - 40 \mu m$	$d_p/d_b$ $40 - 56 \mu m$	$d_p/d_b$ $56 - 75 \mu m$	$d_p/d_b$ $> 75 \mu m$
1	150	0,37	135°	0,0128	0,0256	0,0416	0,0614	0,0710	0,0959
2	157	0,33	135°	0,0129	0,0257	0,0418	0,0617	0,0713	0,0964
3	160	0,29	135°	0,0134	0,0268	0,0435	0,0642	0,0742	0,1003
4	126	0,42	135°	0,0142	0,0285	0,0463	0,0683	0,0790	0,1068
5	165	0,36	135°	0,0125	0,0250	0,0407	0,0601	0,0695	0,0939
6	109	0,38	135°	0,0152	0,0304	0,0494	0,0730	0,0844	0,1140
7	44	0,93	135°	0,0206	0,0413	0,0671	0,0991	0,1146	0,1548
8	167	0,27	135°	0,0121	0,0243	0,0394	0,0582	0,0673	0,0910
9	342	0,14	135°	0,0100	0,0200	0,0325	0,0480	0,0555	0,0750
10	367	0,14	135°	0,0096	0,0193	0,0313	0,0463	0,0535	0,0723
11	360	0,15	135°	0,0093	0,0185	0,0301	0,0444	0,0514	0,0694
12	363	0,14	135°	0,0093	0,0187	0,0303	0,0448	0,0518	0,0700
13	238	0,20	135°	0,0118	0,0237	0,0385	0,0568	0,0657	0,0888
14	217	0,21	135°	0,0121	0,0241	0,0392	0,0579	0,0670	0,0905
15	369	0,15	135°	0,0091	0,0182	0,0296	0,0437	0,0506	0,0683

TAB. 2.2 – Conditions expérimentales, grandeurs adimensionnelles.

est très restreinte. Ces mesures confirment l'efficacité du nettoyage de l'installation, et peuvent être reliées aux valeurs de conductivité et au nombre résiduel de particules observés par unité de volume.

Afin de situer nos expériences par rapport à celles rapportées dans la littérature par Ralston and Dukhin (1999), nous avons utilisé les mesures de vitesse et de taille données par ces auteurs pour en calculer les valeurs de  $Re_b^{exp}$  et de  $C_d^{exp}$ . Les deux couples  $(Re_b^{exp}, C_d^{exp})$  correspondants à deux tailles de bulle différentes sont représentés sur la figure 2.33 par le signe (•). Vraisemblablement, une partie de ces expériences a été réalisée avec des interfaces propres, alors qu'une deuxième partie a mis en jeu des bulles ayant des interfaces plus contaminées, avec un  $\theta_{cont}$  de l'ordre de  $135^\circ$ . Toutefois, ces auteurs ne rapportent pas les valeurs de vitesse et de taille pour chacune des expériences, ce qui interdit de savoir si toutes les expériences sont effectivement menées dans les mêmes conditions de contamination.

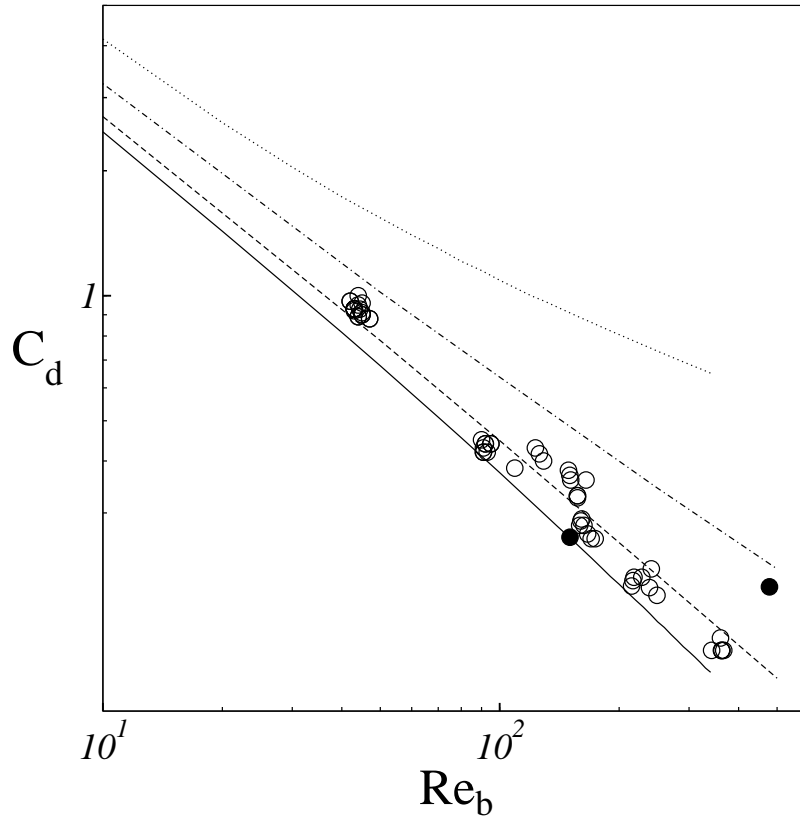


FIG. 2.33 – Coefficient de traînée versus nombre de Reynolds. o : points expérimentaux; • : Ralston and Dukhin (1999); -.- :  $\theta_{cont} = 112^\circ$ ; --- :  $\theta_{cont} = 135^\circ$ ; ··· : sphère solide Schiller and Nauman (1935); — : bulle propre Mei et al. (1994)

**Classes de taille** Les expériences permettent de mesurer des efficacités de capture pour chaque classe de taille de comptage du compteur de particule. Afin de calculer le rapport de diamètre  $d_p/d_b$  correspondant, nous avons attribué cette efficacité au diamètre médian de la classe. En effet, les modèles

d'efficacité de capture prédisent une efficacité de collision proportionnelle au diamètre  $d_p$  (par exemple les relations (1.47) de Sutherland (1948) et (1.54) de Weber and Paddock (1983)), ou au carré de ce diamètre  $d_p$  (par exemple l'expression (1.62) de Gaudin (1957)). On verra que le premier cas s'applique aux interfaces de bulles propres, alors que le second est relatif aux interfaces complètement contaminées. Comme l'a montré le paragraphe précédent, dans nos expériences, l'interface des bulles est plutôt propre, donc une variation de l'efficacité proportionnelle à  $d_p$  est attendue. Dans ce cas, il est légitime d'attribuer la valeur de l'efficacité à la valeur médiane de  $d_p$  dans la classe de taille.

Ce diamètre, rapporté à celui des bulles produites par nos expériences, permet de calculer le paramètre de rapport de taille  $d_p/d_b$ . Les différentes valeurs expérimentales de  $d_p/d_b$  sont reportées dans le tableau 2.2.

Les valeurs de  $d_p/d_b$  varient entre 0,0091 et 0,1548, soit sur trois ordres de grandeurs. Cependant, pour des raisons que nous verrons dans la section suivante, seuls certains résultats seront effectivement exploitables en terme d'efficacité de capture. La gamme de variation du rapport de taille  $d_p/d_b$  est restreinte de fait entre 0,0185 et 0,0730. On reste dans la validité de l'hypothèse de petites particules par rapport aux bulles.

**Nombre de Stokes** Les données expérimentales permettent aussi de vérifier que le nombre de Stokes  $St_p$  reste suffisamment inférieur à 1. Résultats bruts Le

TAB. 2.3 – Nombres de Stokes des particules dans les conditions expérimentales

Classe	$St_p$
5 – 15 $\mu m$	2,9.10 <sup>-3</sup> et 5,5.10 <sup>-3</sup>
15 – 25 $\mu m$	1,2.10 <sup>-2</sup> et 2,2.10 <sup>-2</sup>
25 – 40 $\mu m$	3.10 <sup>-2</sup> et 5,8.10 <sup>-2</sup>
40 – 56 $\mu m$	6,7.10 <sup>-2</sup> et 1,3.10 <sup>-1</sup>

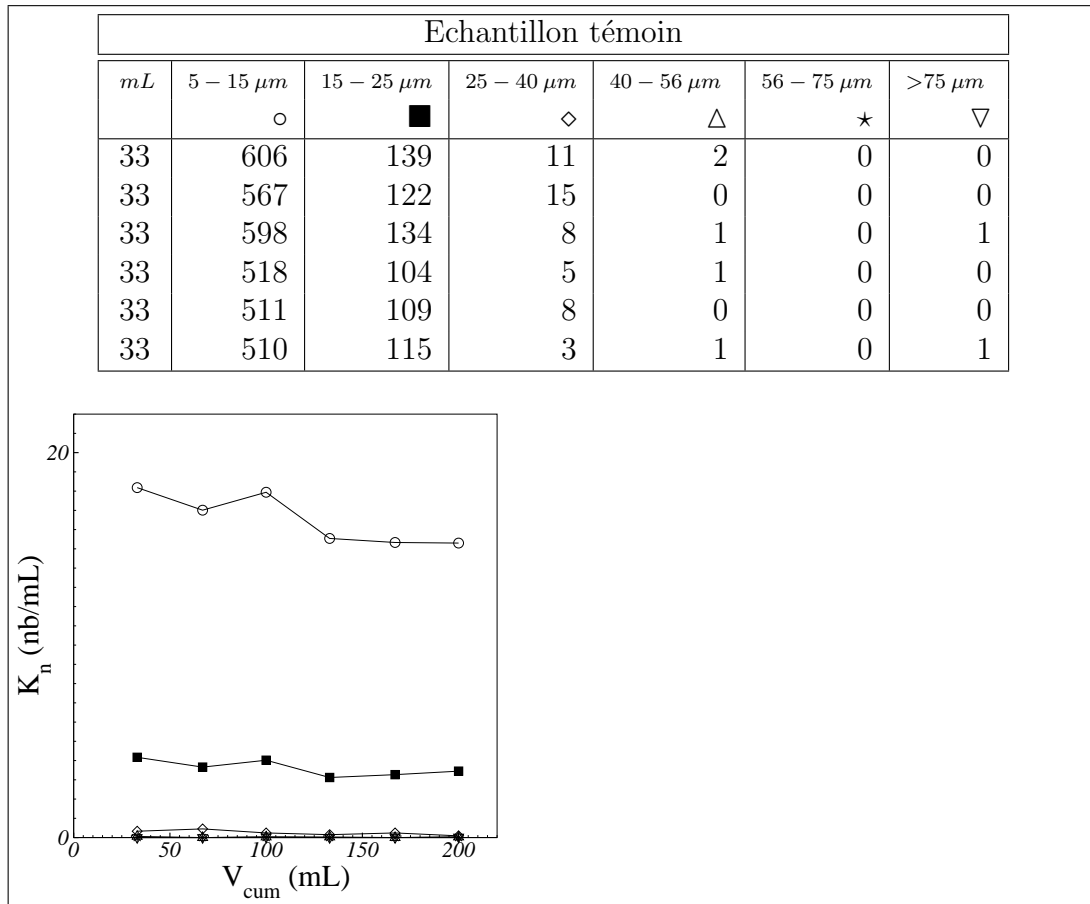
tableau 2.3 présente la gamme de variation du nombre de Stokes pour les tailles de particules en nombre conséquent dans les lots utilisés.

### 2.7.2 Résultats bruts

Pour chaque expérience, les résultats de comptage sont donnés en annexe C sous forme de quatre fiches d'analyse : une (T) pour l'échantillon témoin d'eau claire, une (EC) pour l'échantillon prélevé en entrée de la colonne au moment du remplissage de la zone de capture avec la suspension, une (SC) pour l'échantillon prélevé en sortie de la colonne à la fin du remplissage avec la suspension, et enfin une (C) relative au réceptacle cône contenant les particules capturées. Ces fiches d'analyse sont complétées par une fiche résumant les résultats des fiches précédentes. Des exemples de ces fiches sont détaillées ci-dessous concernant l'expérience 15.

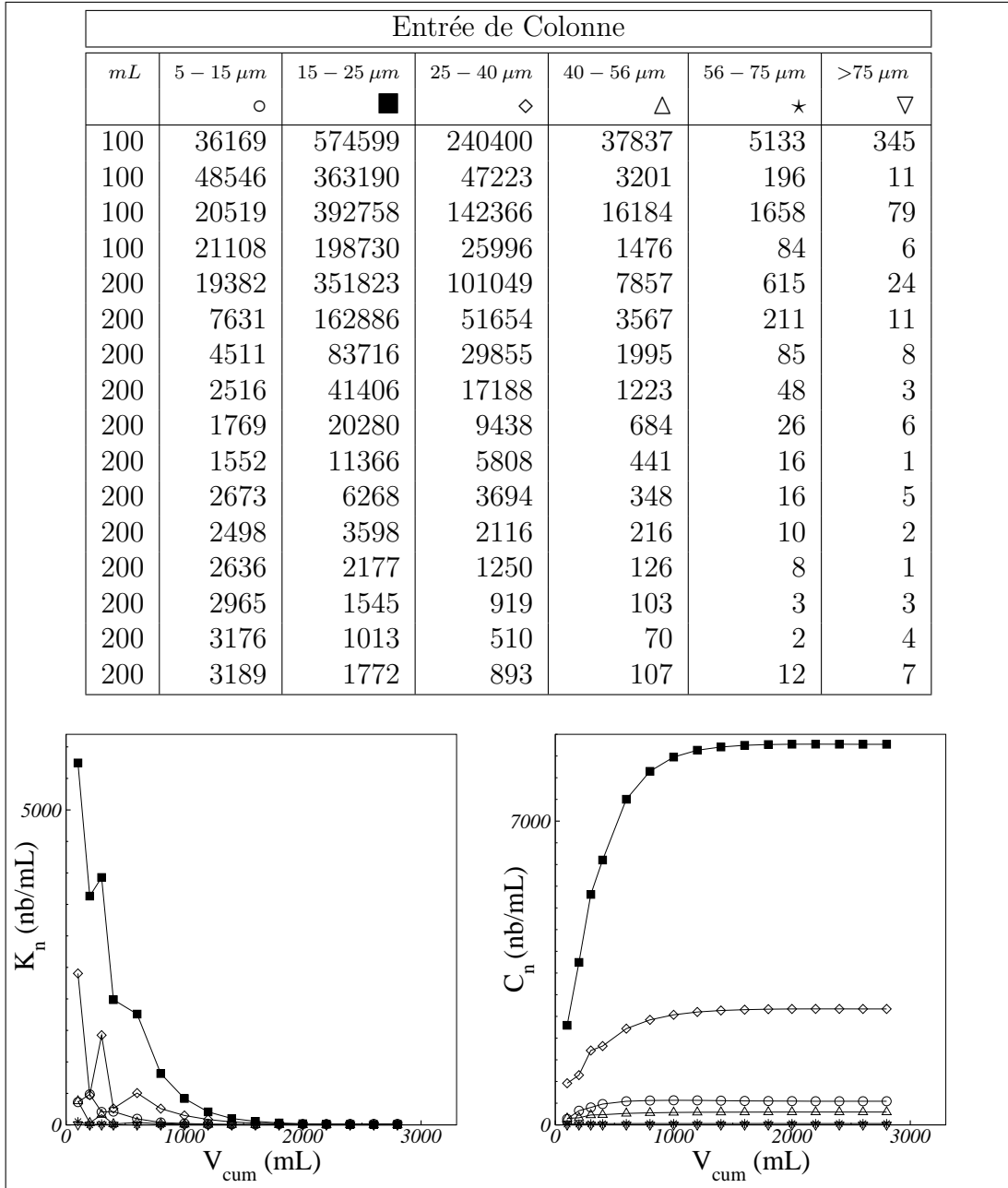
**Fiches échantillon témoin T :**

La fiche de l'échantillon témoin (T) donne dans un tableau les nombres de particules comptées dans chaque classe, pour les différents passages dans le compteur et les volumes correspondant à chaque passage. Le graphe donne l'évolution de la concentration dite «instantanée»  $K_n$ , en nombre de particules par unité de volume, en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  au cours des différents passages. Cette concentration «instantanée» est celle qui est directement mesurée par le compteur à chaque passage.

**Fiche échantillon 1: Expérience 15 - Témoin eau****Fiches échantillon de la suspension EC et SC :**

Les fiches des échantillons en entrée et en sortie de colonne (EC et SC) comprennent le tableau du nombre de particules comptées dans chaque classe, pour les différents passages dans le compteur. Le premier graphe donne l'évolution de la concentration «instantanée»  $K_n$ , en nombre de particules par unité de volume, en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  au cours des différents passages. C'est lui qui permet de savoir si les mesures successives convergent vers la valeur du bruit de fond. Le second graphe donne l'évolution de la concentration réelle  $C_n$  de l'échantillon, en nombre de particules par unité de volume, en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  au cours des différents passages. C'est le nombre total de

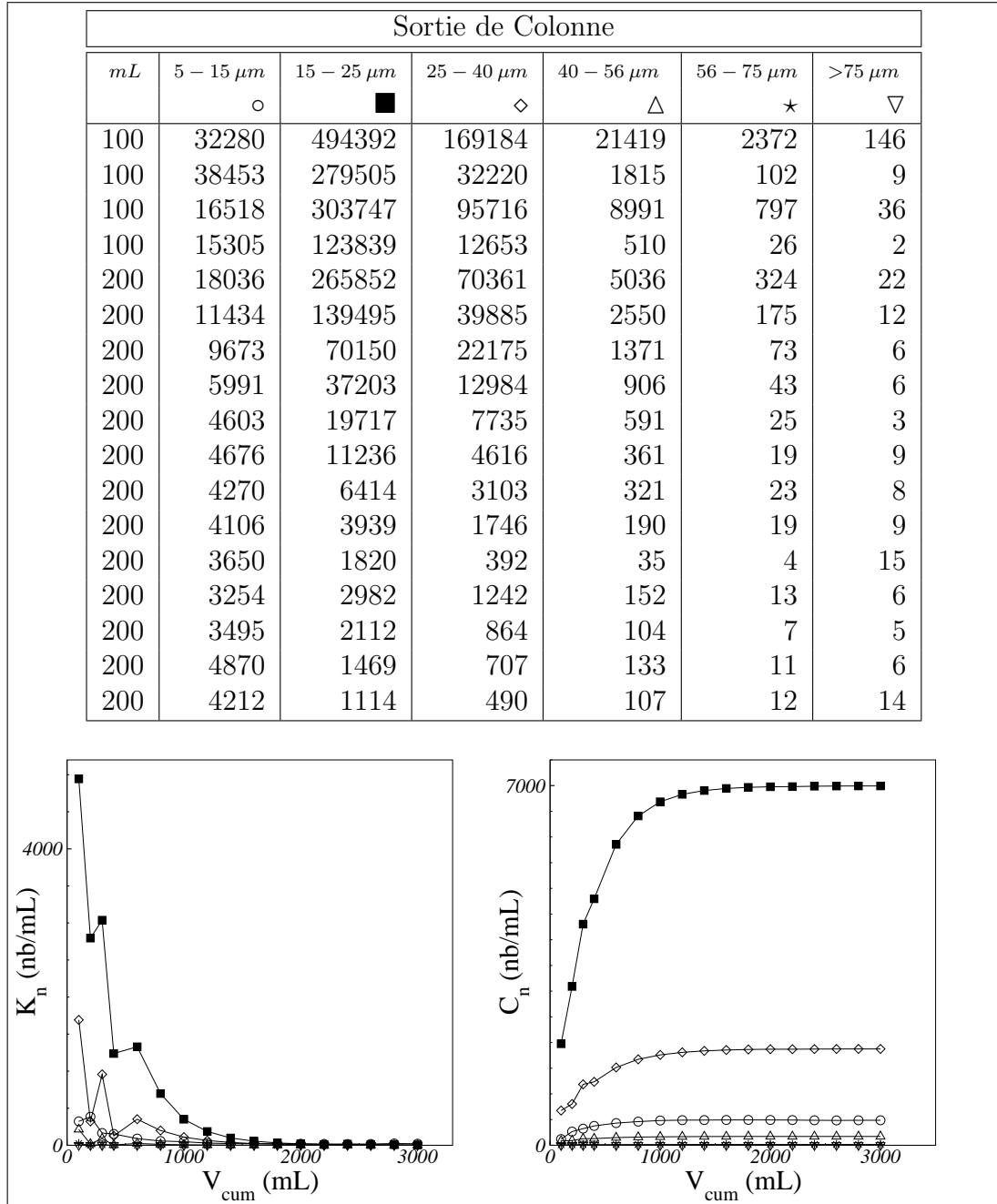
particules comptées, auquel le bruit de fond des dilutions successives est soustrait et divisé par le volume initial de l'échantillon (250 mL). La convergence vers une valeur constante est signe d'une mesure convenable de la concentration dans l'échantillon. C'est cette valeur asymptotique qui est considérée comme le résultat de la mesure.



Fiche échantillon 2: Expérience 15 - Entrée de colonne

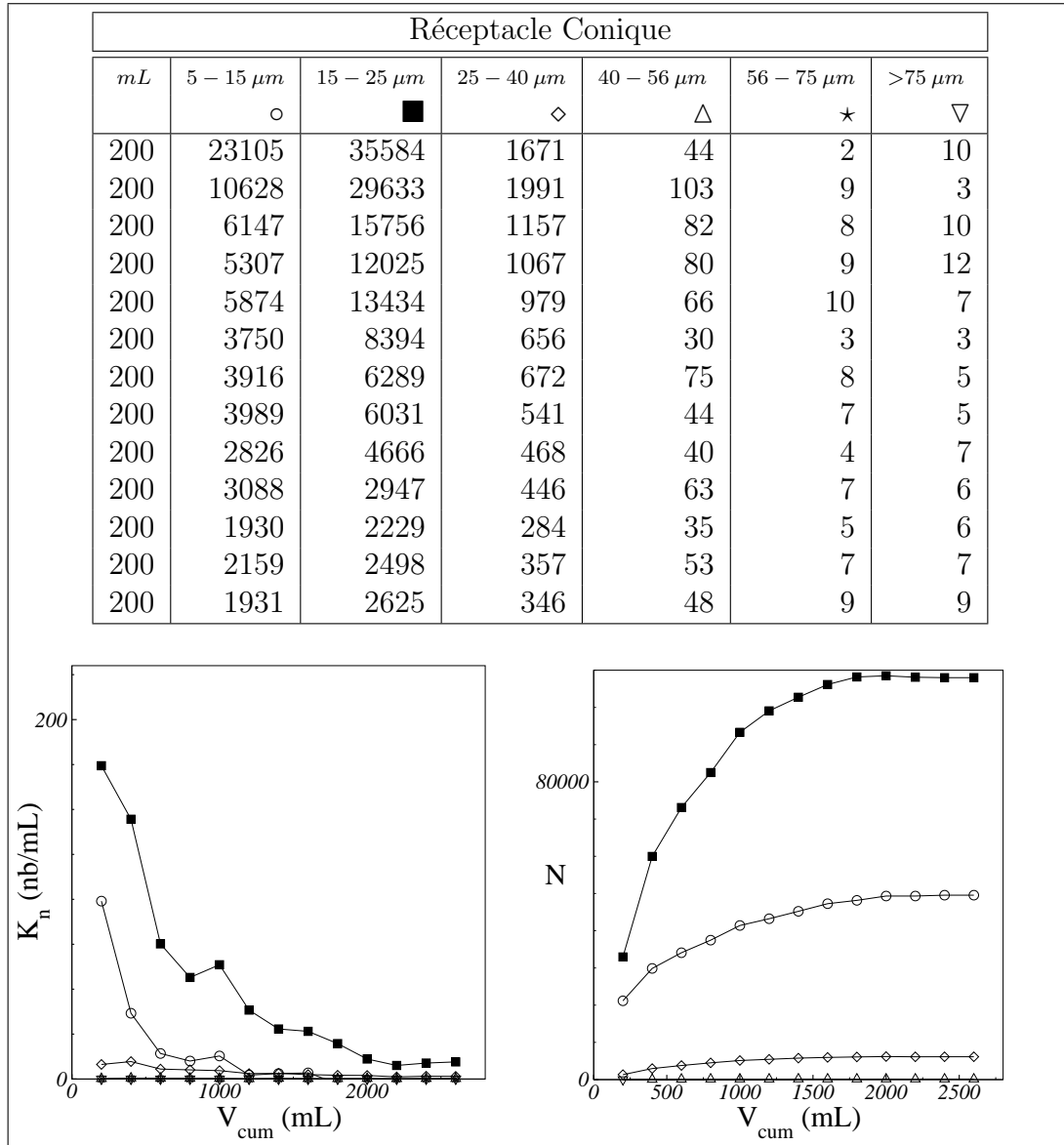
### Fiches échantillon des particules capturées C :

La fiche de l'échantillon de particules capturées (C) comprend les mêmes éléments, à la différence près que le dernier graphe ne représente pas la concentration de l'échantillon, mais le nombre total de particules  $N$  capturées et



Fiche échantillon 3: Expérience 15 - Sortie de colonne

comptées, bruit de fond déduit, en fonction du volume cumulé  $V_{cum}$  au cours des différents passages. La convergence vers une valeur constante est signe d'une bonne mesure du nombre de particules capturées. C'est cette valeur qui est le résultat de la mesure.



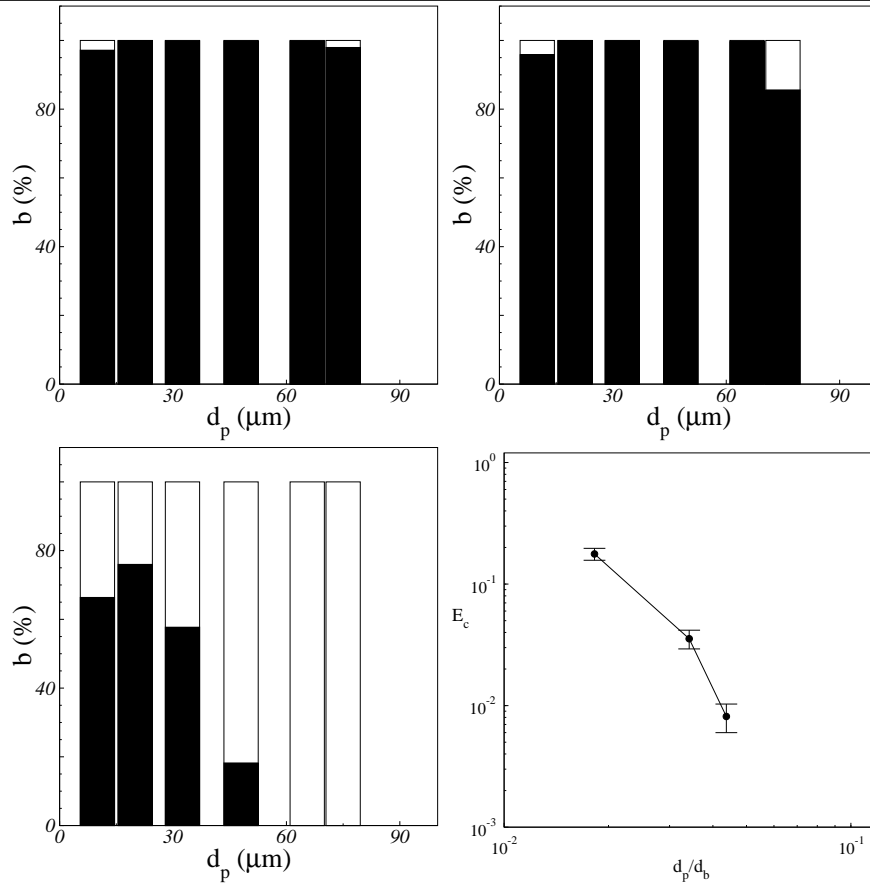
Fiche échantillon 4: Expérience 15 - Cône de capture

Fiches résumé de l'expérience :

### 2.7.3 Filtrage des résultats

Dans cette section, l'ensemble des résultats bruts est passé en revue pour éliminer les expériences et les résultats qui ne sont pas exploitables.

	5 – 15 $\mu m$	15 – 25 $\mu m$	25 – 40 $\mu m$	40 – 56 $\mu m$	56 – 75 $\mu m$	>75 $\mu m$
$K_n^T$ (p.mL $^{-1}$ )	16,55	3,62	0,25	0,03	0,00	0,01
$K_n^{EC}$ (p.mL $^{-1}$ )	15,95	8,86	4,47	0,54	0,06	0,04
$K_n^{SC}$ (p.mL $^{-1}$ )	21,06	5,57	2,45	0,54	0,06	0,07
$K_n^C$ (p.mL $^{-1}$ )	9,66	13,13	1,73	0,24	0,05	0,05
$C_n^{EC}$ (p.mL $^{-1}$ )	544,78	8769,28	2671,43	295,75	31,82	1,67
$C_n^{SC}$ (p.mL $^{-1}$ )	486,58	6993,10	1874,89	171,95	15,46	0,42
$N^C$	49547,00	107986,00	6137,00	139,00	-29,00	-27,00



Fiche expérience 1: Expérience 15



**Expériences non valides :**

Tout d'abord l'expérience 5 ne sera pas prise en compte, car aucune bulle n'a été émise. Cependant, cette expérience nous a permis de vérifier que dans ce cas, on ne retrouvait pas de particules en quantité dans le réceptacle cône ! Si ce résultat paraît évident, compte tenu du faible nombre de particules captées, il nous a semblé nécessaire de le vérifier. On constate que le nombre de particules comptées dans cette expérience est 6 à 10 fois inférieur au nombre de particules comptées dans le réceptacle cône pour une expérience normale.

L'expérience 7 a été faussée pour plusieurs raisons. D'abord, de grosses bulles d'air ont été piégées sous la vanne guillotine du bas de la colonne pendant le remplissage de la zone de capture avec la suspension. Ces bulles en nombre et diamètre non maîtrisés ont été libérées à l'ouverture de la vanne, amenant avec elles des particules en grand nombre. De plus, un débit d'eau claire trop important a été utilisé pour conduire par surverse les particules amenées en surface dans le réceptacle cône.

Ces deux expériences ne sont donc pas retenues par la suite.

**Classes de taille conduisant à des résultats aberrants :**

Comme nous l'avons vu dans la section 2.5.2, dans les lots de particules utilisés, les classes de taille  $56 - 75 \mu m$  et  $> 75 \mu m$  ne contiennent pas beaucoup de particules. Pour ces classes de taille, le nombre total de particules capturées est de l'ordre d'une particule, ce qui entraîne des mesures très imprécises et une variabilité trop grande. Les résultats d'efficacité relatifs à ces classes ne seront donc pas examinés.

Le cas de la classe des plus petites particules ( $5 - 15 \mu m$ ) est particulier. En effet, dans cette classe de taille, les particules comptées dans le réceptacle cône sont très nombreuses, conduisant à des efficacités de capture souvent supérieures à 1. Après plusieurs essais, nous avons été convaincus qu'il s'agissait d'un artefact dû à la présence de micobulles générées par dégazage quand la suspension est agitée (voir plus haut). Il n'a pas été possible d'éliminer ce problème. Il ne peut donc être accordé de crédit suffisant aux mesures de l'efficacité pour cette classe de taille.

**Points de mesure aberrants :**

Outre ces éliminations globales d'expérience ou de classes, nous devons éliminer quatre points de mesure. Pour les expériences 4, 10 et 13 dans la classe  $40 - 56 \mu m$  et pour l'expérience 13 dans la classe  $25 - 40 \mu m$  la procédure de comptage conduit à un nombre de particules capturées négatif ! Cela signifie que le bruit de fond est mal évalué. Dans la classe  $40 - 56 \mu m$ , cela peut s'expliquer par une moins bonne précision des mesures, comme nous l'avons vu dans la section 2.5.2.

N°	5 – 15 $\mu m$	15 – 25 $\mu m$	25 – 40 $\mu m$	40 – 56 $\mu m$	56 – 75 $\mu m$	> 75 $\mu m$
1	I	B	B	B	I	I
2	I	B	B	B	I	I
3	I	B	B	B	I	I
4	I	B	B	B	I	I
5	I	I	I	I	I	I
6	I	B	B	B	I	I
7	I	I	I	I	I	I
8	I	B	B	B	I	I
9	I	B	B	B	I	I
10	I	B	B	B	I	I
11	I	B	B	B	I	I
12	I	B	B	B	I	I
13	I	B	B	B	I	I
14	I	B	B	B	I	I
15	I	B	B	B	I	I

TAB. 2.4 – Qualité des Expériences : B=Bonne ; I=Insuffisante.

**Synthèse :**

Le tableau 2.4 synthétise le résultat des mises à l'écart précédentes. La qualité des points notés (B) est considérée comme convenable, celle des points notés (I) comme insuffisante. Seuls les résultats correspondant aux points (B) sont conservés par la suite.

**2.7.4 Efficacités de Capture**

Cette section traite du calcul des efficacités de capture pour l'ensemble des points expérimentaux. Par définition, l'efficacité de capture  $E_{capt}$  est le rapport entre le nombre de particules capturées  $n_{capt}$  par une bulle et le nombre de particules  $n_0$  présentes initialement dans le volume balayé par cette bulle :

$$E_{capt} = \frac{n_{capt}}{n_0} \quad (2.18)$$

**Nombre de particules capturées par une bulle**

Le nombre de particules capturées  $n_{capt}$  par une bulle est tout simplement le nombre total de particules capturées  $N$  dans le réceptacle cône mesuré précédemment, divisé par le nombre  $n_b$  de bulles émises :

$$n_{capt} = \frac{N}{n_b} \quad (2.19)$$

**Nombre de particules dans le volume balayé par la bulle**

Le nombre de particules  $n_0$  présentes dans le volume balayé par une bulle est le produit du volume balayé  $\mathcal{V}_b$  et de la concentration initiale  $C_n^0$ .

Le volume  $\mathcal{V}_b$  de suspension balayé par une bulle, lors d'une expérience est calculé par la formule :

$$\mathcal{V}_b = \frac{\pi d_b^2}{4} H \quad (2.20)$$

où  $d_b$  est le diamètre de la bulle et  $H$  est la hauteur de la zone de capture.

TAB. 2.5 – Concentration initiales  $C_n^0$ 

N° (-)	15 – 25 $\mu m$ $p.mL^{-1}$	25 – 40 $\mu m$ $p.mL^{-1}$	40 – 56 $\mu m$ $p.mL^{-1}$
1	9566	3471	396
2	12559	3698	306
3	5077	1513	113
4	5400	1843	210
5	6594	1627	134
6	4696	1477	116
7	5203	1754	168
8	3766	1590	191
9	4133	1883	132
10	4538	2160	280
11	1747	654	52
12	2030	843	79
13	7308	1072	46
14	3424	561	25
15	7881	2273	234

La concentration est calculée pour chaque classe de taille de particules solides. Son évaluation dans la zone de capture est particulièrement délicate, à cause de la procédure de remplissage de cette partie. La colonne étant remplie d'eau propre et les deux vannes guillotine fermées, la suspension chasse l'eau claire de la zone de capture en étant alimentée par le bas de la zone. Lors de cette chasse, l'écoulement engendré dans la zone de capture n'est pas parfaitement piston, et il y a un certain degré de mélange entre la suspension et l'eau claire. Deux prises d'échantillons sont effectuées, en entrée de colonne et en sortie, quand la suspension atteint le haut de la zone de capture. On trouvera dans le tableau 2.5 les valeurs des concentrations en entrée  $C_n^{EC}$  et en sortie  $C_n^{SC}$  dans les classes de taille retenues. La concentration mesurée en entrée de la zone de capture surestime la concentration réelle vue par les bulles, alors que celle en sortie la sous-estime. Nous avons donc décidé de considérer pour  $C_n^0$  la moyenne arithmétique de  $C_n^{EC}$  et  $C_n^{SC}$  :

$$C_n^0 = \frac{C_n^{EC} + C_n^{SC}}{2} \quad (2.21)$$

De fait, l'efficacité réelle devrait être comprise entre celle estimée avec  $C_n^{EC}$  et celle estimée avec  $C_n^{SC}$ . Nous avons représenté cette incertitude dans la représentation des résultats sous la forme d'une barre d'erreur. Les concentrations  $C_n^0$  utilisées dans la suite des calculs sont reportées dans le tableau 2.5. On peut retrouver les valeurs de  $C_n^{EC}$  et  $C_n^{SC}$  dans les fiches expérience en annexe C.

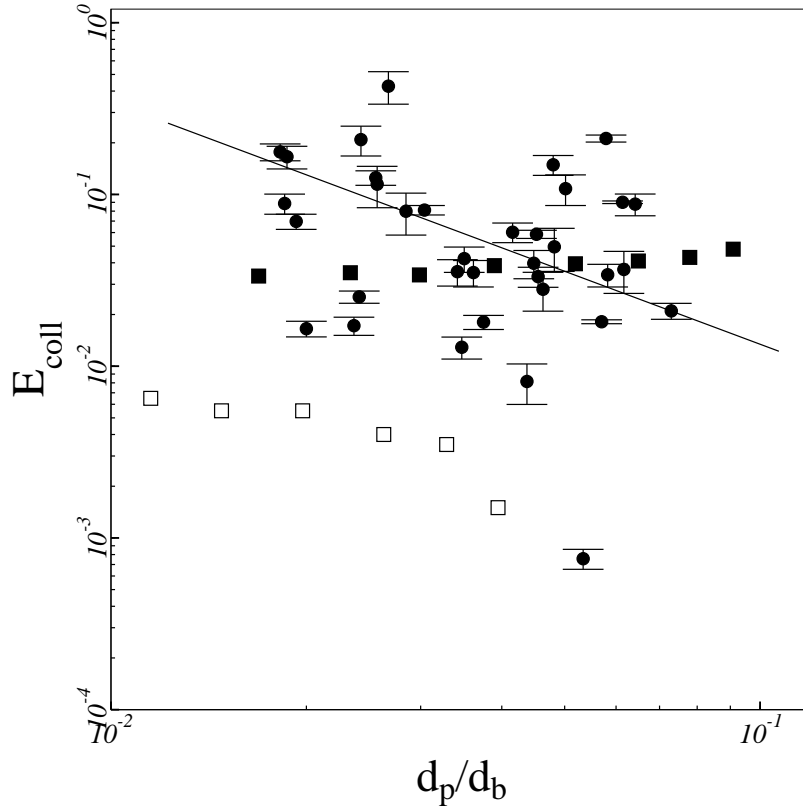


FIG. 2.34 – Efficacités de capture en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$  .  
 ● : points expérimentaux ; □ : Ralston et al. (1999a)  $\theta_c = 42^\circ$  et  $d_b = 1,52mm$  ;  
 ■ : Ralston et al. (1999a)  $\theta_c = 73^\circ$  et  $d_b = 0,77mm$  ;

### Tableau des résultats

Les résultats bruts sont reportés dans le tableau 2.6. Pour chaque point expérimental, on retrouve le numéro de l'expérience, le nombre de Reynolds  $Re$ , l'angle de contamination  $\theta_{cont}$  qui a été évalué à  $112^\circ$  pour toutes les expériences, le rapport de taille  $d_p/d_b$ , puis l'efficacité de capture. Les points sont classés en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ , qui varie entre 0,0185 et 0,0730. Rappelons que l'angle de contact  $\theta_c$  caractérisant le degré d'hydrophobie de nos particules est compris entre  $53^\circ$  et  $64^\circ$ . L'analyse de ces résultats est l'objet de la section suivante.

### 2.7.5 Analyse des résultats

Les valeurs des efficacités de capture sont tracées pour chaque expérience dans les fiches résumé des résultats correspondants dans l'annexe C, en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ . L'ensemble des valeurs obtenues sont rassemblées sur le graphe de la figure 2.34. Les barres d'erreur représentent l'incertitude sur l'estimation de la concentration initiale. On peut constater que cette incertitude reste faible en comparaison de la gamme de variation des efficacités observées.

TAB. 2.6 – Tableau des résultats expérimentaux

N°	Re	$\theta_{cont}$	$d_p/d_b$	$E_c$
11	360	112	0,0185	0,0886
12	363	112	0,0187	0,1658
10	367	112	0,0193	0,0696
9	342	112	0,0200	0,0165
13	238	112	0,0237	0,0153
14	217	112	0,0241	0,0211
8	167	112	0,0243	0,2087
1	150	112	0,0256	0,1251
2	157	112	0,0257	0,1148
3	160	112	0,0268	0,4270
4	126	112	0,0285	0,0799
6	109	112	0,0304	0,0811
11	360	112	0,0347	0,0129
12	363	112	0,0350	0,0423
10	367	112	0,0362	0,0351
9	342	112	0,0375	0,0181
1	150	112	0,0416	0,0603
12	363	112	0,0448	0,0397
14	217	112	0,0452	0,0518
8	167	112	0,0455	0,0332
10	367	112	0,0463	0,0281
9	342	112	0,0480	0,1488
2	157	112	0,0482	0,0496
3	160	112	0,0502	0,1081
4	126	112	0,0534	0,0007
6	109	112	0,0570	0,0181
14	217	112	0,0579	0,5511
8	167	112	0,0582	0,0341
1	150	112	0,0614	0,0901
2	157	112	0,0617	0,0366
3	160	112	0,0642	0,0878
4	126	112	0,0683	0,0096
6	109	112	0,0730	0,0210

### Analyse d'ensemble

**Influence de  $d_p/d_b$**  Le graphe 2.34 montre un regroupement sur deux ordres de grandeur de la majorité des valeurs expérimentales entre 0,01 et 0,2 pour des rapports de taille  $d_p/d_b$  compris entre 0,018 et 0,07. La dispersion des points expérimentaux est expliquée, en partie, par le fait que les nombres de Reynolds  $Re_b$  diffèrent d'une expérience à l'autre, entre 109 et 363. Notons également que les seuls résultats expérimentaux de ce type présentés dans la littérature par Ralston et al. (1999a) concernent des moyennes sur au moins trois expériences, ce qui permet de limiter la dispersion des résultats. Si l'on compare nos résultats avec ceux donnés par Ralston et al. (1999a) (voir figure 1.14 page 59) on s'aperçoit que l'ordre de grandeur correspond, en particulier pour  $d_b$  le plus proche des nôtres (0,77 mm), qui est aussi le plus proche en taux de contamination. En effet, pour des rapports de taille  $d_p/d_b$  compris entre 0,01 et 0,1 les efficacités de collision trouvées par Ralston et al. (1999a) sont comprises entre 0,003 et 0,05. Nos résultats sont légèrement supérieurs, mais la confiance qu'on peut leur accorder est renforcée par cette concordance avec les résultats de Ralston et al. (1999a).

L'ensemble laisse, cependant, deviner une tendance à la diminution de l'efficacité de capture  $E_c$  en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ . Cette diminution est d'environ une décade par décade, soit une efficacité de capture  $E_c$  inversement proportionnelle à  $d_p/d_b$ . Les modèles de collisions, par exemple ceux de Sutherland (1948) et de Gaudin (1957), donnent une évolution proportionnelle au rapport de taille  $d_p/d_b$  ou à son carré. On notera toutefois, que l'évolution en  $d_p/d_b$  est ici principalement due à l'augmentation de  $d_b$ , car les particules sont limitées à 3 classes de taille, donc trois valeurs de  $d_p$ . Or, quand  $d_b$ , augmente, le nombre de Reynolds augmente aussi. Ce type de tracé combine donc les effets de ces deux paramètres.

**Influence de  $Re_b$**  Pour regarder l'influence du nombre de Reynolds  $Re_b$  sur nos résultats expérimentaux nous divisons les efficacités de collision déterminées expérimentalement par le rapport de taille  $d_p/d_b$ . En effet nous avons vu que les bulles émises possédaient une interface très peu contaminée avec un angle de contamination  $\theta_{cont} > 112^\circ$ . De plus nous avons vu dans le chapitre 1 que les différents modèles proposés pour une bulle propre ( $\theta_{cont} = 180^\circ$ ) présentaient une proportionnalité avec la rapport de taille  $d_p/d_b$ , ce qui est confirmé par les résultats des simulations numériques que nous verrons par la suite. Il est donc raisonnable de penser que les efficacités expérimentales ont un comportement similaire et que l'on peut s'affranchir du rapport de taille  $d_p/d_b$  par cette opération. La valeur  $f = E_{coll}/(d_p/d_b)$  est représentée en fonction du nombre de Reynolds  $Re_b$  sur la figure 2.35. L'ensemble des valeur de  $f$  se disperse entre 0,01 et 20. Le plus gros des résultats se trouve entre 0,5 et 10. Les modèles analytiques laissaient prévoir des résultats entre les valeurs 1 et 3 qui correspondent respectivement aux expressions (1.44) en régime de Stokes et (1.47) de Sutherland (1948) en écoulement potentiel.

Dans le paragraphe suivant, nous examinons l'effet de  $d_p/d_b$  pour chaque expérience.

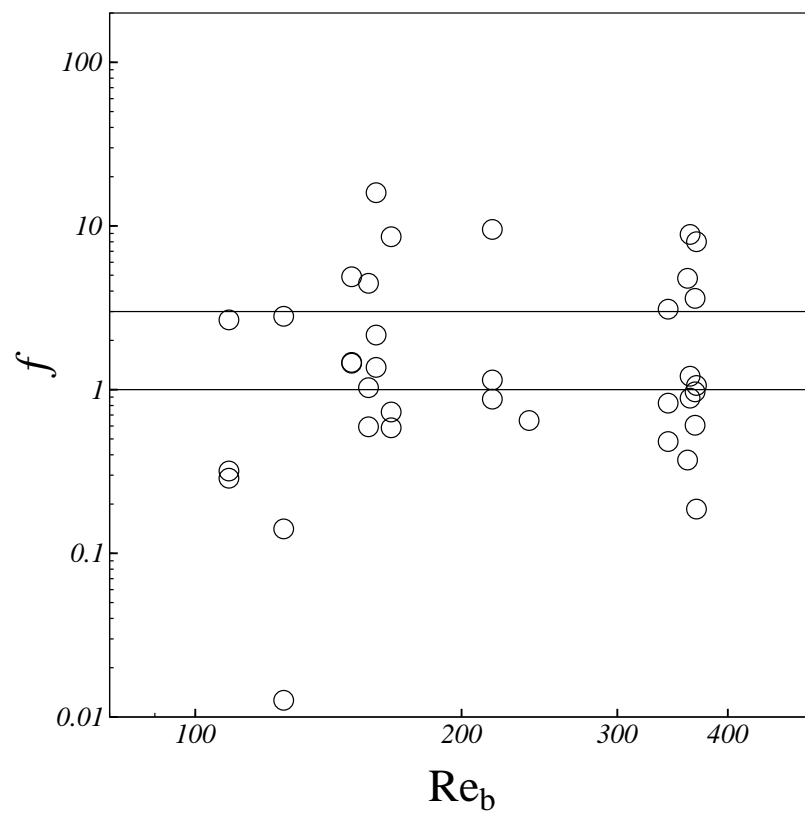


FIG. 2.35 – Résultats expérimentaux :  $f = E_{coll}/(d_p/d_b)$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_b$

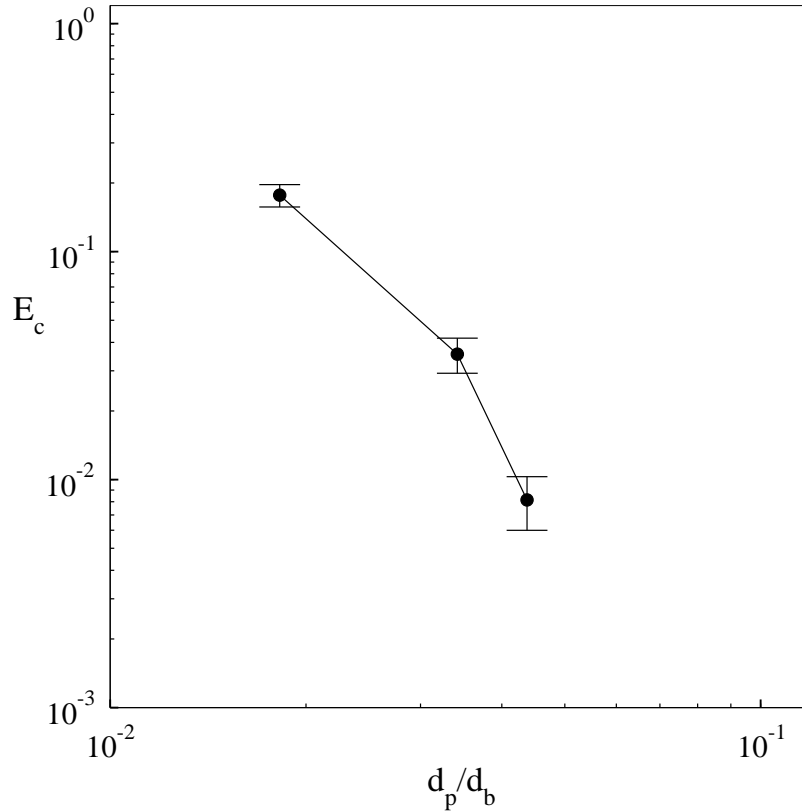


FIG. 2.36 – Efficacités de collision expérimentale-expérience n°15

### Analyse par expérience

Nous nous reportons ici aux graphiques donnés en annexe C, dans les fiches résumé d'expérience. Le graphe correspondant à l'expérience 15 est reporté sur la figure 2.36.

Ces graphiques représentent les efficacités de capture en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ . Ici, contrairement à la figure 2.34, le nombre de Reynolds  $Re_b$  reste constant, seul l'effet de  $d_p$  est pris en compte. Hormis l'expérience 13, pour laquelle un seul point de mesure a été conservé, et les expériences 9 et 14 qui présentent une augmentation de l'efficacité de capture avec le rapport de taille  $d_p/d_b$ , toutes les autres expériences présentent une tendance générale à la diminution de l'efficacité de capture avec l'augmentation du rapport de taille  $d_p/d_b$ . L'analyse individuelle des expériences confirme ce qui a été observé sur l'analyse simultanée de tous les points de mesure, à savoir la diminution de l'efficacité en fonction de  $d_p/d_b$ .

Toutefois, pour des valeurs similaires de taille de bulle ( $d_b \sim 0,8 \text{ mm}$ ) et de contamination de l'interface (bulles faiblement contaminées, voir figure 2.33), on peut remarquer que Ralston et al. (1999a) reportent des évolutions de l'efficacité dont la tendance dépend de l'angle de contact. En effet une transition semble apparaître autour de  $\theta_c = 60^\circ$ , pour des particules dont le caractère hydrophobe est moindre, l'efficacité décroît avec  $d_p/d_b$  alors que pour un caractère hydrophobe plus fort, l'efficacité de capture augmente avec  $d_p/d_b$  suivant alors la tendance imposée par l'efficacité de collision. Il est donc raisonnable de penser



que dans nos expériences les particules ne soient pas suffisamment hydrophobes pour que l'on puisse assimiler l'efficacité de capture et l'efficacité de collision. Il faudrait pour cela un traitement de surface des particules pour en augmenter le caractère hydrophobe, tel que celui mis en œuvre par Ralston et al. (1999a).

## 2.8 Conclusions

Dans ce chapitre, une expérience délicate de mesure de l'efficacité de capture de particules par des bulles a été présentée. L'expérience se caractérise par le contrôle des paramètres régissant la capture : le nombre de Reynolds des bulles  $Re_b$  a varié entre 109 et 367, le rapport des diamètres des particules et des bulles  $d_p/d_b$  s'est établi entre 0,0185 et 0,0730. Le taux de contamination des interfaces des bulles, lui, n'a pas varié, l'angle de contamination a été évalué à environ  $112^\circ$  par la mesure du coefficient de traînée des bulles. La mise au point de cette expérience a demandé beaucoup de temps et de patience. Le dispositif qui a été mis en place a permis de mesurer l'efficacité de capture de bulles isolées produites en train de bulles successives n'interagissant pas entre elles, tout en permettant l'acquisition systématique des paramètres ci-dessus.

L'acquisition de ces paramètres a permis d'éliminer les mesures présentant des aberrations certaines. Une première tendance générale a été établie quant à l'évolution des efficacités de capture en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ . Cette évolution observée est contraire à celle des modèles d'efficacité de collision de la littérature. Après confrontation de nos résultats avec ceux de Ralston et al. (1999a) nous obtenons des ordres de grandeur comparables.

A l'examen des valeurs de l'angle de contact  $\theta_c$ , il semble que nos particules ne soient pas assez hydrophobes pour pouvoir assimiler efficacité de capture et efficacité de collision.

Il apparaît également certain à l'issue de ces expériences qu'elles mériteraient d'être conduites en très grand nombre, afin d'obtenir un résultat statistique pour chacune des conditions paramétriques. Ce grand nombre d'expérience n'a pas pu être mené, à cause de la durée de chaque expérience. Compte tenu de cette difficulté expérimentale, nous avons jugé intéressant d'aborder la détermination de l'efficacité de capture par le biais de la simulation directe. Si la difficulté technique de cette voie de simulation est aussi complexe, elle présente le grand avantage de la maîtrise des conditions. Les développements et les résultats de cette nouvelle approche sont présentés dans la partie suivante.



# Chapitre 3

## Etude numérique

### 3.1 Objectifs

#### 3.1.1 Position du problème

Une partie des résultats présentés dans ce chapitre a fait l'objet de communications aux Congrès International Conference on Multiphase Flow 2004 (ICMF'04) et au Congrès Gas Liquid Solid 2005 (GLS'05). Une version étendue du texte présenté a fait l'objet d'une publication dans la revue Chemical Engineering Science présentée en annexe E.

L'objectif de l'étude numérique est d'obtenir des informations, qui sont inaccessibles par voie expérimentale concernant l'efficacité de collision. En effet, expérimentalement, seule l'efficacité de capture est directement accessible, et l'efficacité de collision reste couplée aux efficacités d'attachement et de détachement comme on vient de le voir.

Il s'agit de pouvoir faire varier, dans une large gamme et indépendamment, les différents paramètres, ici le nombre de Reynolds de la bulle  $Re_b$ , la contamination, par l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ , le rapport de taille des particules et des bulles  $d_p/d_b$ . En effet, il est expérimentalement difficile d'obtenir des variations importantes de ces différents paramètres, indépendamment les uns des autres, comme nous avons pu le voir dans le chapitre 2. Ce découplage permet de dégager et de modéliser les différentes influences des différents paramètres.

Enfin, une étude numérique permet l'accès aux différentes grandeurs physiques locales, telles la vitesse, la pression ou la vorticité. Ces informations peuvent être reliées aux résultats et permettre de les interpréter physiquement.

Nous avons vu en introduction que si les particules sont suffisamment petites ( $25 \mu m$ ) leur vitesse de sédimentation est négligeable devant la vitesse d'ascension de bulles de taille comprise entre  $100 \mu m$  et  $1 mm$ . De plus, le mouvement des particules suit les lignes de courant de l'écoulement autour de la bulle. Dans ces conditions, l'efficacité de collision est donnée par la valeur maximale de la fonction de courant à la distance  $r_p$  de la surface de la bulle :

$$E_{coll}(\theta_{cont}, Re_b, d_p/d_b) = \frac{4 \Psi_{coll}}{r_b^2 V_b}$$

L'efficacité de collision dépend du nombre de Reynolds de la bulle  $Re_b$ , de la

contamination  $\theta_{cont}$  et du rapport de taille  $d_p/d_b$ .

### 3.1.2 Gamme d'étude des paramètres hydrodynamiques

L'étude numérique consiste à réaliser des simulations numériques directes (DNS) des écoulements induits autour des bulles, dans le domaine défini ci-dessus. Le point d'effleurement, défini sur la figure 1.12 est alors déterminé, ce qui permet, connaissant la valeur de la fonction courant en ce point, de déterminer l'efficacité de collision. Les détails du processus de calcul font l'objet de la section 3.2. Pour parcourir au mieux le domaine, les simulations numériques directes ont été réalisées autour de bulles pour une contamination  $\theta_{cont}$  qui varie depuis la bulle complètement contaminée ( $\theta_{cont} = 0^\circ$ ) à la bulle parfaitement propre ( $\theta_{cont} = 180^\circ$ ) et  $Re_b$  variant de 0.01 à 1000. Les efficacités de collision ont été calculées pour 21 valeurs de  $d_p/d_b$  variant de 0.0005 à 0.037. Les valeurs des différents paramètres sont reportés dans le tableau 3.1.

$Re_b \backslash \theta_{cont}$	0	6	20	45	90	112	135	156	180
0,01									
0,05									
0,1									
0,5									
1									
5									
10									
50									
100									
250									
500									
1000									

$$V_s \ll V_b$$

$$St_p \ll 1$$

$$0,0005 < d_p/d_b < 0,037$$

TAB. 3.1 – Paramètres physiques des simulations.

Après les détails techniques de la section 3.2, nous nous intéresserons à la description des écoulements sous l'influence des différents paramètres dans la section 3.3. Dans la section 3.4 nous discuterons de la position du point d'effleurement, par rapport à la bulle. Enfin, nous nous intéresserons, dans les sections 3.5 et 3.6, aux efficacités de collision par interception à la lumière des sections 3.3 et 3.4, notamment pour expliquer et modéliser les comportements observés en fonction des différents paramètres. Enfin nous reviendrons sur les résultats expérimentaux pour les confronter aux résultats numériques.

## 3.2 Procédure numérique

### 3.2.1 Calcul des écoulements

Les simulations numériques directes ont été réalisées avec le code JADIM, déjà décrit dans Magnaudet et al. (1995), Calmet and Magnaudet (1997), Le-

gendre and Magnaudet (1998) et Cuenot et al. (1997). Ce code a été initialement développé pour l'étude fine de l'hydrodynamique de bulles et de particules solides.

### Présentation du code de calcul JADIM

Ce code résout, dans les trois dimensions, les équations instationnaires de Navier-Stokes, qui sont écrites sous la formulation vitesse-pression et pour un système de coordonnées curvilignes orthogonales.

La discrétisation utilise un maillage décalé, les équations sont intégrées dans l'espace avec une méthode des volumes finis, dont la précision est du second ordre, et toutes les dérivées spatiales sont approximées par des schémas centrés du second ordre.

L'avancement dans le temps est réalisé par un algorithme de Runge-Kutta/Crank-Nicolson, qui est précis à l'ordre deux dans le temps, alors que l'incompressibilité est satisfaite à la fin de chaque pas de temps par la résolution d'une équation de Poisson pour un potentiel auxiliaire.

### Choix d'un type de maillage

Le maillage «lignes de courant» est utilisé dans la plupart des études précédentes, avec le code JADIM. C'est un maillage orthogonal qui se superpose avec les lignes de courant et les équipotentielles de la solution analytique en écoulement potentiel autour d'un cylindre. Il est représenté sur la figure 3.1. Les lignes «verticales» représentent des lignes de courant et les lignes «horizontales» des équipotentielles.

L'intérêt de ce type de maillage est que sa structure est proche de celle des écoulements autour d'inclusions sphériques. La discrétisation spatiale est par conséquent meilleure, les gradients n'en sont que mieux évalués. L'utilisation de ce type de maillage a été validé par l'ensemble des études réalisées avec celui-ci et citées précédemment.

Pour notre étude, il est plus aisé d'utiliser un maillage de type polaire, tel qu'il est représenté sur la figure 3.2. En effet, la détermination des efficacités de collision par interception nécessite de déterminer, pour un rapport de taille  $d_p/d_b$  donné, le point d'effleurement. Ce point se trouve sur un cercle centré sur la bulle et de rayon  $r_b + r_p$ . Il est alors plus aisé, pour déterminer sa position, d'utiliser les points du maillage polaire, qui se trouvent à distance constante de la bulle, que les points du maillage «lignes de courant», dont la distance avec la bulle varient le long d'une ligne de courant du maillage.

Pour des bulles parfaitement propres l'utilisation de maillages 2D-axi-symétriques ne pose pas de problème, puisque l'écoulement reste axi-symétrique quel que soit le nombre de Reynolds. Pour des bulles complètement contaminées, à partir d'un nombre de Reynolds  $Re_b$  de 210 l'écoulement devient tridimensionnel. Utiliser un maillage 2D-axi-symétrique revient à forcer l'écoulement à rester axi-symétrique, malgré les perturbations auxquels il est soumis. Nous avons cependant réalisé des simulations avec ce maillage pour des nombres de Reynolds  $Re_b > 210 - 220$ . La capture se faisant sur la partie amont et la déstabilisation

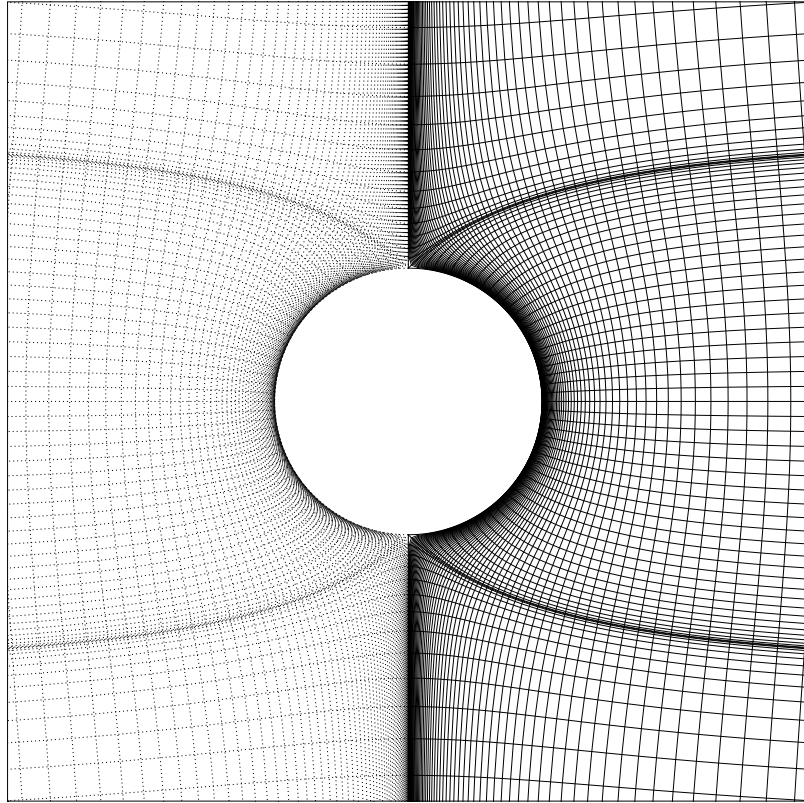


FIG. 3.1 – Maillage «lignes de courant»

sur la partie aval, il est raisonnable de penser que de telles simulations permettent d'obtenir une bonne estimation de la capture. Des simulations tridimensionnelles permettraient de valider cette hypothèse, ce qui n'a pas été fait dans cette étude.

### Présentation du maillage polaire

Le domaine de calcul, lié à la bulle, est décrit en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ . Il a une forme semi-annulaire de rayon intérieur  $r_b$  et de rayon extérieur  $R_\infty$ . Il est fermé, aux bornes ces deux demi-cercles, par l'axe vertical de la bulle. L'écoulement à l'intérieur de la bulle n'est pas calculé. La présence de la bulle est simplement représentée par les conditions limites au niveau de sa surface.

La distribution des nœuds, dans la direction radiale, assure que le rapport  $\alpha$  entre deux mailles successives est inférieur à  $\alpha_{max} = 1,1$ . Un pas constant est utilisé dans la direction ortho-radiale. Au final, la grille est composée de  $N_\theta \times N_r$  nœuds dans les directions orthoradiales et radiales, respectivement.

Les cinq paramètres géométriques suivants sont importants pour valider l'utilisation d'un maillage de type polaire : le rayon extérieur  $R_\infty$  du domaine de calcul, la taille  $\delta$  de la première maille, dans la direction radiale, sur la surface de la bulle, les nombres de nœuds  $N_\theta$  et  $N_r$  ainsi que la progression  $\alpha_{max}$ . Ces paramètres doivent être choisis de sorte que les résultats des simulations soient indépendants de ces paramètres.

Le rayon extérieur  $R_\infty$  du domaine de calcul a été sélectionné de manière

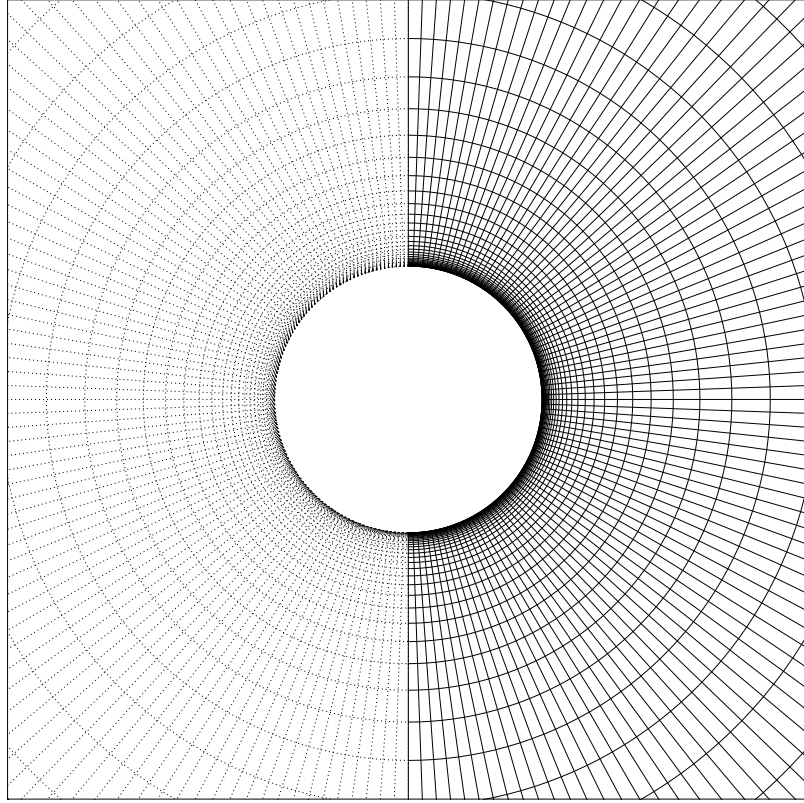


FIG. 3.2 – Maillage Polaire

à éviter le confinement, qui est connu pour avoir un fort effet pour des nombres de Reynolds faibles. Trois domaines ont été choisis (cf tableau 3.2), en fonction du nombre de Reynolds  $Re_b$ , d'après les études antérieures de Magnaudet et al. (1995) et Legendre and Magnaudet (1998).

La taille  $\delta$  de la première maille est choisie de manière à obtenir des points de mesure (numérique) pour  $r_p = 10^{-3} \times r_b$  et il a été choisi de prendre  $\delta/r_b = 0,001/2 = 0,0005$ .

Le choix de  $\alpha_{max} = 1,1$  détermine alors  $N_r$  en fonction de la taille du domaine choisi et donc du nombre de Reynolds  $Re_b$  (cf.3.2).

Le nombre de nœuds  $N_\theta$  a été choisi pour obtenir une bonne description ortho-radiale de l'écoulement. En effet, la variation ortho-radiale des grandeurs physiques, est importante dans la détermination du point d'effleurement et de l'angle de collision.  $N_\theta$  vaut 90 dans tous les cas.

### Conditions aux limites sur la surface de la bulle

Différentes conditions aux limites sont requises sur le domaine numérique. Au niveau de la surface de la bulle, les conditions limites suivent le modèle «*stagnant cap*» décrit page 40 section 1.3.1 et rappelées sur la figure 3.3.

Sur la partie propre de la bulle (c'est-à-dire pour  $0^\circ < \theta < \theta_{cont}$ ), une condition qui stipule que la vitesse normale et la contrainte tangentielle sont nulles, est imposée. Cette condition se justifie par le rapport des masses volumiques et des viscosités de l'eau et de l'air, rendant le mouvement de l'eau insensible au

$Re_b$	$R_\infty$	$N_\theta$	$N_r$
0,01	$120 r_b$	90	60
0,05	$120 r_b$	90	60
0,1	$120 r_b$	90	60
0,5	$80 r_b$	90	57
1	$80 r_b$	90	57
5	$40 r_b$	90	53
10	$40 r_b$	90	53
50	$40 r_b$	90	53
100	$40 r_b$	90	53
250	$40 r_b$	90	53
500	$40 r_b$	90	53
1000	$40 r_b$	90	53

TAB. 3.2 – Paramètres numériques.

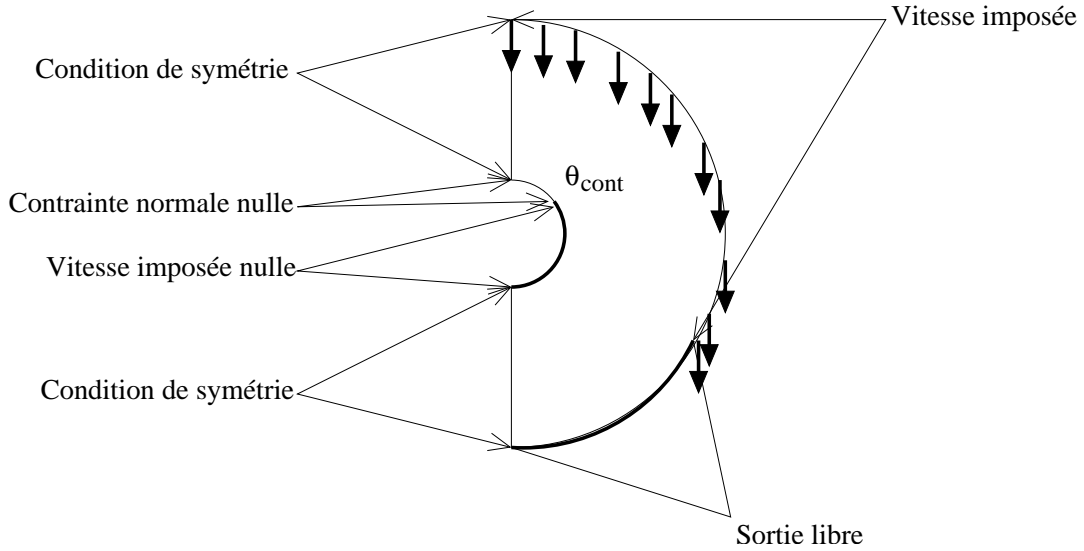


FIG. 3.3 – Conditions limites du domaine de calcul

mouvement interne de l'air dans la bulle.

Par contre, sur la partie contaminée de l'interface, c'est-à-dire pour  $\theta_{cont} < \theta < 180^\circ$ , une condition d'adhérence est imposée, à l'image d'une particule solide.

La capacité du code JADIM à décrire correctement les écoulements en coordonnées curvilignes orthogonales a déjà été démontrée pour des bulles sphériques propres dans Legendre and Magnaudet (1998), Legendre et al. (2003), et pour des bulles contaminées dans Cuenot et al. (1997) et pour des particules solides dans Magnaudet et al. (1995).

Dans Cuenot et al. (1997), la contamination de la bulle est résolue en considérant les équations qui gouvernent la concentration de tensio-actifs à l'interface. Puisque, dans cette étude, la contamination est imposée sur la surface de la bulle en utilisant le modèle «stagnant cap», une validation additionnelle a été réalisée. Le tableau 3.3 présente les coefficients de traînée de la bulle, obtenus



$\theta_{cont}$	0°	45°	90°	135°	180°
Cuenot et al. (1997)	1.09	1.09	0.91	0.43	0.37
présente étude	1.10	1.10	0.89	0.44	0.37

TAB. 3.3 – Comparaison des coefficients de traînée à  $Re_b = 100$ .

à  $Re_b = 100$ , pour différents angles de contamination :  $\theta_{cont} = 0^\circ$ ,  $\theta_{cont} = 45^\circ$ ,  $\theta_{cont} = 90^\circ$ ,  $\theta_{cont} = 135^\circ$  et  $\theta_{cont} = 180^\circ$ . Nos résultats sont en très bon accord avec les simulations de Cuenot et al. (1997).

### Autres conditions limites

Une condition de symétrie est imposée sur l'axe vertical de la bulle. Sur la limite extérieure du domaine, la vitesse entrante  $-V_b$  est imposée, sur la partie amont de la bulle ( $0^\circ < \theta < 120^\circ$ ) et une approximation parabolique des équations du problème est imposée sur la partie aval de la bulle ( $120^\circ < \theta < 180^\circ$ ) correspondant à la sortie du domaine de calcul. Cette approximation permet au flux de quitter librement le domaine sans induire, par réflexion, de perturbation notable.

### Validation de l'utilisation d'un maillage polaire

Dans l'objectif d'étudier les effets de la taille de la première maille  $\delta$  sur l'efficacité de collision, nous avons utilisé deux autres grilles avec  $\delta/r_b = 0,00025$  et  $\delta/r_b = 0,001$ . L'effet de ces grilles sur l'efficacité de collision est présenté sur les figures 3.4 et 3.5, pour une bulle propre ( $\theta_{cont} = 180^\circ$ ) à petit nombre de Reynolds ( $Re_b = 0,1$ ) et à grand nombre de Reynolds ( $Re_b = 100$ ). Une comparaison avec un maillage de type «lignes de courant» est également présente sur ces graphes.

L'efficacité de collision réelle n'est pas directement tracée sur ces graphes. La grandeur test  $E'_{max}$  est définie comme étant l'efficacité de collision obtenue au niveau de l'équateur divisée par le rapport des diamètres  $d_p/d_b$  :

$$E'_{max} = E_{coll}(\theta_{coll} = 90^\circ) \frac{d_b}{d_p} \quad (3.1)$$

La valeur  $\theta_{coll} = 90^\circ$  a été choisie car elle permet une comparaison directe entre les maillages polaire et «lignes de courant».

$E'_{max}$  est tracé en fonction de  $d_p/d_b$  sur les figures 3.4 et 3.5. Que se soit pour  $Re_b = 0,1$  (graphe 3.4) ou pour  $Re_b = 100$  (graphe 3.5), on constate que tous les résultats se superposent quel que soient le raffinement et le type de maillage («lignes de courant» ou polaire). En particulier, la valeur de l'efficacité obtenue pour les plus petits  $d_p/d_b$  ne dépend pas du nombre de mailles nécessaire à l'estimation du débit entre la surface de la bulle et le point considéré.

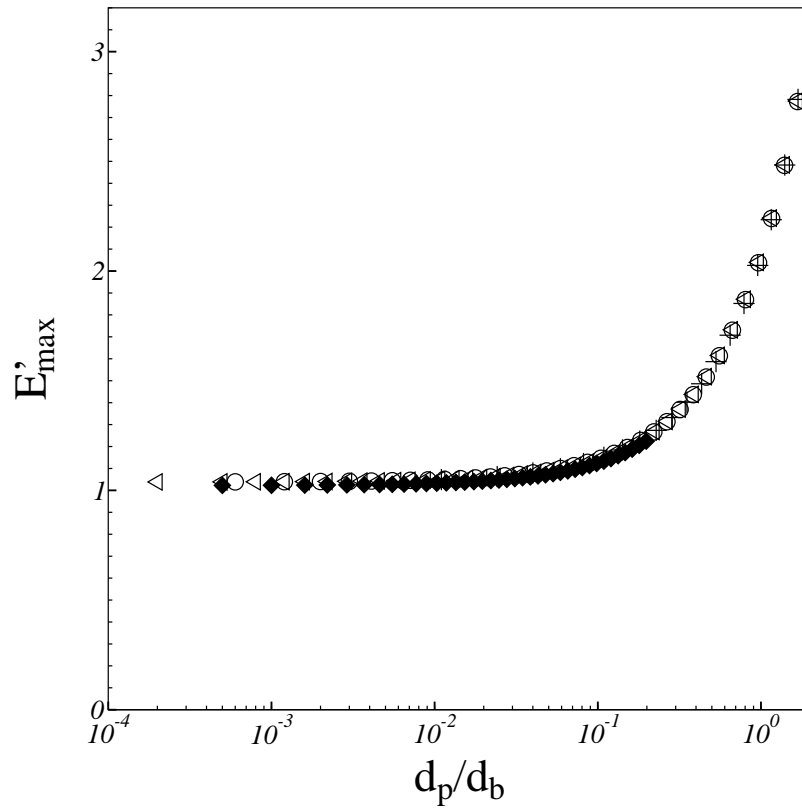


FIG. 3.4 – Effet du maillage et du raffinement sur les efficacités,  $Re_b = 0.1$  et bulle propre ( $\theta_{cont} = 180^\circ$ ).  $\blacklozenge$  : maillage «lignes de courant»,  $\delta/r_b = 0.0005$  ;  $\blacktriangleleft$  : maillage «polaire»,  $\delta/r_b = 0.00025$  ;  $\circ$  : maillage «polaire»,  $\delta/r_b = 0.0005$  ;  $+$  : maillage «polaire»,  $\delta/r_b = 0.001$ .

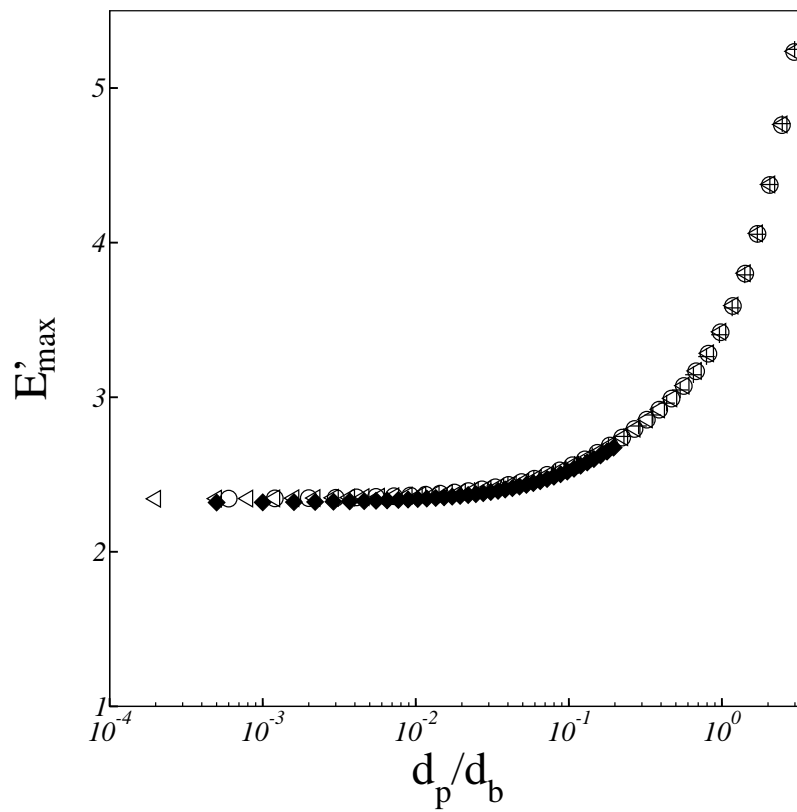


FIG. 3.5 – Effet du maillage et du raffinement sur les efficacités,  $Re_b = 100$  et bulle propre ( $\theta_{cont} = 180^\circ$ ).  $\blacklozenge$  : maillage «lignes de courant»,  $\delta/r_b = 0.0005$  ;  $\triangleleft$  : maillage «polaire»,  $\delta/r_b = 0.00025$  ;  $\circ$  : maillage «polaire»,  $\delta/r_b = 0.0005$  ;  $+$  : maillage «polaire»,  $\delta/r_b = 0.001$ .

### 3.2.2 Calcul des efficacités

#### Calcul de la fonction courant

Le code JADIM résout les équations exprimées à l'aide des variables primitives vitesses et pression. L'utilisation de l'expression de l'efficacité (1.41) nécessite la connaissance de la fonction courant :

$$E_c(\theta_{cont}, Re_b, d_p/d_b) = \frac{4 \Psi_{coll}}{r_b^2 V_b}$$

Aussi, la détermination de l'efficacité consiste à calculer la fonction courant sur la grille de calcul, figure 3.2.

La ligne de courant définie par l'axe de symétrie et la surface de la bulle est choisie comme ligne de référence pour le calcul de la fonction de courant  $\Psi$ . Sur cette ligne de référence la fonction de courant prend une valeur nulle :  $\Psi_0 = 0$ . Le calcul de la fonction de courant  $\Psi$  est fait par intégration de la vitesse suivant la direction curviligne perpendiculaire à cette ligne de courant de référence :

$$\Psi - \Psi_0 = \int_0^\eta 2\pi \eta U d\eta \quad (3.2)$$

où  $(\zeta, \eta)$  est un système de coordonnées curvilignes orthogonales et  $u$  la composante de la vitesse suivant la direction  $\zeta$ .

#### Détermination du point d'effleurement

Nous rappelons que le point d'effleurement est le point où une particule de diamètre  $d_p$  donné effleure la bulle. La ligne de courant qui passe par ce point détermine les particules qui sont interceptées par la bulle.

Pour un rayon de particule  $r_p$  donné, le point d'effleurement se situe sur un cercle centré sur la bulle et de rayon  $r_b + r_p$ . La ligne de courant déterminée par  $\Psi = \Psi_{coll}$  se rapproche de la bulle jusqu'à une distance  $r_p$ , au point d'effleurement, puis s'éloigne à nouveau de la bulle (se référer à la figure 1.12). Le cercle centré sur la bulle et de rayon  $r_b + r_p$  se trouve donc à l'intérieur de la ligne de courant déterminée par  $\Psi = \Psi_{coll}$ .

A l'intérieur de la ligne de courant déterminée par  $\Psi = \Psi_{coll}$ , la fonction de courant prend une valeur  $\Psi \leq \Psi_{coll}$ , d'après la définition de la fonction de courant.

Le point d'effleurement (ou de collision) est un maximum local de la fonction courant  $\Psi$  sur le cercle centré sur la bulle et de rayon  $r_b + r_p$ .

La suite du calcul consiste donc à déterminer le maximum de la fonction courant sur le cercle centré sur la bulle et de rayon  $r_b + r_p$ .

D'un point de vue numérique,  $r_p$  est déterminé par les nœuds du maillage polaire. Une interpolation, au second ordre, avec trois points du maillage est réalisée pour déterminer plus précisément le point d'effleurement, c'est-à-dire  $\theta_{coll}$  et  $\Psi_{coll}$ .

Ainsi, pour un couple  $(\theta_{cont}, Re_b)$  et pour un rapport de taille  $d_p/d_b$  donnés, nous obtenons  $E_{coll}(\theta_{cont}, Re_b, d_p/d_b)$  et  $\theta_{coll}(\theta_{cont}, Re_b, d_p/d_b)$ .

### 3.3 Structure des lignes de courant

Nous venons de voir que l'efficacité de collision est directement contrôlée par l'écoulement autour de la bulle. Les figures 3.6 à 3.11 montrent les lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une bulle dans différentes conditions de nombre de Reynolds  $Re_b$  et de contamination  $\theta_{cont}$ . L'effet du nombre de Reynolds sur l'écoulement est considéré, pour un degré donné de contamination, sur les figures 3.6 à 3.8.

#### 3.3.1 Bulle propre $\theta_{cont} = 180^\circ$

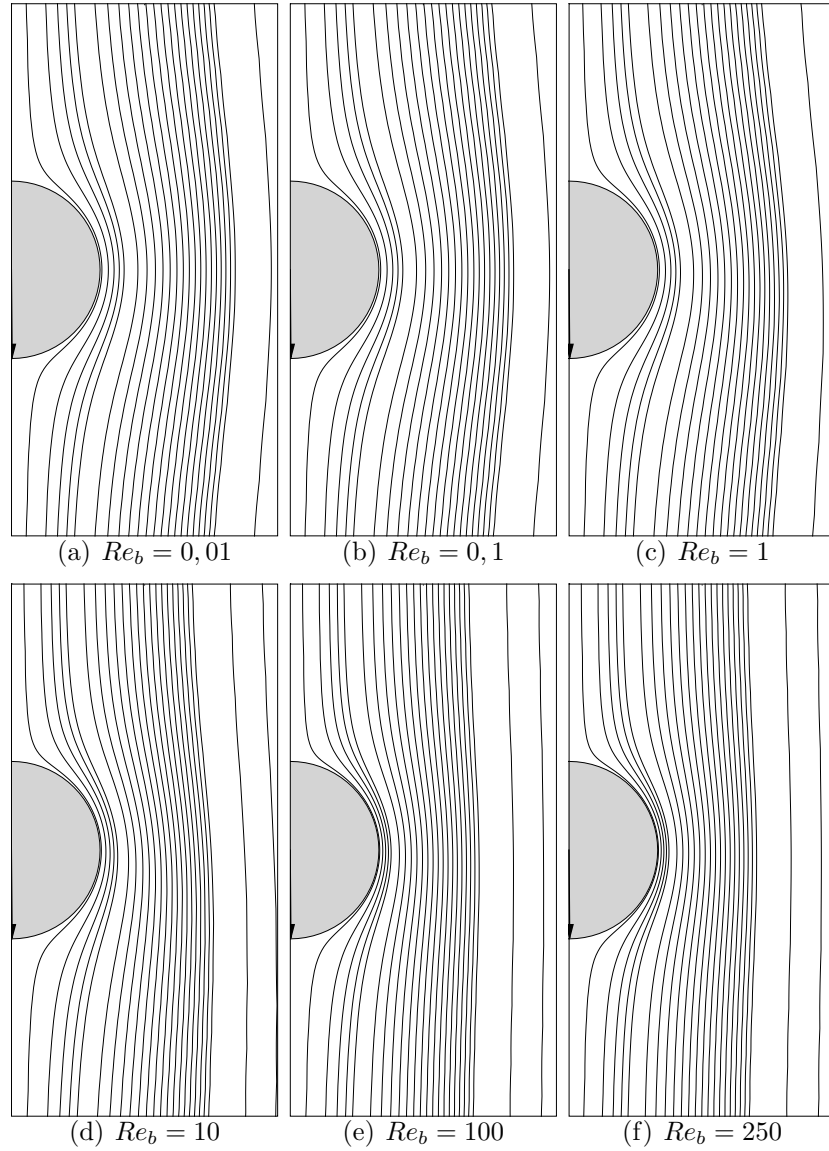


FIG. 3.6 – Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une bulle pour  $\theta_{cont} = 180^\circ$ . La flèche indique l'angle de contamination. L'écoulement est dirigé du haut vers la bas.

La figure 3.6 représente les mêmes iso-valeurs de la fonction courant pour une bulle propre à différents nombres de Reynolds.

L'effet majeur de l'augmentation du nombre de Reynolds  $Re_b$  est le resserrement des lignes de courant aux abords de la bulle. Entre  $Re_b = 0,01$  (figure 3.6(a)) et  $Re_b = 0,1$  (figure 3.6(c)), le resserrement n'est pas significatif. C'est en effet l'inertie du fluide qui provoque ce renversement comme le montrent les figures pour  $Re_b > 10$ . Le resserrement des lignes de courant traduit l'augmentation du débit et par conséquent l'augmentation de l'efficacité de collision.

Les écoulements sont quasiment symétriques entre l'avant et l'arrière de la bulle et présentent un resserrement maximum au niveau de l'équateur de la bulle. Ceci présage un angle de collision  $\theta_{coll}$  aux alentours de  $90^\circ$  pour une bulle non contaminée.

### 3.3.2 Bulle complètement contaminée $\theta_{cont} = 0^\circ$

La différence entre la figure 3.7 et 3.6 vient de la contamination de la bulle. Entre  $Re_b = 0,1$  (figure 3.7(a)) et  $Re_b = 10$  (figure 3.7(d)) un léger resserrement des lignes de courant est observé, accompagné d'une légère dissymétrisation avant-arrière de l'écoulement, notamment, sur la ligne de courant la plus éloignée de la bulle.

Le resserrement des lignes de courant devient plus significatif à partir de  $Re_b = 100$  (figure 3.7(e)). Ce resserrement est accompagné de l'apparition d'une zone de recirculation à l'arrière de la bulle complètement contaminée (pour  $Re_b > 20$ ), qui s'intensifie avec le nombre de Reynolds (voir figure 3.7(f)) où  $Re_b = 250$ .

**Production de vorticité et dissymétrie** La surface immobile de la bulle crée de la vorticité dont le taux de production est d'autant plus grand que le nombre de Reynolds est important. La vorticité cr e e à la surface de la bulle est advectée le long de la surface et évacuée dans le sillage.

Pour les grands nombres de Reynolds, le taux de production est suffisamment important pour que la production dépasse un niveau critique d'évacuation et provoque l'apparition d'une recirculation (Mougin (2002)). Cette recirculation dissymétrise plus nettement la fonction de courant et provoque le déplacement du resserrement maximum vers l'avant de la bulle, ce qui laisse supposer un angle de collision  $\theta_{coll} < 90^\circ$ .

En comparant les figures 3.6 et 3.7, on constate que les lignes de courant sont moins ress r es à nombre de Reynolds  $Re_b$  équivalent pour les bulles contaminées que pour les bulles propres. Comme l'expliquent Magnaudet et al. (1995) et Fdhila and Duineveld (1996) la vorticité agit directement sur la fonction courant. En effet, la création de vorticité est en réalité un transfert d'énergie cinétique de translation en énergie cinétique de rotation. La vorticité étant plus importante sur une surface immobile (bulle contaminée), le débit est localement diminué par rapport à une bulle propre au profit de la mise en rotation du fluide. Cette diminution du débit aux abords de la bulle correspond à une diminution de la fonction courant, donc à un desserrement des lignes de courant.

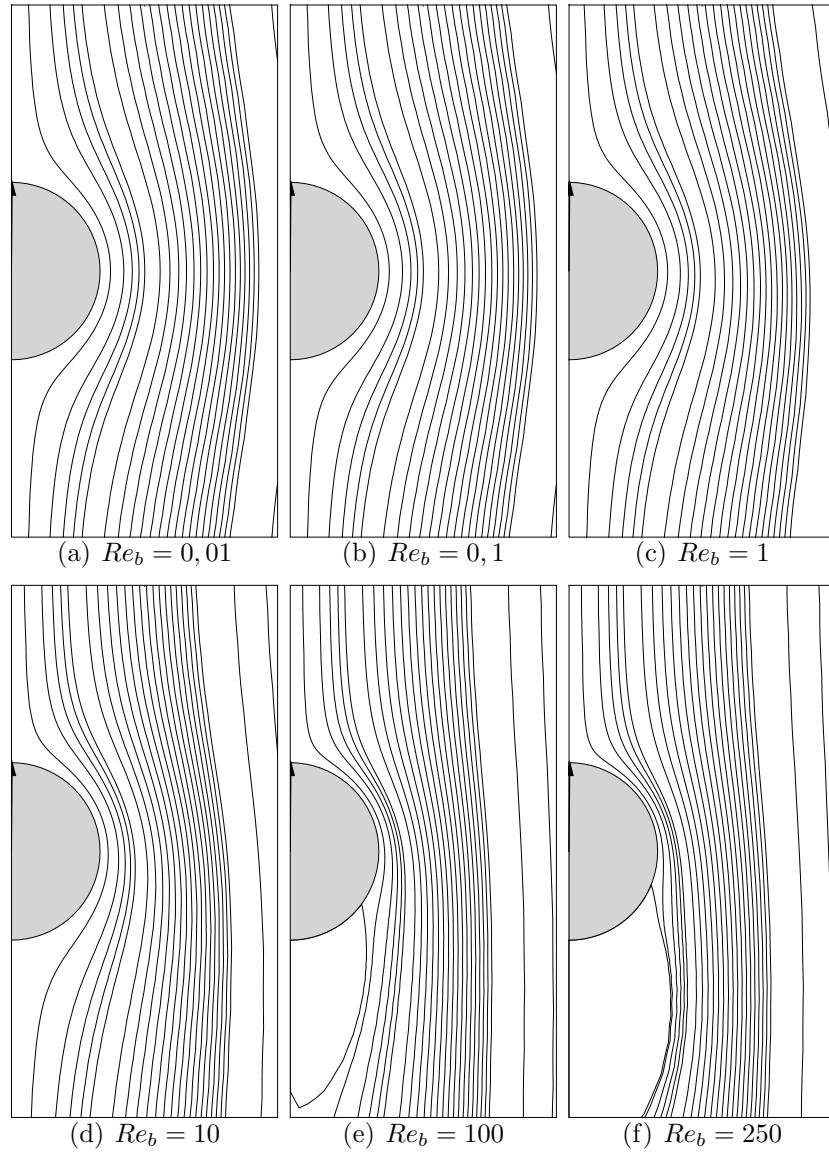


FIG. 3.7 – Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une bulle pour  $\theta_{cont} = 0^\circ$ . La flèche indique l'angle de contamination. L'écoulement est dirigé du haut vers la bas.

### 3.3.3 Bulle partiellement contaminée

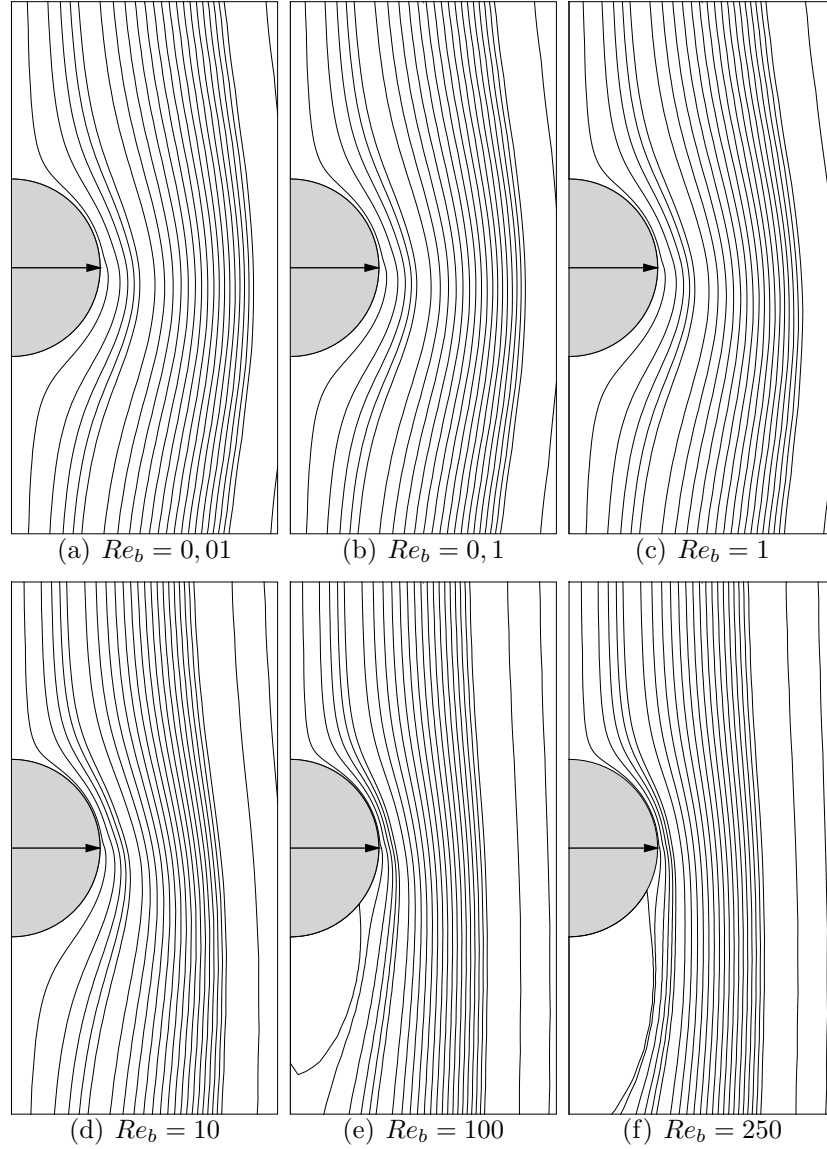


FIG. 3.8 – Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une bulle pour  $\theta_{cont} = 90^\circ$ . La flèche indique l'angle de contamination. L'écoulement est dirigé du haut vers la bas.

La figure 3.8 présente le tracé des lignes de courant pour une bulle dont la contamination  $\theta_{cont}$  est fixée à  $90^\circ$ . La première chose que l'on peut observer est un brusque desserrement des lignes de courant au niveau de  $\theta_{cont}$ . A l'avant de la bulle, où la surface est mobile, on retrouve le comportement de la bulle propre .

Alors qu'à l'arrière de la bulle, où la surface est immobile, c'est le comportement de la bulle contaminée qui est retrouvé, avec un resserrement peu important des lignes de courant.

Pour  $\theta_{cont} = 90^\circ$  le resserrement maximum s'observe au niveau de l'équa-



teur, juste avant  $\theta_{cont}$ , ce qui laisse présager un  $\theta_{coll}$  juste inférieur à  $\theta_{cont}$ . Ce comportement observé pour les autres contaminations où un net resserrement des lignes de courant apparaît au niveau de l'angle de contamination (figures 3.9 3.10 et 3.11), quel que soit le nombre de Reynolds  $Re_b$ .

Le passage d'une condition de glissement (interface mobile) à une condition d'adhérence (interface immobile) provoque un pic de vorticité au niveau de  $\theta_{cont}$ , déjà observé par Cuenot et al. (1997) et Fdhila and Duineveld (1996).

Ce pic de production de vorticité se voit sur les figures 3.12, 3.13 et 3.14 qui représentent la répartition de vorticité  $\Omega$  sur la surface de la bulle respectivement pour des nombres de Reynolds  $Re_b = 0,01$ ,  $Re_b = 1$  et  $Re_b = 100$ , pour différentes contaminations. Ce pic de vorticité a également été observé par Cuenot et al. (1997) qui ont résolu de manière directe l'équation de transport interfaciale de la concentration en tensio-actifs. Par conséquent, ce pic de vorticité ne résulte pas d'une conséquence non physique de la modélisation «stagnant-cap» utilisée ici. Comme expliqué précédement, une augmentation de vorticité se traduit pas un desserrement des lignes de courant comme le montre les figures 3.9 à 3.11.

Cependant on constate pour un angle de contamination  $\theta_{cont} = 20^\circ$  à un nombre de Reynolds  $Re_b = 100$  l'absence de pic de vorticité à la surface (figure 3.14).

Cette exception peut s'expliquer par le fait que le changement de condition de surface est près du point d'arrêt du fluide. La vitesse de glissement à la surface n'a donc pas le temps d'augmenter suffisamment entre le sommet (point d'arrêt) et le point de changement de condition limite pour provoquer une forte production de vorticité au changement de condition limite.

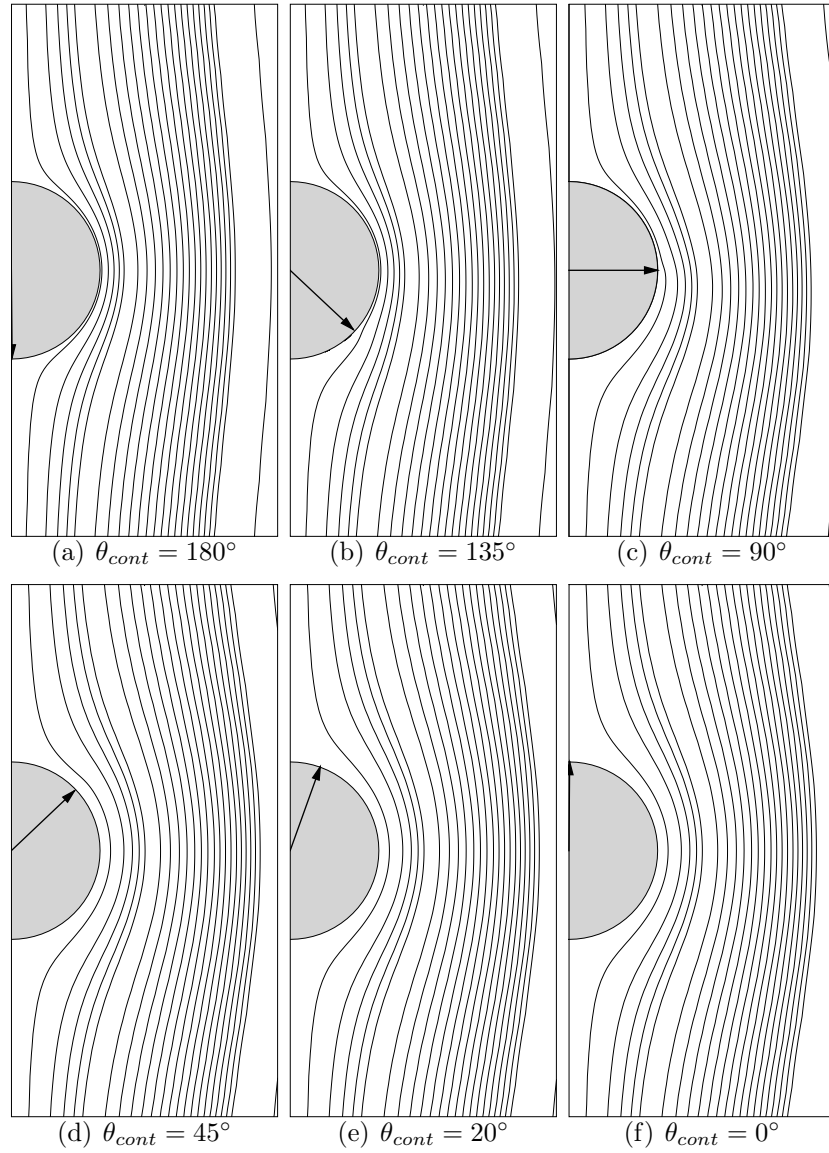


FIG. 3.9 – Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une bulle pour  $Re_b = 0,01$ . La flèche indique l'angle de contamination. L'écoulement est dirigé du haut vers la bas.

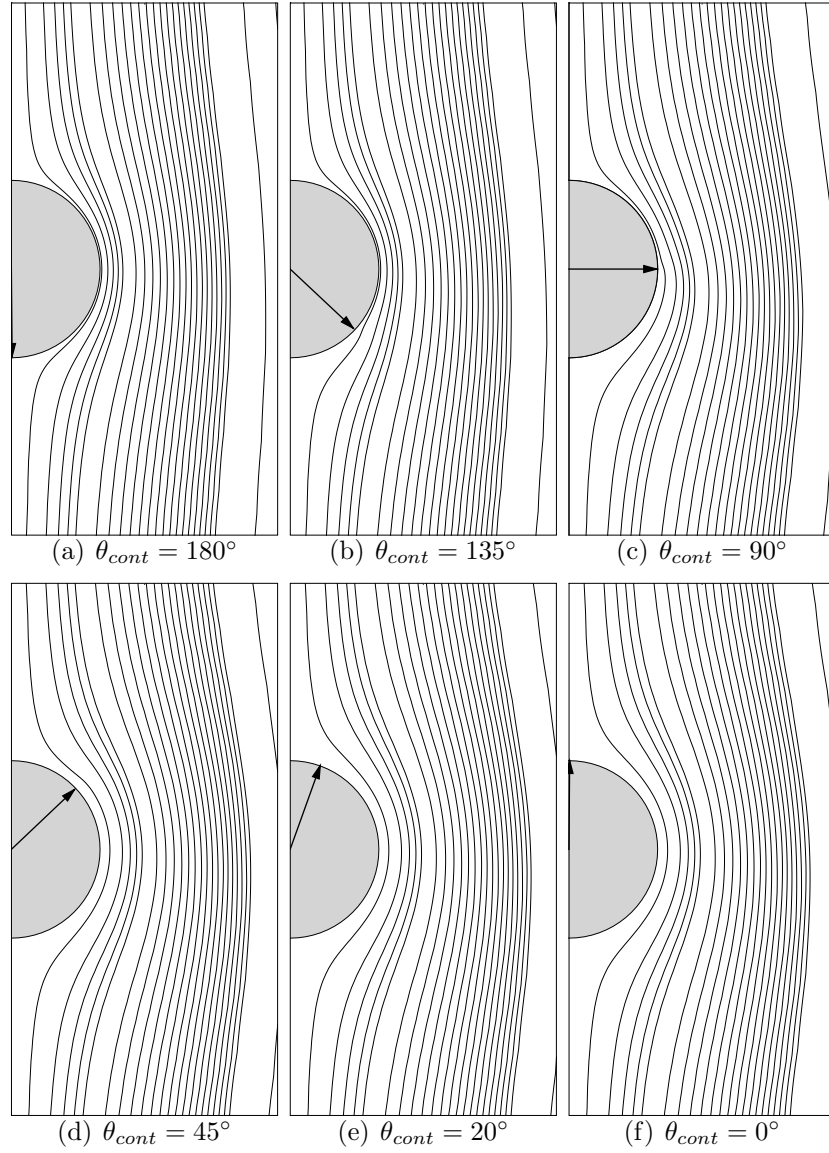


FIG. 3.10 – Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une bulle pour  $Re_b = 1$ . La flèche indique l'angle de contamination. L'écoulement est dirigé du haut vers la bas.

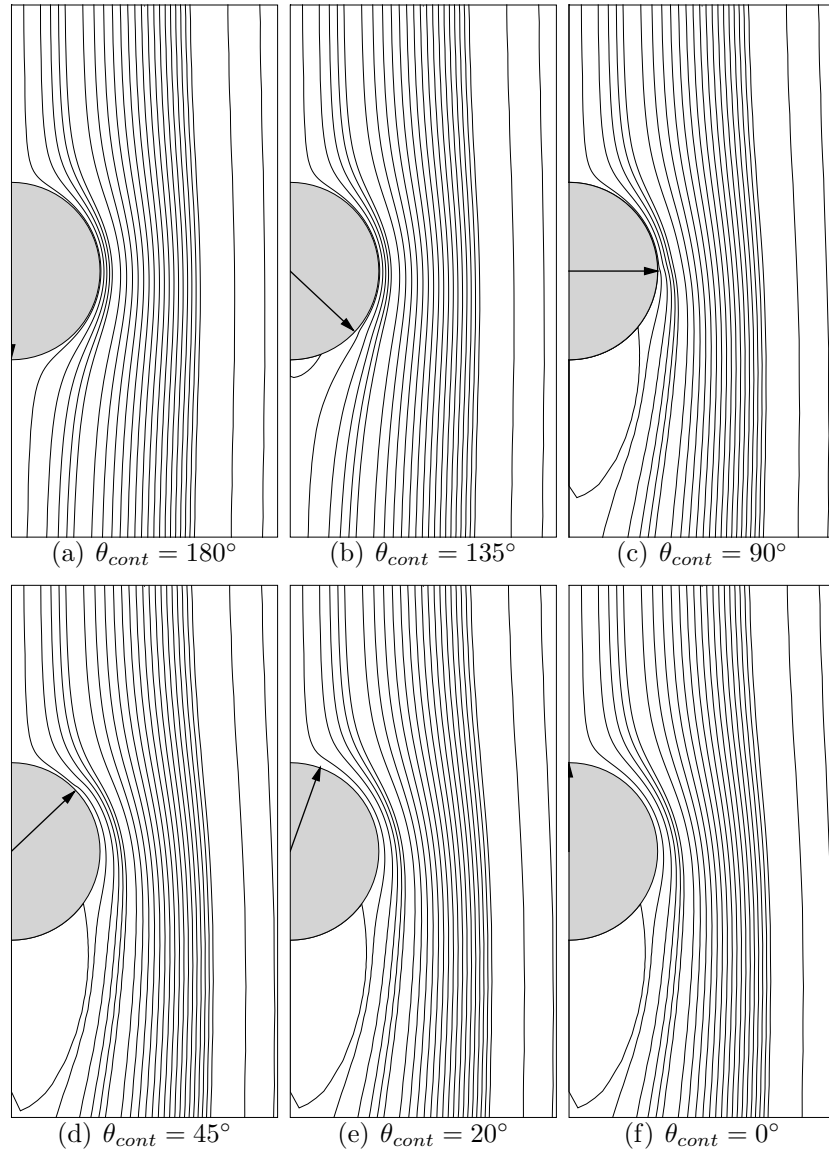


FIG. 3.11 – Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une bulle pour  $Re_b = 100$ . La flèche indique l'angle de contamination. L'écoulement est dirigé du haut vers la bas.

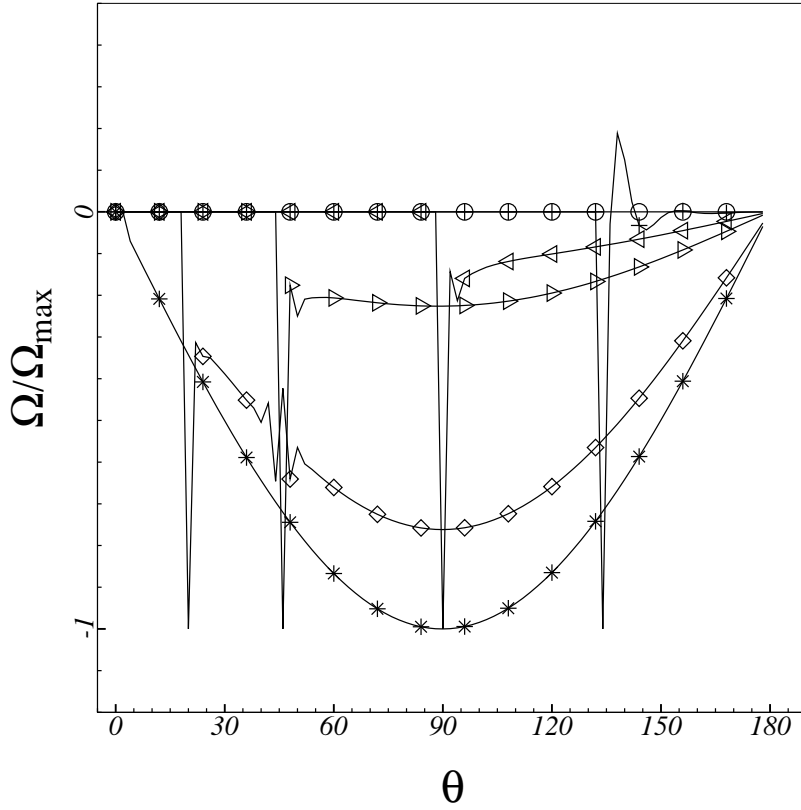


FIG. 3.12 – Vorticité sur vorticité maximale sur la surface de la bulle,  $Re_b = 0,01$ .  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 180^\circ$  ;  $+$  :  $\theta_{cont} = 135^\circ$  ;  $\triangleleft$  :  $\theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\triangleright$  :  $\theta_{cont} = 45^\circ$  ;  $\diamond$  :  $\theta_{cont} = 20^\circ$  ;  $*$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$ .

### 3.4 Angles de collision

Nous présentons maintenant l'évolution de l'angle de collision en fonction des paramètres du problème à savoir le nombre de Reynolds de la bulle  $Re_b$ , le rapport des diamètres  $d_p/d_b$  et le degré de contamination  $\theta_{cont}$ . L'angle de collision correspond à l'angle pour lequel le maximum de la fonction de courant est localisé à la distance  $r_p$  de la surface de la bulle. Rappelons que toutes les particules de rayon  $r_p$  comprise entre cette ligne de courant et la ligne de courant passant à la surface de la bulle entrent en contact avec la bulle.

#### 3.4.1 Bulles propres

Les angles de collision  $\theta_{coll}$ , dans le cas d'une bulle propre sont représentés sur la figure 3.15 en fonction du nombre de Reynolds, pour deux valeurs du rapport de taille  $d_p/d_b$  différents ( $d_p/d_b = 0,00055$  et  $d_p/d_b = 0,048$ ). Le modèle (1.56) proposé par Nguyen (1998) est également représenté en utilisant les expressions de  $X$  et  $Y$  données par les équations (1.59) et (1.60). Pour les bulles propres, il est trouvé que  $\theta_{cont}$  est indépendant de  $d_p/d_b$ . En effet, l'évolution de l'angle de collision  $\theta_{coll}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_b$  se superposent pour les deux ordres de grandeur de  $d_p/d_b$  représentés. Le paramètre influent est

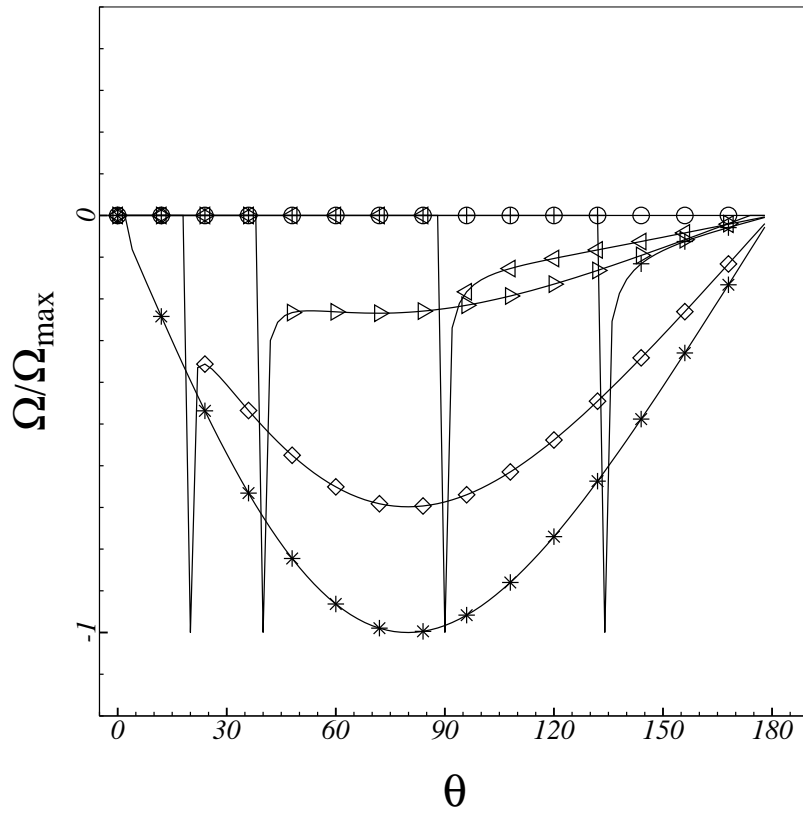


FIG. 3.13 – Vorticité sur vorticité maximale sur la surface de la bulle,  $Re_b = 1$ .  
 $\circ$  :  $\theta_{cont} = 180^\circ$  ;  $+$  :  $\theta_{cont} = 135^\circ$  ;  $\triangleleft$  :  $\theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\triangleright$  :  $\theta_{cont} = 45^\circ$  ;  
 $\diamond$  :  $\theta_{cont} = 20^\circ$  ;  $*$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$ .

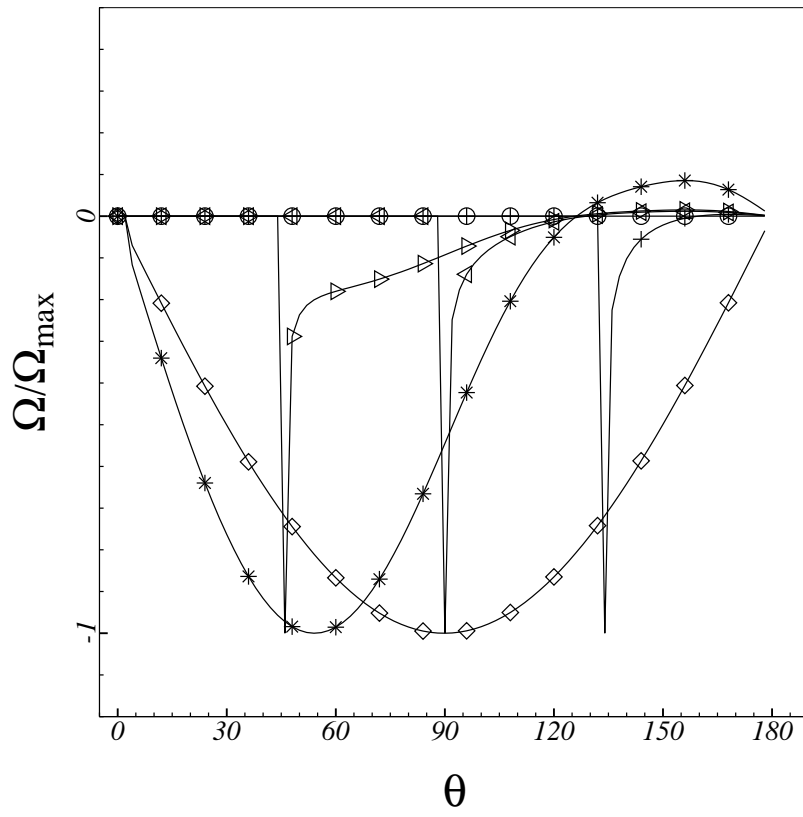


FIG. 3.14 – Vorticité sur vorticité maximale sur la surface de la bulle,  $Re_b = 100$ .  
 $\circ : \theta_{cont} = 180^\circ$  ;  $+: \theta_{cont} = 135^\circ$  ;  $\triangleleft : \theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\triangleright : \theta_{cont} = 45^\circ$  ;  $\diamond : \theta_{cont} = 20^\circ$  ;  
 $*$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$ .

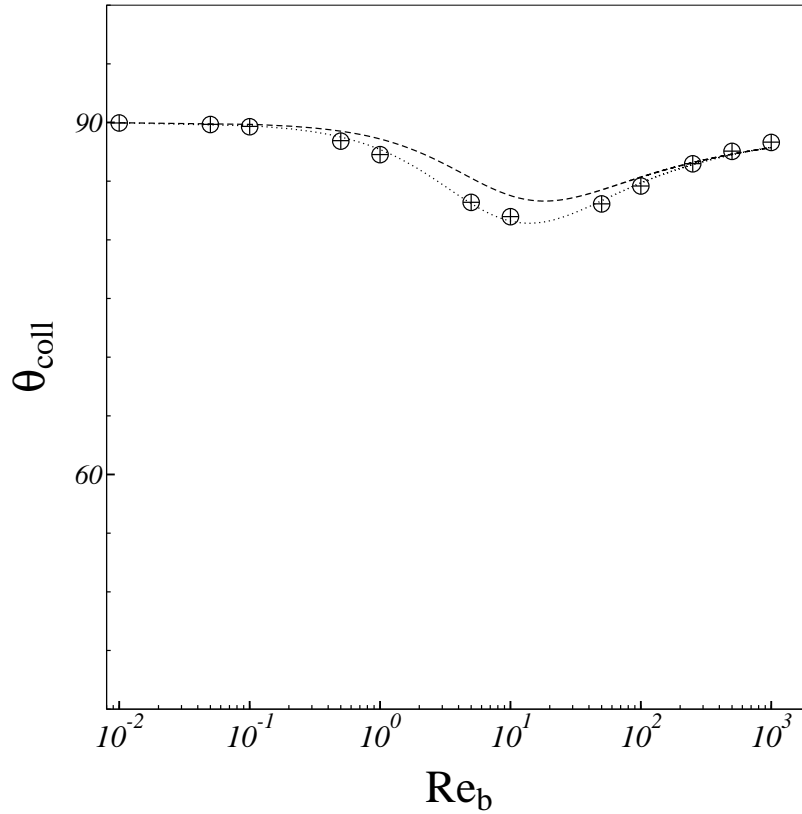


FIG. 3.15 – Angles de collision en fonction du nombre de Reynolds pour une bulle propre :  $\theta_{cont} = 180^\circ$ .  $\circ$  :  $d_p/d_b = 0,00055$  ;  $+$  :  $d_p/d_b = 0,048$  ;  $--$  : Nguyen (1998) ;  $\cdots$  : corrélation (1.56) avec  $X$  et  $Y$  donnés par (3.3) et (3.4).

le nombre de Reynolds  $Re_b$ . L'angle de collision se trouve proche de l'équateur de la bulle quel que soit le nombre de Reynolds  $Re_b$  : il varie entre  $82$  et  $90^\circ$ . En dessous d'un nombre de Reynolds  $Re_b \leq 1$  et au-dessus d'un nombre de Reynolds  $Re_b \geq 100$  l'angle de collision  $\theta_{coll} \sim 90^\circ$ . Entre  $Re_b = 1$  et  $Re_b = 100$ , l'angle de collision  $\theta_{coll}$  décroît jusqu'à  $82^\circ$  pour  $Re_b \sim 10$ .

Ce comportement correspond à la dyssymétrisation avant-arrière puis au retour à la symétrie des écoulements avec le nombre de Reynolds observées à la section 3.3 précédente.

Le modèle proposé par Nguyen (1998) traduit cette évolution mais la correspondance peut être améliorée en utilisant les expressions proposées ci-dessous :

$$X = \frac{15 + 3Re_b^{\frac{3}{4}}}{15 + Re_b^{\frac{3}{4}}} \quad (3.3)$$

$$Y = \frac{0.095Re_b}{1 + 0.045Re_b^{\frac{4}{3}}} \quad (3.4)$$



### 3.4.2 Bulles complètement contaminées

Les angles de collision  $\theta_{coll}$ , dans le cas d'une bulle complètement contaminée sont représentés sur la figure 3.16 en fonction du nombre de Reynolds, pour deux valeurs du rapport de taille  $d_p/d_b$  différents ( $d_p/d_b = 0,00055$  et  $d_p/d_b = 0,048$ ).

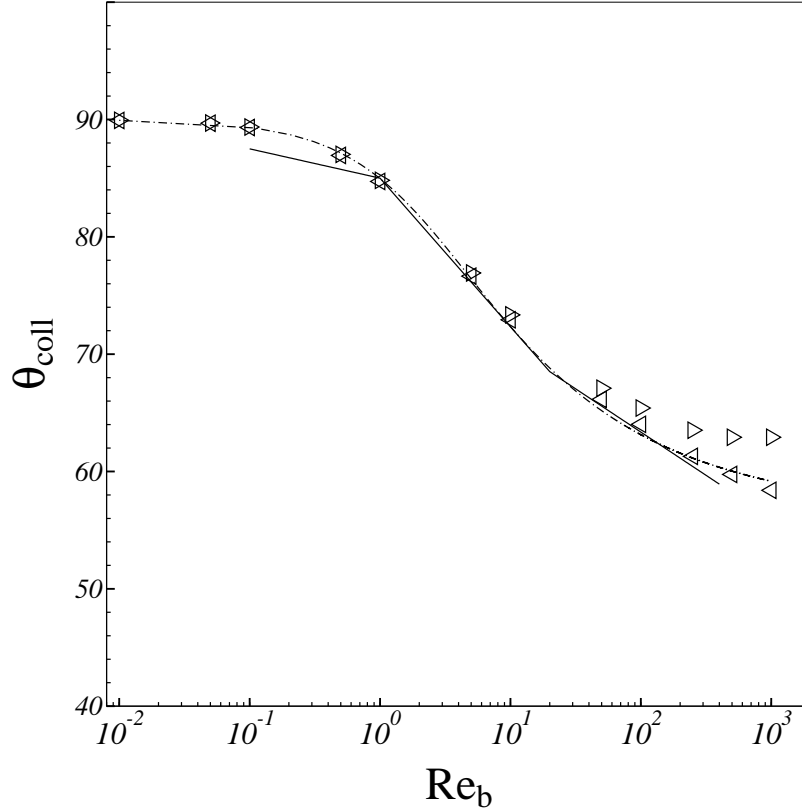


FIG. 3.16 – Angles de collision en fonction du nombre de Reynolds pour une bulle complètement contaminée :  $\theta_{cont} = 0^\circ$ .  $\triangleleft$  :  $d_p/d_b = 0,00055$  ;  $\triangleright$  :  $d_p/d_b = 0,048$  ; — : Schulze (1989) ; - - : Nguyen et al. (1998).

Les modèles de Nguyen et al. (1998) (équations (1.56) (1.65) et (1.66)) et de Schulze (1989) (équation (1.64)) sont également représentés.

Comme pour une bulle parfaitement propre, en dessous d'un nombre de Reynolds  $Re_b \leq 1$  l'angle de collision  $\theta_{coll} \sim 90^\circ$ . Ensuite, l'angle de collision  $\theta_{coll}$  diminue fortement avec le nombre de Reynolds jusqu'à environ  $60^\circ$  pour  $Re_b = 1000$ . La diminution de l'angle de collision suit une évolution en  $Re_b^{-0,05}$ .

Ce comportement correspond au fait que l'écoulement présente une dissymétrie avant-arrière à partir de  $Re_b \sim 1$ , qui ne se résorbe pas à grand nombre de Reynolds comme on l'a vu au paragraphe 3.3.2.

Pour des bulles complètement contaminées, un léger effet de  $d_p/d_b$  est observé pour  $Re_b \geq 100$ . Il reste inférieur à  $4^\circ$  alors que la variation totale entre un nombre de Reynolds  $Re_b = 0,01$  et un nombre de Reynolds  $Re_b = 1000$  est de l'ordre de  $30^\circ$ .

Les modèles de Nguyen et al. (1998) et de Schulze (1989) représentent bien le comportement de l'angle de collision  $\theta_{coll}$ , notamment pour les petites particules.

### 3.4.3 Bulles partiellement contaminées

Les figures 3.17 et 3.18 présentent les angles de collision  $\theta_{coll}$ , en fonction de la contamination  $\theta_{cont}$ , pour des nombres de Reynolds  $Re_b$  fixés. Ces figures

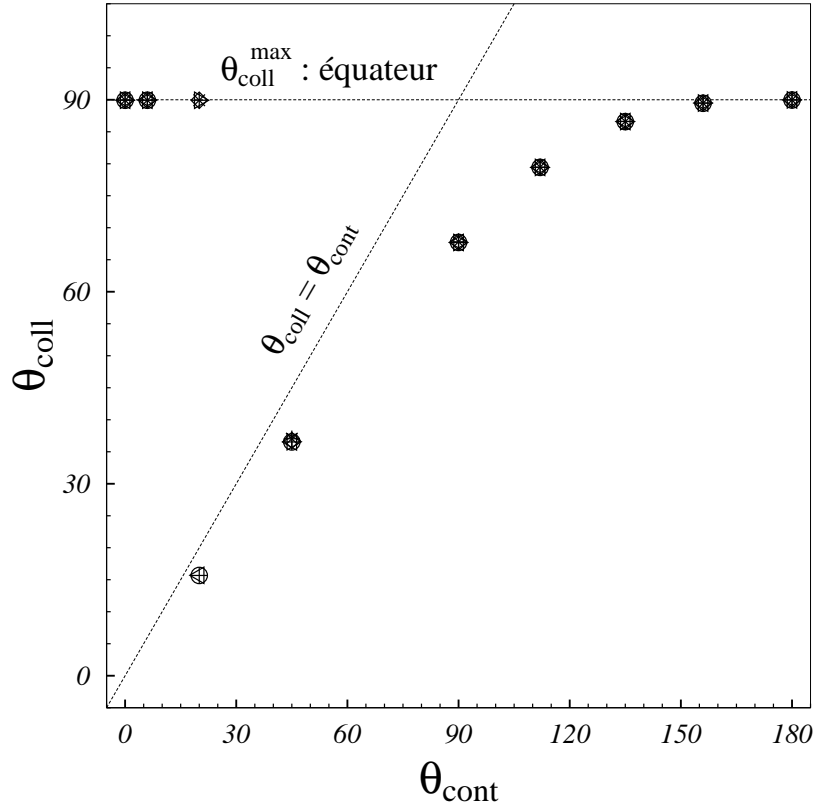


FIG. 3.17 – Angle de collision en fonction de l'angle de contamination,  $Re_b = 0,01$ .  $\circ$  :  $d_p/d_b = 0,00055$  ;  $+$  :  $d_p/d_b = 0,0012$  ;  $\triangleleft$  :  $d_p/d_b = 0,0054$  ;  $\triangleright$  :  $d_p/d_b = 0,011$  ;  $\diamond$  :  $d_p/d_b = 0,032$  ;  $*$  :  $d_p/d_b = 0,048$ .

montrent que l'angle de collision  $\theta_{coll}$  est quasi-indépendant du rapport de taille  $d_p/d_b$  à petits ou grands nombre de Reynolds.

La figure 3.19 présente l'effet du nombre de Reynolds tracé pour  $d_p/d_b = 0,011$  dont le comportement est représentatif des autres rapports de taille  $d_p/d_b$ . Pour des angles de contamination  $\theta_{cont} < 20^\circ$ , l'angle de collision ne dépend pas de la contamination, mais dépend uniquement du nombre de Reynolds  $Re_b$  comme pour une bulle complètement contaminée. Le point d'effleurement se trouve au niveau de la partie contaminée de la bulle.

Pour des angles de contamination  $20^\circ < \theta_{cont} < 90^\circ$ , l'angle de collision  $\theta_{coll}$  est imposé par l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ , l'angle de collision  $\theta_{coll}$  étant légèrement inférieur à l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ . Le point d'effleurement se trouve au niveau de la partie propre de la bulle, juste avant le changement de condition de surface.

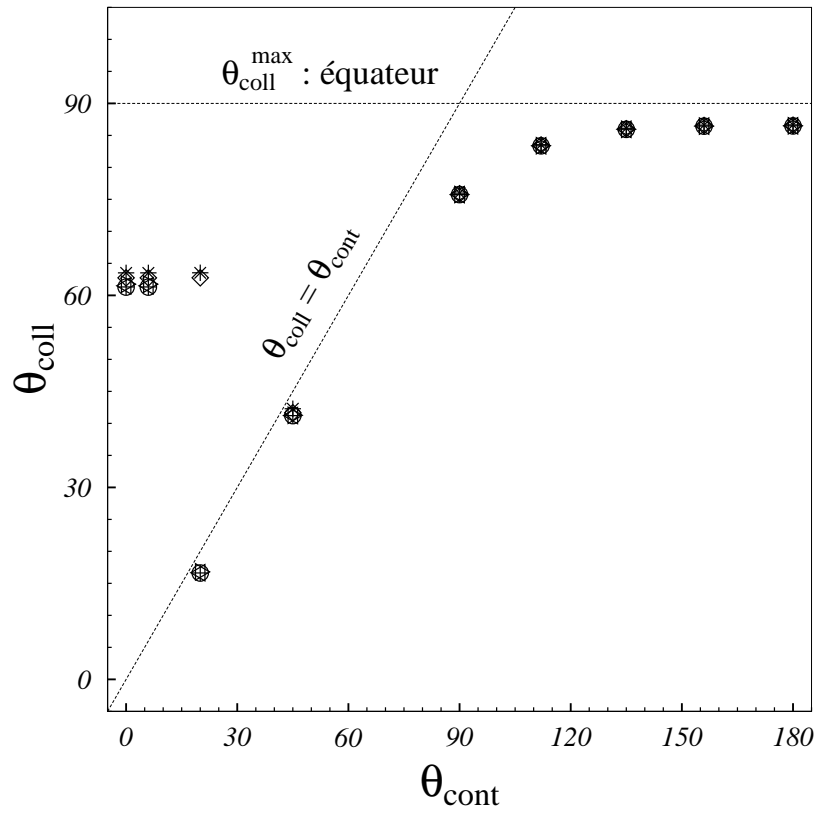


FIG. 3.18 – Angle de collision en fonction de l'angle de contamination,  $Re_b = 250$ .  $\circ$  :  $d_p/d_b = 0,00055$  ;  $+$  :  $d_p/d_b = 0,0012$  ;  $\triangleleft$  :  $d_p/d_b = 0,0054$  ;  $\triangleright$  :  $d_p/d_b = 0,011$  ;  $\diamond$  :  $d_p/d_b = 0,032$  ;  $*$  :  $d_p/d_b = 0,048$ .

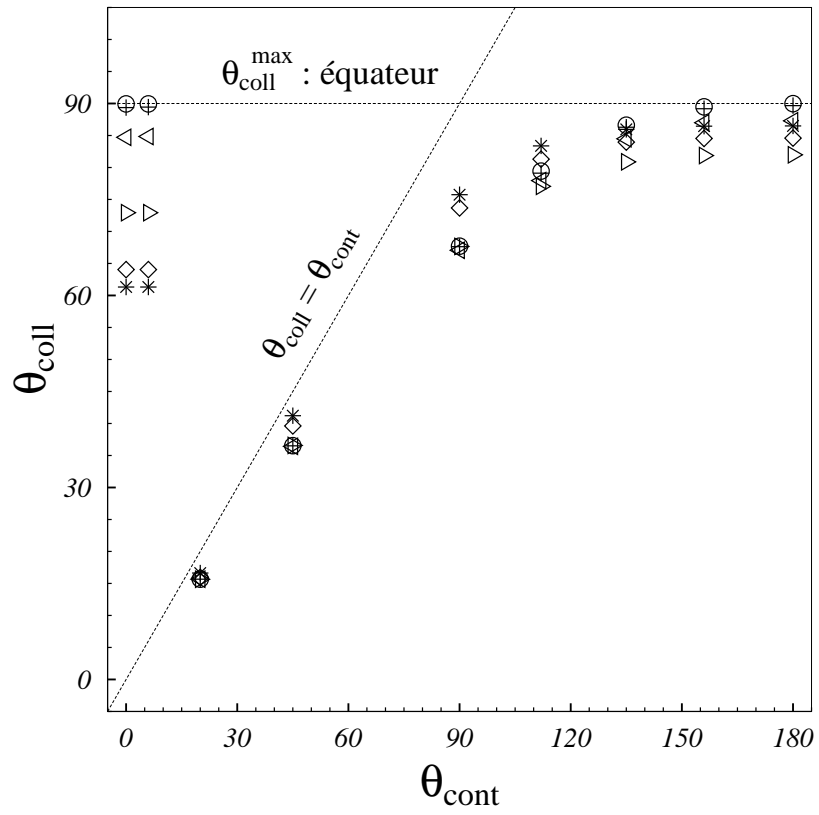


FIG. 3.19 – Angle de collision en fonction de l'angle de contamination, pour  $d_p/d_b = 0,011$ .  $\circ$  :  $Re_b = 0,01$  ;  $+$  :  $Re_b = 0,1$  ;  $<$  :  $Re_b = 1$  ;  $>$  :  $Re_b = 10$  ;  $\diamond$  :  $Re_b = 100$  ;  $*$  :  $Re_b = 250$ .

Pour des angles de contamination  $\theta_{cont} > 120^\circ$ , l'angle de collision  $\theta_{coll}$  atteint une valeur maximale qui correspond à celle d'une bulle propre. Le point d'effleurement se trouve au voisinage de l'équateur.

Les figures 3.17 à 3.19 mettent donc en évidence une variation brusque de  $\theta_{coll}$  pour des contamination  $\theta_{cont} \sim 20^\circ$ . Cette variation de  $\theta_{coll}$  dépend du nombre de Reynolds  $Re_b$  et du rapport de taille  $d_p/d_b$ .

Comme on l'observe sur la figure 3.18, pour  $\theta_{cont} \sim 20^\circ$ , en-deçà d'un rapport de taille critique l'angle de collision  $\theta_{coll}$  observé est celui d'une bulle contaminée. Au-delà du rapport de taille critique, l'angle de collision  $\theta_{coll}$  observé est équivalent à l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ . Ce rapport de taille critique dépend en fait de  $Re_b$ .

### 3.5 Efficacité de collision pour des interfaces totalement propres ou totalement contaminées

Les résultats pour les bulles propres et les bulles complètement contaminées sont présentés respectivement dans les sections 3.5.1 et 3.5.2. Dans chaque cas ( $\theta_{cont} = 180^\circ$  pour la section 3.5.1 et  $\theta_{cont} = 0^\circ$  pour la section 3.5.2) nous proposerons une modélisation qui sépare l'influence des deux paramètres : le nombre de Reynolds  $Re_b$  et le rapport de taille  $d_p/d_b$ . L'efficacité de collision  $E_{coll}^{\theta_{cont}}$  est recherchée sous la forme :

$$E_{coll}^{\theta_{cont}} = g^{\theta_{cont}}(d_p/d_b) \times f^{\theta_{cont}}(Re_b) \quad (3.5)$$

#### 3.5.1 Bulles propres

##### Influence du rapport de taille $d_p/d_b$

La figure 3.20 représente les efficacités de collision, à différents nombres de Reynolds, en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ .

Quel que soit le nombre de Reynolds  $Re_b$ , en accord avec les solutions asymptotiques (1.44) et (1.47), l'efficacité de collision  $E_{coll}$  croît linéairement avec le rapport de taille  $d_p/d_b$ , entre  $E_{coll} \sim 0,001$  et  $E_{coll} \sim 0,1$  pour des rapports de taille variant entre  $d_p/d_b = 0,0005$  et  $d_p/d_b = 0,3$ .

On peut noter que pour une valeur donnée du rapport de taille  $d_p/d_b$ , l'efficacité de collision  $E_{coll}$  augmente avec le nombre de Reynolds  $Re_b$  : en effet, pour un rapport de taille  $d_p/d_b = 0,0005$ , l'efficacité de collision  $E_{coll}$  varie de 0,0005 pour  $Re_b = 0,01$  à 0,0013 pour  $Re_b = 250$ .

L'explication de l'évolution de l'efficacité de collision  $E_{coll}$  avec le rapport de taille  $d_p/d_b$  vient de l'évolution de la vitesse aux abords de la bulle. La vitesse tangentielle  $u$  peut s'écrire par un développement limité au voisinage de la bulle :

$$u = u_{surf} + r^* \frac{\partial u}{\partial r^*} + \frac{1}{2} r^{*2} \frac{\partial^2 u}{\partial r^{*2}} + o(r^{*2}) \quad (3.6)$$

avec  $u_{surf}$  la vitesse de glissement à la surface et  $r^* = r - r_b$ . Pour une bulle propre, quel que soit le nombre de Reynolds, la vitesse de glissement à la surface

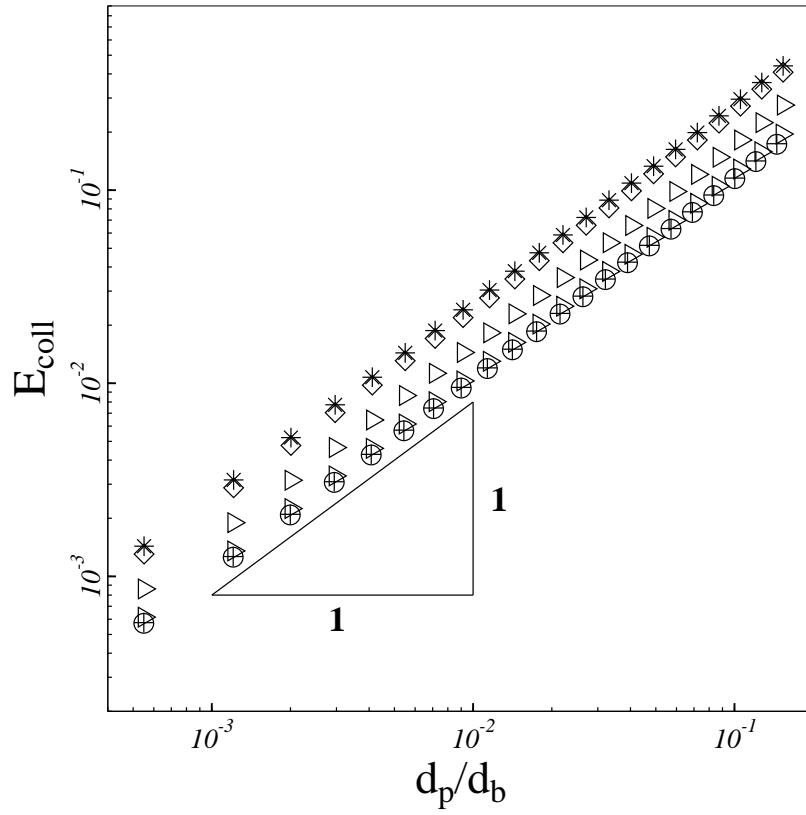


FIG. 3.20 – Efficacité de collision en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$  pour différents  $Re_b$  .  $\circ$  :  $Re_b = 0.01$  ;  $+$  :  $Re_b = 0.1$  ;  $\triangleleft$  :  $Re_b = 1$  ;  $\triangleright$  :  $Re_b = 10$  ;  $\diamond$  :  $Re_b = 100$  ;  $*$  :  $Re_b = 250$ .

$u_{surf}$  n'est pas nulle et directement proportionnelle à la vitesse de la bulle. On a alors, à proximité de la bulle  $u \sim u_{surf} \sim V_b$  au premier ordre en  $r^*$ .

Par définition, le débit  $Q_{coll}$  qui passe entre la bulle et le point d'effleurement s'écrit :

$$Q_{coll} = \int_0^{r_p} u(\theta_{coll}, r^*) 2\pi (r_b + r^*) \sin(\theta_{coll}) dr^* \quad (3.7)$$

Soit par intégration :

$$Q_{coll} = \pi V_b \sin(\theta_{coll}) (r_p^2 + 2r_p r_b) \quad (3.8)$$

Comme quel que soit  $Re_b$ , on a  $\theta_{coll} \sim \pi/2$  (voir section 3.4.1) et  $r_p \ll r_b$  :

$$Q_{coll} = 2\pi V_b \sin(\theta_{coll}) r_p r_b \quad (3.9)$$

D'après la définition (1.41)  $E_{coll} = Q_{coll}/Q_\infty$  avec  $Q_\infty = \pi r_b^2 V_b$ . On obtient alors :

$$E_{coll} \sim 2 \frac{d_p}{d_b} \quad (3.10)$$

On peut alors en déduire :

$$g^{180}(d_p/d_b) = \frac{d_p}{d_b} \quad (3.11)$$

On retrouve par cette analyse le comportement de l'efficacité en  $d_p/d_b$  donnée par les résultats numériques et les solutions asymptotiques analytiques (1.44) et (1.47) section 1.4.1.

### Influence du nombre de Reynolds $Re_b$

La figure 3.21 représente la fonction  $f^{180}(Re_b)$  définie à partir de (3.5) en adoptant pour  $g^{180}$  la définition (3.11).

Pour des nombres de Reynolds compris entre  $Re_b = 0,01$  et  $Re_b = 1$  on a  $f^{180} \sim 1$ . Entre  $Re_b = 1$  et  $Re_b = 250$  la fonction  $f^{180}(Re_b)$  est croissante et au-delà de  $Re_b = 250$  semble tendre asymptotiquement vers la valeur 3.

Cette valeur asymptotique est en accord avec l'expression (1.47) proposée par Sutherland (1948), qui est valable pour des nombres de Reynolds  $Re_b \gg 1$  et des rapports de taille  $d_p/d_b \ll 1$ .

Si l'on trace la fonction  $f^{180}(Re_b)$  à partir des expressions (1.54) et (1.55), proposées respectivement par Weber and Paddock (1983) et par Nguyen (1998), on trouve un assez bon accord avec les valeurs issues des simulations numériques. En particulier, les valeurs asymptotiques pour  $Re_b \ll 1$  et  $Re_b \gg 1$  sont retrouvées. Pour  $Re_b > 250$  seul le modèle de Nguyen (1998) concorde avec nos résultats. Mais ce modèle s'accorde moins bien avec nos simulations pour des  $Re_b$  plus petits

Pour retrouver les comportements asymptotiques pour des nombres de Reynolds  $Re_b \ll 1$  et  $Re_b \gg 1$  nous avons cherché la fonction  $f^{180}(Re_b)$  sous la forme :

$$f^{180}(Re_b) = \frac{a + 3 Re_b^n}{a + Re_b^n} \quad (3.12)$$

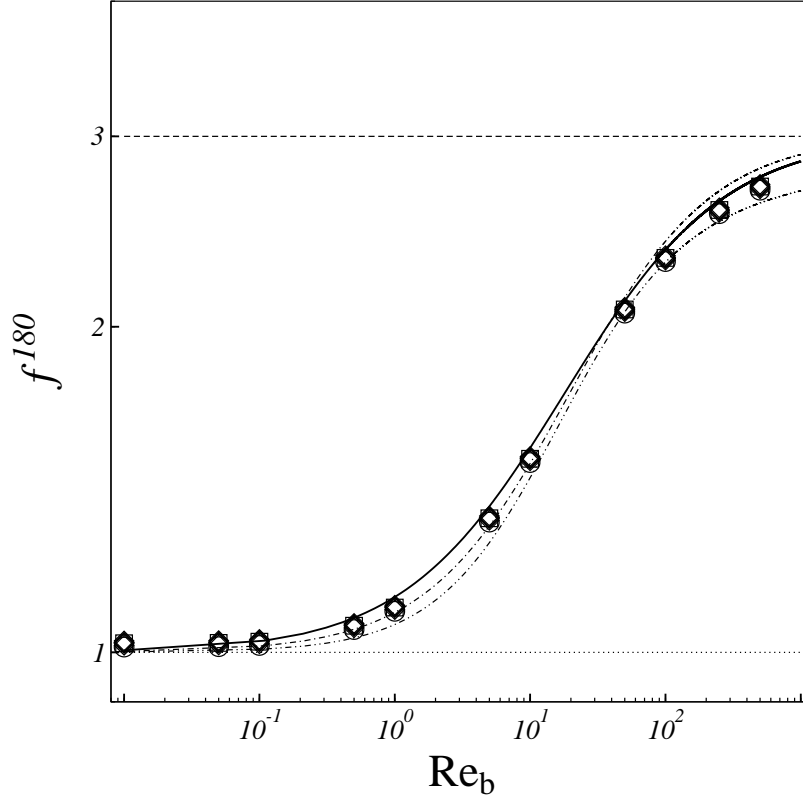


FIG. 3.21 – Efficacité de collision divisée par l'expression (1.43) en fonction de  $Re_b$ .  $\circ$  :  $d_p/d_b = 0,0005$  ;  $+$  :  $d_p/d_b = 0,001$  ;  $\triangleleft$  :  $d_p/d_b = 0,0016$  ;  $\triangleright$  :  $d_p/d_b = 0,0022$  ;  $\diamond$  :  $d_p/d_b = 0,0029$  ;  $*$  :  $d_p/d_b = 0,0037$  ; — : expression (3.13) ; — — — : Sutherland (1948) (expression (1.47)) ;  $\cdots$  : expression (1.44) ; —  $\cdot$  : Nguyen (1998) (expression (1.55)) ;  $\cdot$  —  $\cdot$  : Weber and Paddock (1983) (expression (1.54)).

avec  $a$  et  $n$  des constantes. Pour des nombres de Reynolds  $Re_b$  très petits ( $Re_b \ll 1$ ), les termes constants au numérateur et au dénominateur sont dominants et la fonction  $f^{180}(Re_b)$  tend vers la valeur asymptotique 1.

Pour des nombres de Reynolds  $Re_b$  très grands ( $Re_b \gg 1$ ), les termes en  $Re_b^n$  au numérateur et au dénominateur sont dominants et la fonction  $f^{180}(Re_b)$  tend vers la valeur asymptotique 3. Les constantes  $a$  et  $n$  permettent d'accorder au mieux l'évolution de la fonction  $f^{180}(Re_b)$  pour s'accorder avec les résultats issus des simulations numériques aux  $Re_b$  intermédiaires.

En prenant  $a = 15$  et  $n = 3/4$  on obtient l'expression de la fonction  $f^{180}(Re_b)$

$$f^{180}(Re) = \frac{15 + 3 Re_b^{\frac{3}{4}}}{15 + Re_b^{\frac{3}{4}}} \quad (3.13)$$

Cette expression est en très bon accord avec les résultats issus des simulations numériques pour  $Re_b \geq 0,5$ . Les résultats numériques s'écartent de quelques pourcents de la corrélation (3.13). Ce comportement est vraisemblablement lié à un problème de confinement dans les simulations malgré les précautions prises



et présentées à la section 3.2.

Pour des nombres de Reynolds  $Re_b < 0,5$  l'expression (3.13) sous-estime les résultats issus des simulations numériques, ce qui semble montrer que la fonction  $f^{180}(Re_b)$  tend moins vite vers la valeur asymptotique que l'expression (3.13).

Combinée avec l'expression (1.43), (3.13) donne une corrélation simple et pratique, pour les efficacités de collision dans le cas des bulle propres :

$$E_{coll}^{180} = \frac{d_p}{d_b} \frac{15 + 3 Re_b^{\frac{3}{4}}}{15 + Re_b^{\frac{3}{4}}} \quad (3.14)$$

### 3.5.2 Bulles complètement contaminées

Influence du rapport de taille  $d_p/d_b$

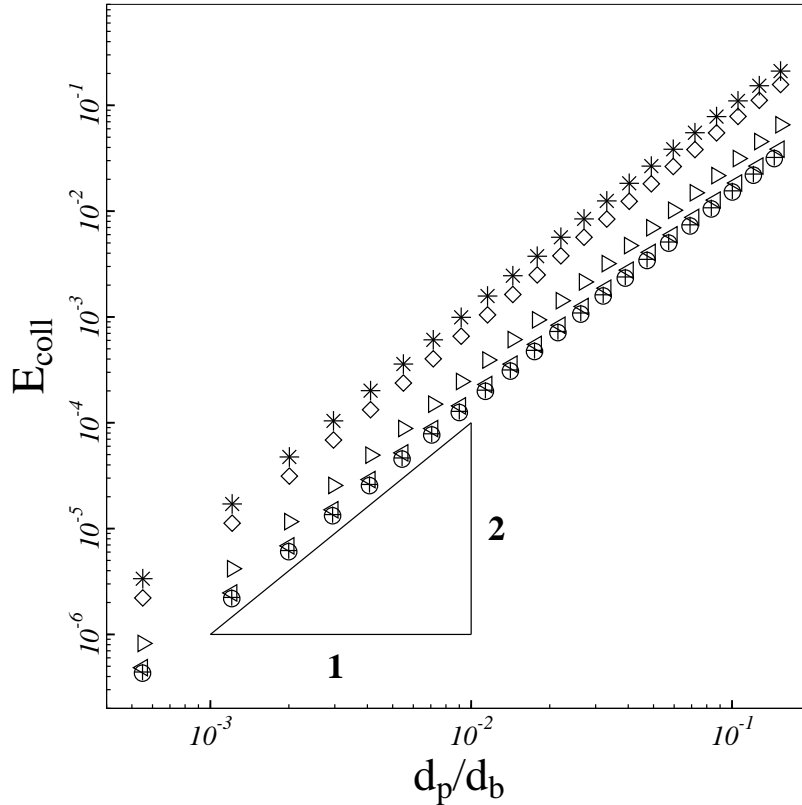


FIG. 3.22 – Efficacité de collision en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$  pour différents  $Re_b$  .  $\circ$  :  $Re_b = 0,01$  ;  $+$  :  $Re_b = 0,1$  ;  $\triangleleft$  :  $Re_b = 1$  ;  $\triangleright$  :  $Re_b = 10$  ;  $\diamond$  :  $Re_b = 100$  ;  $*$  :  $Re_b = 250$ .

La figure 3.22 présente les efficacités de collision en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ , pour différents nombres de Reynolds. Le premier résultat important est que l'efficacité de capture d'une bulle contaminée est beaucoup plus faible que celui d'une bulle propre.

La figure 3.22 montre que quel que soit le nombre de Reynolds  $Re_b$ , l'efficacité de collision évolue comme  $(d_p/d_b)^2$ . Elle varie entre  $E_{coll} \sim 10^{-6}$  et

$E_{coll} \sim 10^{-2}$  pour des rapports de taille variant entre  $d_p/d_b = 0,0005$  et  $d_p/d_b = 0,3$ . On peut remarquer que la différence d'ordre de grandeur entre l'efficacité pour une bulle propre et l'efficacité pour une bulle complètement contaminée est de l'ordre du rapport de taille  $d_p/d_b$ . Ainsi l'efficacité de capture sera d'autant plus faible que le rapport  $d_p/d_b$  sera petit si la bulle est contaminée.

On peut noter que pour une valeur donnée du rapport de taille  $d_p/d_b$ , l'efficacité de collision  $E_{coll}$  augmente avec le nombre de Reynolds  $Re_b$  : en effet, pour  $d_p/d_b = 0,0005$ ,  $E_{coll}$  varie de  $4.10^{-6}$  pour  $Re_b = 0,01$  à  $3.10^{-5}$  pour  $Re_b = 250$ .

Comme dans le cas de la bulle propre, l'explication de l'évolution de l'efficacité de collision  $E_{coll}$  avec le rapport de taille  $(d_p/d_b)^2$  est la conséquence du profil de vitesse aux abords de la bulle.

Un développement similaire à celui présenté pour la bulle propre permet de montrer que, au premier ordre en  $r^*$  :  $u \sim r^* \partial u / \partial r^*$ .

Le calcul du débit (3.7) permet alors de montrer :

$$E_{coll} \sim \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2 \quad (3.15)$$

Sur la figure 3.16 on constate que  $\theta_{coll}$  varie entre  $90^\circ$  et  $60^\circ$  pour les nombres de Reynolds étudiés, ce qui montre que  $\sin(\theta_{coll})$  reste d'ordre 1, ce qui explique l'évolution de  $E_{coll}$  en  $(d_p/d_b)^2$  observée sur les résultats numériques quel que soit le nombre de Reynolds.

Cette dépendance généralise donc à tous les nombres de Reynolds la solution analytique proposée par Gaudin (1957) en écoulement de Stokes.

On peut donc proposer pour  $g^0(d_p/d_b)$  :

$$g^0(d_p/d_b) = \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2 \quad (3.16)$$

qui correspond au comportement observé dans les simulations numériques.

### Influence du nombre de Reynolds $Re_b$

La figure 3.23 représente la fonction  $f^0(Re_b)$  obtenue en combinant la définition (3.16) avec la décomposition (3.5). Pour  $Re_b \leq 1$  la fonction  $f^0 \approx 3/2$ . Pour  $Re_b > 1$  la fonction  $f^0$  croissante avec  $Re_b$  sans atteindre une valeur asymptotique comme observé pour une bulle propre.

La valeur asymptotique pour  $Re_b \ll 1$  du modèle (1.62) de Gaudin (1957) ( $f^0(Re_b) = 3/2$ ) reste une très bonne estimation jusqu'à des  $Re_b \sim 1$ . Le modèle (1.63) proposé par Weber and Paddock (1983), qui est également représenté sur la figure 3.23, s'accorde bien avec les valeurs issues des simulations numériques, mais semble dériver légèrement à partir d'un nombre de Reynolds  $Re_b > 5$ .

On constate en fait que l'évolution à grand nombre de Reynolds suit le comportement :

$$f^0 \sim Re_b^{0,45} \quad (3.17)$$

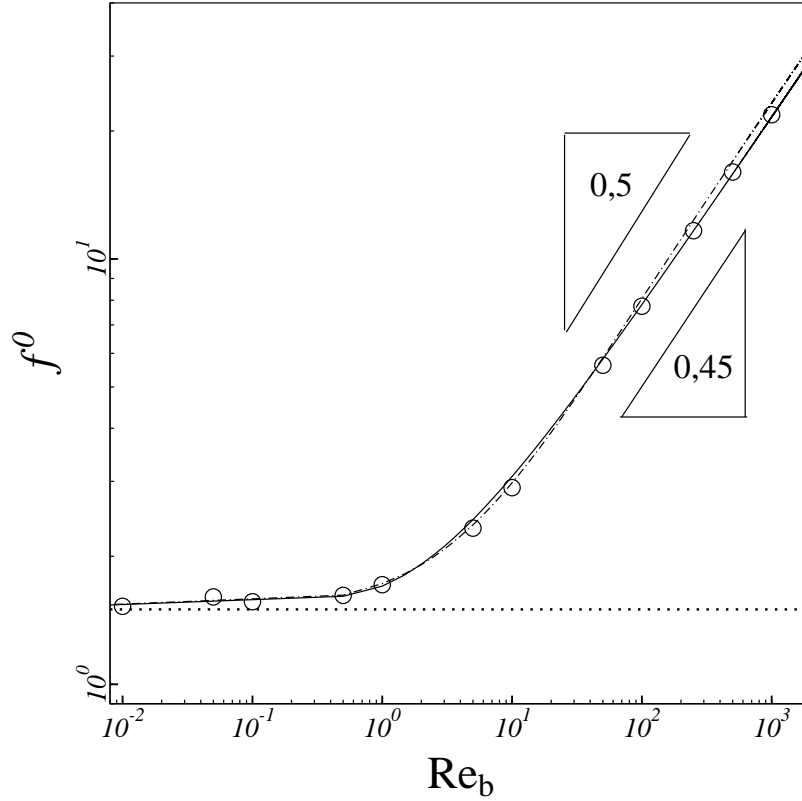


FIG. 3.23 – Fonction  $f^0(Re_b)$  du nombre de Reynolds  $Re_b$  .  $\circ$  : simulations numériques ; — : expression (3.21) ;  $\cdots$  : (1.62) Gaudin (1957) ;  $-\cdot-$  : Weber and Paddock (1983) (expression (1.63)).

Le comportement de la fonction  $f^0(Re_b)$  pour des grands nombres de Reynolds peut également s'interpréter en considérant le développement de la vitesse près de la surface de la bulle. En effet, pour des bulles complètement contaminées, nous avons vu que  $u \sim r^* \partial u / \partial r^*$ . Or, il est possible d'estimer le terme  $\partial u / \partial r^*$  en tenant compte du fait que l'on se trouve dans la couche limite, qui est très fine en raison du nombre de Reynolds  $Re_b$  élevé. En effet l'épaisseur de la couche limite est connue (*cf.* Batchelor (1967)) pour varier comme  $r_b Re_b^{-1/2}$ . A l'extérieur de la couche limite la vitesse est d'ordre de grandeur de la vitesse de la bulle  $V_b$ . Par conséquent dans la couche limite  $\partial u / \partial r^* \sim (V_b / r_b) Re_b^{-1/2}$  soit  $u \sim (V_b / r_b) r^* Re_b^{1/2}$ . De manière analogue, le calcul du débit  $Q_{coll}$  permet de montrer que l'évolution de l'efficacité en fonction du nombre de Reynolds se met, à grand  $Re_b$  sous la forme :

$$f^0 \sim Re_b^{1/2} \quad (3.18)$$

ce qui s'approche de la pente proche de  $Re_b^{0.45}$  mise en évidence par la figure 3.23.

Ce faible écart de pente s'explique par la dépendance de l'angle de collision  $\theta_{coll}$  avec le nombre de Reynolds mise en évidence à la section 3.4.2. En effet, comme le montre l'expression (3.15),  $\sin \theta_{coll}$  intervient dans l'expression de

l'efficacité de collision ce qui modifie légèrement la pente en  $Re_b^{1/2}$  pour donner une pente en  $Re_b^0$ , 45

Comme dans le cas de la bulle propre nous avons cherché la fonction  $f^0(Re_b)$  sous la forme :

$$f^0(Re) = \frac{3a + b Re_b^m}{2a + c Re_b^n} \quad (3.19)$$

avec  $a, b, c, m$  et  $n$  des constantes. Pour des nombres de Reynolds  $Re_b$  très petits ( $Re_b \ll 1$ ), les termes constants au numérateur et au dénominateur sont dominants et la fonction  $f^0(Re_b)$  tend vers la valeur asymptotique  $3/2$ .

Pour des nombres de Reynolds  $Re_b$  très grands ( $Re_b \gg 1$ ), les termes en  $Re_b^m$  au numérateur et en  $Re_b^n$  au dénominateur sont dominants et la fonction  $f^{180}(Re_b) \sim Re_b^{m-n}$  soit  $m - n = 0$ , 45 d'après l'équation (3.18). Les constantes  $a, b, c, m$  et  $n$  sont finalement choisies afin de lisser au mieux les résultats issus des simulations numériques.

Une première estimation de ces coefficients, qui n'est pas donnée ici, montre la nécessité de rajouter un terme  $\alpha Re_b^\beta$  au numérateur avec  $0 < \beta < m$ , pour bien représenter la fonction  $f^0(Re_b)$  pour les nombres de Reynolds intermédiaires ( $1 < Re_b < 10$ ). En effet comme  $0 < \beta < m$  ce terme est négligeable par rapport à  $a$  quand  $Re_b \ll 1$  et par rapport à  $Re_b^m$  quand  $Re_b \gg 1$ .

La fonction  $f^0(Re_b)$  est donc recherchée sous la forme :

$$f^0(Re) = \frac{3a + \alpha Re_b^\beta + b Re_b^m}{2a + c Re_b^n} \quad (3.20)$$

On obtient une expression de la fonction  $f^0(Re_b)$  en prenant  $a = 1$ ,  $b = 16$ ,  $c = 25$ ,  $\alpha = 25/2$ ,  $\beta = 3/2$ ,  $m = 9/4$  et  $n = 9/5$  :

$$f^0(Re) = \frac{3 \cdot 1 + 25/2 Re_b^{3/2} + 16 Re_b^{9/4}}{2 \cdot 1 + 25 Re_b^{9/5}} \quad (3.21)$$

Cette expression est représentée sur la figure 3.23 et s'accorde parfaitement avec les résultats issus des simulations numériques pour l'ensemble des nombres de Reynolds en respectant les tendances asymptotiques.

Combinée avec l'expression (3.16), l'expression (3.21) donne une bonne évaluation de l'efficacité de collision, dans le cas de bulles complètement contaminées :

$$E_{coll}^0 = \frac{3}{2} \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2 \frac{1 + 25/2 Re_b^{3/2} + 16 Re_b^{9/4}}{1 + 25 Re_b^{9/5}} \quad (3.22)$$

L'étude de l'efficacité de collision  $E_{coll}$  pour une bulle propre et une bulle contaminée a mis plusieurs faits en évidence :

- un comportement différent vis-à-vis du rapport de taille  $d_p/d_b$ . Dans le cas de la bulle propre, l'efficacité de collision  $E_{coll} \sim d_p/d_b$  alors que pour une bulle complètement contaminée l'efficacité de collision  $E_{coll} \sim (d_p/d_b)^2$ .
- un comportement différent vis-à-vis du nombre de Reynolds  $Re_b$ . Dans le cas de la bulle propre, l'influence du nombre de Reynolds  $Re_b$  sur l'efficacité de collision  $E_{coll}$  reste comprise entre 1 et 3. Au contraire,

dans le cas de la bulle complètement contaminée, l'influence du nombre de Reynolds  $Re_b$  sur l'efficacité de collision  $E_{coll}$  est minorée pour des petits nombres de Reynolds par  $3/2$  mais varie comme  $Re_b^{0,45}$  aux grands nombres de Reynolds.

## 3.6 Bulles partiellement contaminées

### 3.6.1 Effet de la contamination sur l'efficacité de collision

Les figures 3.24 et 3.25 présentent les efficacités de collision en fonction de  $\theta_{cont}$ , pour six nombres de Reynolds différents et pour deux rapports de taille :  $d_p/d_b = 0,00055$  (graphe 3.24), et  $d_p/d_b = 0,048$  (graphe 3.25). L'angle de

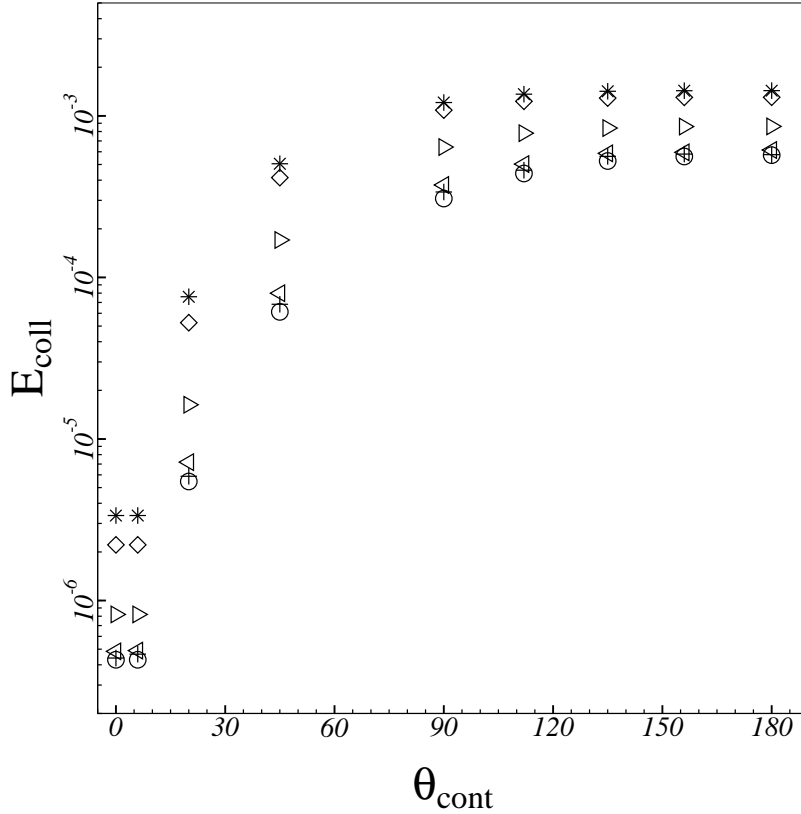


FIG. 3.24 – Efficacités de collision en fonction de  $\theta_{cont}$ ,  $d_p/d_b = 0,00055$ .  
 ○ :  $Re_b = 0,01$  ; + :  $Re_b = 0,1$  ; ◁ :  $Re_b = 1$  ; ▷ :  $Re_b = 10$  ; ◇ :  $Re_b = 100$  ;  
 \* :  $Re_b = 250$ .

contamination varie entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ . La forte influence de la contamination de l'interface est mise en évidence. Pour  $Re_b = 1$ , sur la figure 3.24, l'efficacité de collision pour la bulle propre est deux mille fois supérieure à celle pour une bulle très fortement contaminée ( $\theta_{cont} = 6^\circ$ ). On peut voir qu'il y a un (figure 3.24) à plusieurs ordres de grandeurs (figure 3.25) entre les efficacités de collision pour une bulle propre et une bulle contaminée.

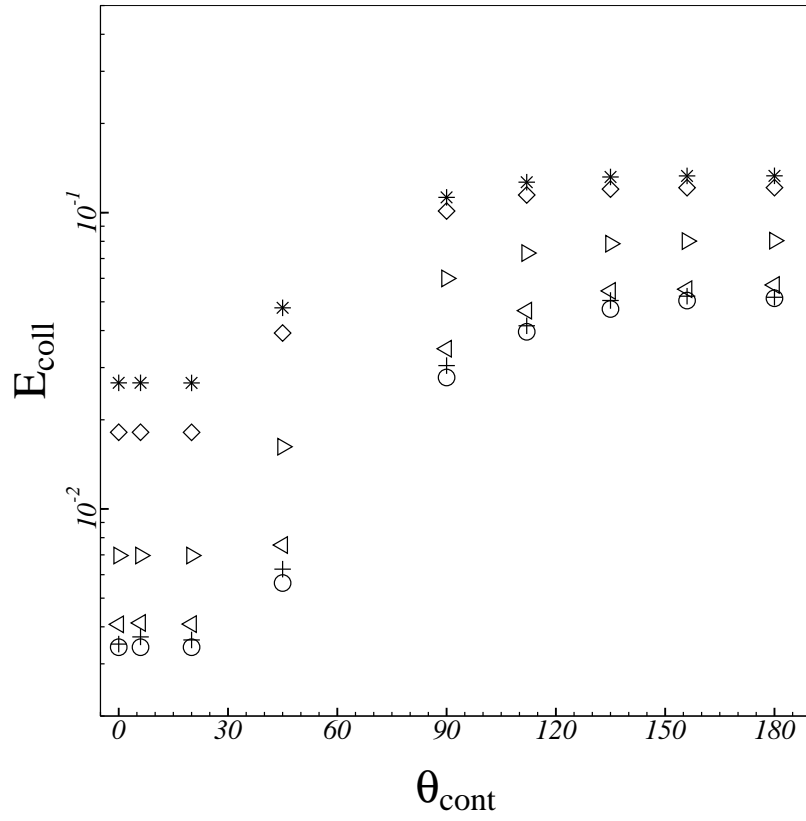


FIG. 3.25 – Efficacités de collision en fonction de  $\theta_{\text{cont}}$ ,  $d_p/d_b = 0,048$ . o :  $Re_b = 0,01$  ; + :  $Re_b = 0,1$  ; ◁ :  $Re_b = 1$  ; ▷ :  $Re_b = 10$  ; ◊ :  $Re_b = 100$  ; \* :  $Re_b = 250$ .

Quel que soit  $d_p/d_b$ , la variation de l'efficacité de collision en fonction de la contamination présente le même comportement.

Pour les petites valeurs de  $\theta_{cont}$ , c'est-à-dire lorsque la bulle tend à être complètement contaminée, l'efficacité de collision ne varie pas avec l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ , et garde les valeurs obtenues pour les bulles complètement contaminées. La valeur de l'efficacité de collision  $E_{coll}$  commence à varier lorsque  $\theta_{cont}$  dépasse une valeur qui dépend de  $d_p/d_b$ . Le seuil est compris entre  $6^\circ$  et  $20^\circ$ , pour  $d_p/d_b = 0,0005$  (figure 3.6.1) et entre  $20^\circ$  et  $45^\circ$  pour  $d_p/d_b = 0,048$  (3.25). Entre cette valeur de l'angle de contamination  $\theta_{cont}$  et environ  $90^\circ$ , l'efficacité augmente fortement, avant de se stabiliser à une valeur quasi-constante qui correspond à l'efficacité d'une bulle propre. On peut également noter que dans tous les cas, l'efficacité augmente avec  $Re_b$ . On retrouve là le comportement mis en évidence pour les bulles propres et les bulles contaminées.

### 3.6.2 Forme des lignes de courant

Le seuil observé sur les figures 3.24 et 3.25, tire son origine de la forme particulière des lignes de courant des bulles partiellement contaminées. Comme le montre la figure 3.26 ( $\theta_{cont} = 45^\circ$ ,  $Re_b = 100$ ) les lignes de courant s'éloignent fortement de la bulle, au niveau de l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ . Ce ressaut

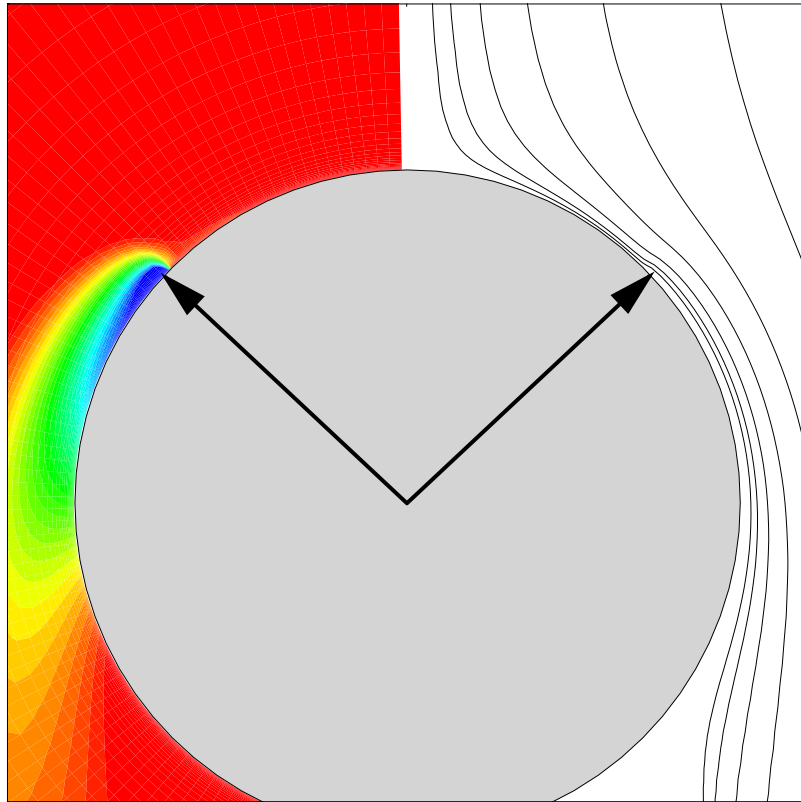


FIG. 3.26 – Champs de vortécité (partie gauche) et lignes de courant (partie droite) autour d'une bulle, pour un écoulement stationnaire, avec  $\theta_{cont} = 45^\circ$  et  $Re_b = 100$ .

est dû au passage, au niveau de  $\theta_{cont}$ , d'une condition de glissement à une condition d'adhérence, sur l'interface de la bulle, ce qui crée, localement, une forte production de vorticité, voir Cuenot et al. (1997) et la section 3.4.

Sur la partie amont de la bulle, les lignes de courant sont resserrées, de la même manière que dans le cas des bulles propres (voir figure 3.26). Au niveau de l' quateur de la bulle, les lignes de courant se rapprochent, à nouveau, lorsque l'exc dent de vorticité a été évacué.

Le fait surprenant décrit à la section 3.4 est qu'il existe dans certaines conditions de contamination  $\theta_{cont}$  et pour un rapport de taille  $d_p/d_b$  donné deux points d'effleurment, pour deux lignes de courant distinctes : un sur la partie amont propre de la bulle et un sur la partie équatoriale contaminée de la bulle. L'efficacité de collision est alors conditionnée par la ligne de courant extérieure. Cette situation est illustrée par la figure 3.27, qui représente des lignes de courant pour un angle de contamination de  $20^\circ$  et un nombre de Reynolds de 0,1. Les parties gauches et droites représentent, respectivement, deux cas distincts où il existe deux points d'effleurment pour un rapport de taille  $d_p/d_b$  donné.

Dans les deux cas, les lignes de courant, intérieures et extérieures, rasant la bulle à une distance  $r_p$ , désignée par la flèche, soit dans la partie frontale de la bulle, soit dans la partie équatoriale. La ligne de courant extérieure correspond à un débit de particules plus important que celui auquel correspond la ligne de courant intérieure. Ce débit de particules est capturé puisqu'il correspond à un point d'effleurment. C'est donc bien le point d'effleurment de la ligne extérieure qui correspond à l'efficacité de collision  $E_{coll}$ .

### 3.6.3 Calcul de l'efficacité dans le cas de l'existence de deux points d'effleurment

Une autre manière d'illustrer ce comportement est montr e par la figure 3.28. Pour un  $d_p/d_b$  donné, lorsque il existe deux points d'effleurment distincts, une efficacité est calculée pour chaque ligne de courant. L'efficacité réelle est le maximum des deux valeurs.

La figure 3.28 représente ces efficacités dans le cas d'un angle de contamination de  $20^\circ$  et un  $Re_b = 0,1$ . Les cercles représentent l'efficacité correspondant à la ligne de courant effleurant l'amont de la bulle et les croix l'efficacité correspondant à la ligne de courant effleurant la ligne équatoriale. On peut voir qu'il existe un rapport de taille seuil  $(d_p/d_b)_{th}$ . Pour  $d_p/d_b < (d_p/d_b)_{th}$ , la ligne de courant extérieure effleure dans la partie amont. Comme cette partie est propre, l'efficacité évolue comme  $d_p/d_b$ . Pour  $d_p/d_b > (d_p/d_b)_{th}$ , la ligne de courant extérieure effleure dans la partie équatoriale. Comme cette partie est contaminée, l'efficacité évolue comme  $(d_p/d_b)^2$ .

La figure 3.28 montre que le  $(d_p/d_b)_{th}$  correspond au moment où l'évolution en  $(d_p/d_b)^2$  devient supérieure à celle en  $d_p/d_b$ . On observe par conséquent un changement d'évolution sur l'efficacité de collision.

La figure 3.29 représente les valeurs de  $(d_p/d_b)_{th}$  en fonction de  $\theta_{cont}$ , pour différents nombre de Reynolds. Ces valeurs délimitent les zones où la fonction  $E_{coll}$  évolue comme  $d_p/d_b$  ou comme  $(d_p/d_b)^2$  comme expliqué précédemment.



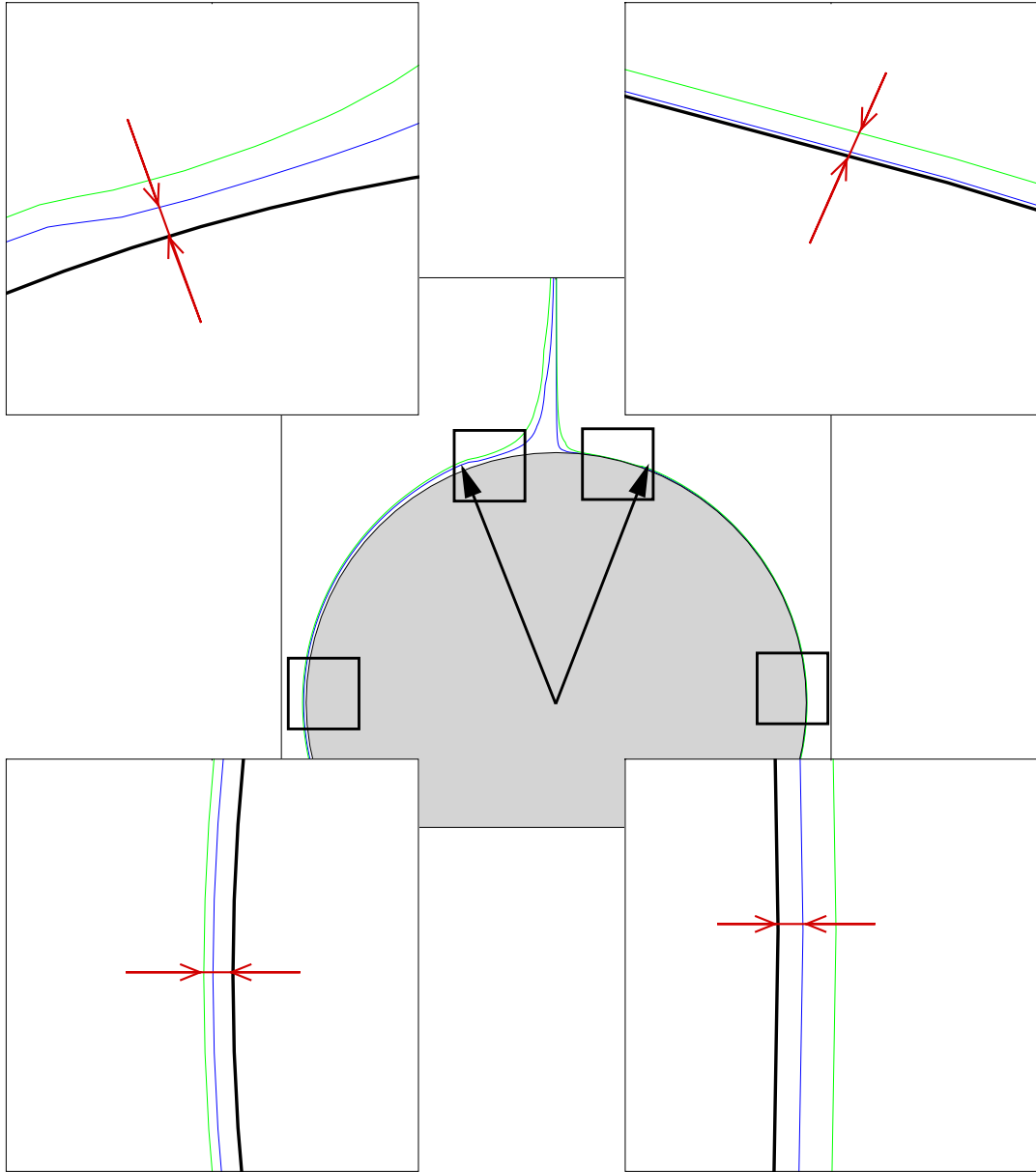


FIG. 3.27 – Lignes de courant rasantes pour  $\theta_{cont} = 20^\circ$  et pour  $Re_b = 0,1$ . A gauche  $d_p/d_b = 0,014 > (d_p/d_b)_{th}$  : le point d'effleurement de la ligne de courant extérieure est dans la zone équatoriale et le point d'effleurement de la ligne de courant intérieure est dans la zone amont. A droite  $d_p/d_b = 0,0011 < (d_p/d_b)_{th}$  : le point d'effleurement de la ligne de courant extérieure est dans la zone amont et le point d'effleurement de la ligne de courant intérieure est dans la zone équatoriale. L'efficacité de collision est conditionnée par la ligne de courant extérieure.

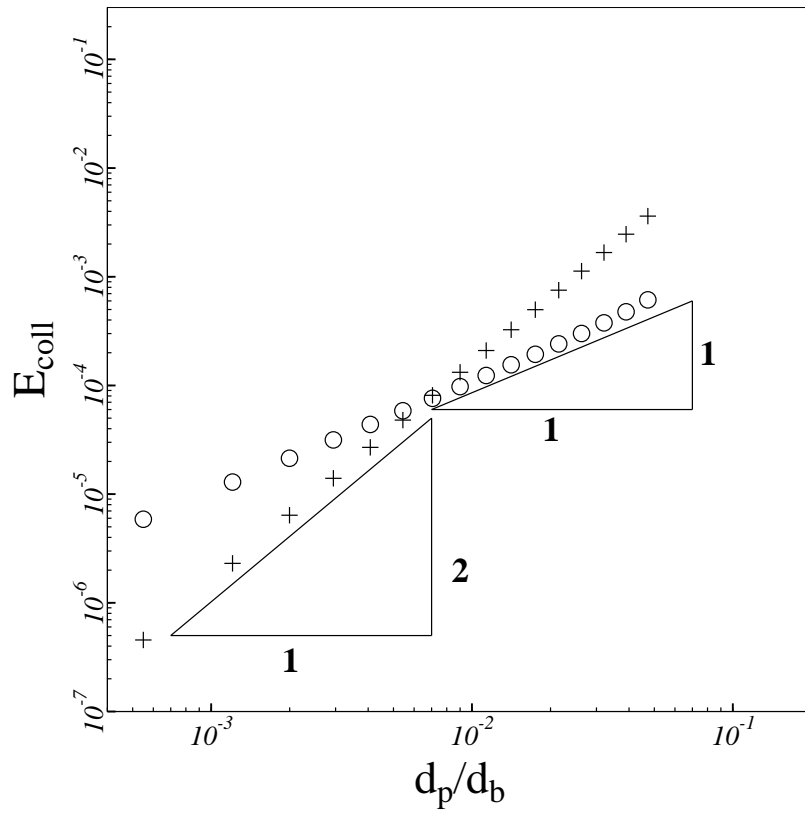


FIG. 3.28 – Efficacité de collision en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ , sur la base des minima locaux, pour  $\theta_{\text{cont}} = 20^\circ$  et  $Re_b = 0,1$ . ○ : partie amont ; + : partie équatoriale.

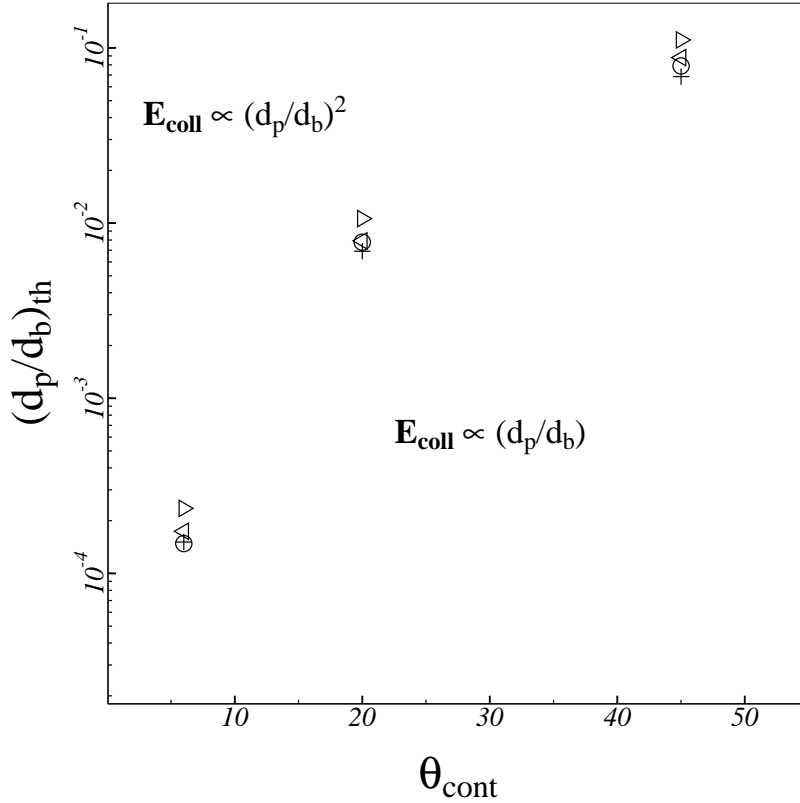


FIG. 3.29 – Rapport de taille seuil  $(d_p/d_b)_{th}$  en fonction de l'angle de contamination.  $\circ$  :  $Re_b = 0,01$  ;  $+$  :  $Re_b = 0,1$  ;  $\lessdot$  :  $Re_b = 1$  ;  $\gtrdot$  :  $Re_b = 10$ .

La figure 3.29 montre que le rapport de taille seuil  $(d_p/d_b)_{th}$  peut changer de plusieurs ordres de grandeur avec la contamination  $\theta_{cont}$  et dépend très peu de  $Re_b$ .

### 3.6.4 Influence du rapport de taille $d_p/d_b$

Les figures 3.30, 3.31 et 3.32 montrent l'efficacité de collision  $E_{coll}$  en fonction de  $d_p/d_b$ , respectivement, pour  $\theta_{cont} = 6^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $20^\circ$  et pour  $Re_b$  variant de 0,01 à 250. La figure 3.30 montre que l'efficacité de collision  $E_{coll}$  est proportionnelle à  $(d_p/d_b)^2$ , pour  $\theta_{cont} = 6^\circ$ , quel que soit le nombre de Reynolds, sur toute la plage de variation de  $d_p/d_b$ , que l'on considère.

Le graphe 3.31 montre que, pour  $\theta_{cont} = 90^\circ$ , l'efficacité de collision  $E_{coll}$  est proportionnelle à  $d_p/d_b$ , quel que soit  $Re_b$ , et sur toute la gamme de rapport de taille  $d_p/d_b$ .

Le graphe 3.32 montre un changement de comportement pour le rapport de taille seuil  $(d_p/d_b)_{th}$ . Comme expliqué précédemment, en-dessous du seuil, l'efficacité de collision  $E_{coll}$  est proportionnelle au rapport de taille  $d_p/d_b$ , quel que soit le nombre de Reynolds  $Re_b$ . Au-dessus du seuil, l'efficacité de collision  $E_{coll}$  est proportionnelle à  $(d_p/d_b)^2$ , quel que soit le nombre de Reynolds  $Re_b$ .

Sous la décomposition de l'efficacité de collision sous la forme (3.5), on peut en déduire :

$$g^{\theta_{cont}}(d_p/d_b) = \frac{d_p}{d_b} \quad (3.23)$$

pour  $d_p/d_b < (d_p/d_b)_{th}$  et :

$$g^{\theta_{cont}}(d_p/d_b) = \left(\frac{d_p}{d_b}\right)^2 \quad (3.24)$$

pour  $d_p/d_b > (d_p/d_b)_{th}$

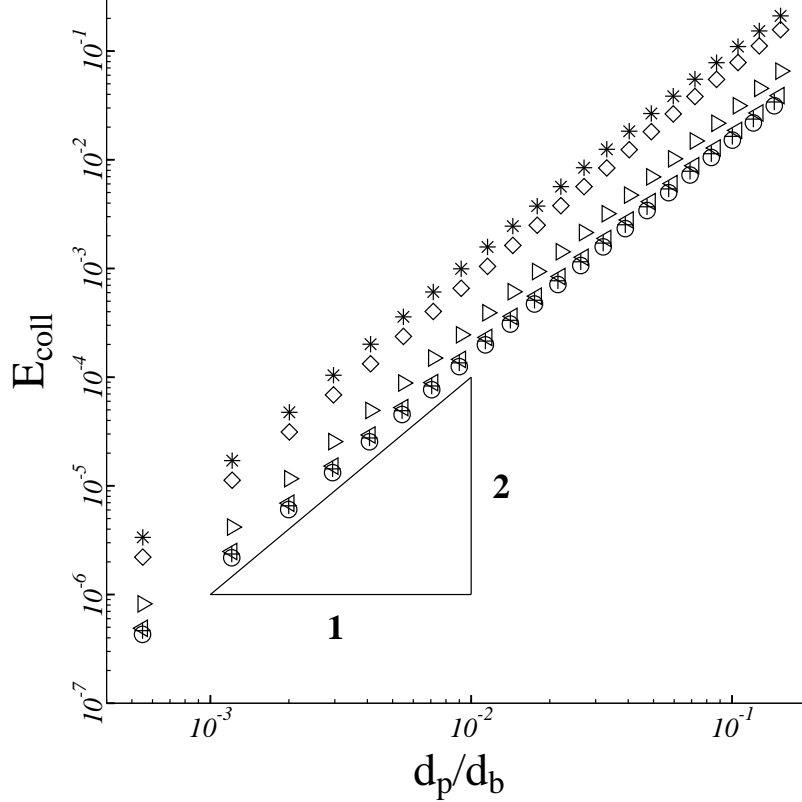


FIG. 3.30 – Efficacité de collision en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ ,  $\theta_{cont} = 6^\circ$ .  $\circ$  :  $Re_b = 0,01$  ;  $+$  :  $Re_b = 0,1$  ;  $\triangleleft$  :  $Re_b = 1$  ;  $\triangleright$  :  $Re_b = 10$  ;  $\diamond$  :  $Re_b = 100$  ;  $*$  :  $Re_b = 250$ .

### 3.6.5 Influence du nombre de Reynolds $Re_b$

Cas  $d_p/d_b > (d_p/d_b)_{th}$

La figure 3.33 présente l'évolution de  $f^{\theta_{cont}}(Re_b)$ , en fonction de  $Re_b$ , pour différentes valeurs de l'angle de contamination  $\theta_{cont}$ . Ainsi que cela était attendu, d'après la figure 3.24, il n'y a pas d'influence de  $\theta_{cont}$ , dans ce cas, et l'effet du nombre de Reynolds  $f^{\theta_{cont}}(Re_b)$  peut être pris en compte par l'expression (3.21), comme dans le cas d'une bulle complètement contaminée. On obtient alors pour l'efficacité de collision déjà mentionnée (relation (3.22)) :

$$E_{coll} = \frac{3}{2} \left(\frac{d_p}{d_b}\right)^2 \frac{1 + 25/2 Re_b^{3/2} + 16 Re_b^{9/4}}{1 + 25 Re_b^{9/5}} \quad (3.25)$$

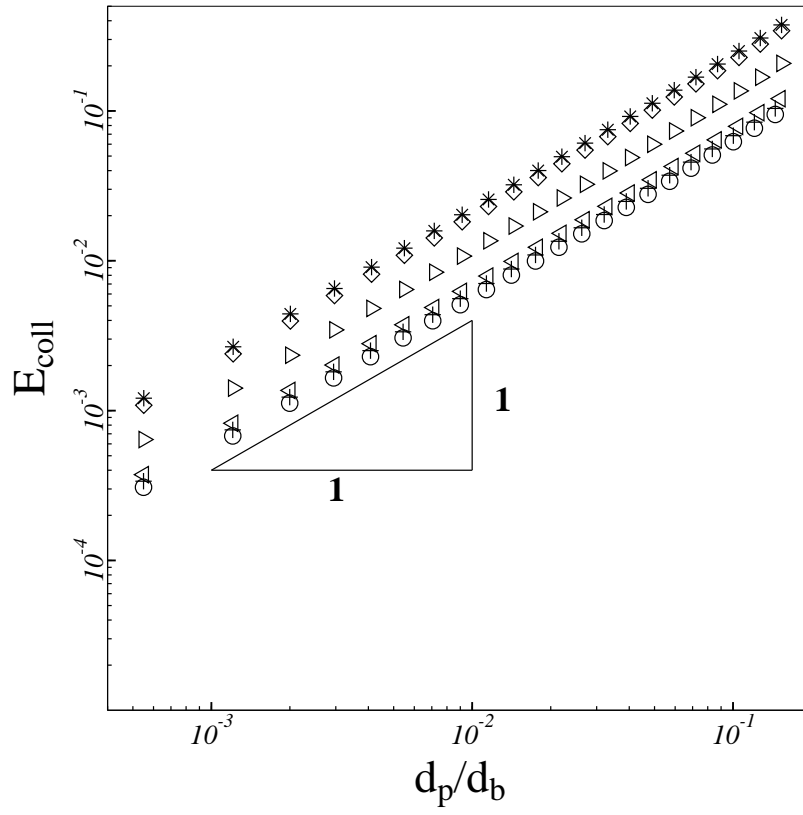


FIG. 3.31 – Efficacité de collision en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ ,  $\theta_{\text{cont}} = 90^\circ$ .  $\circ$  :  $Re_b = 0,01$  ;  $+$  :  $Re_b = 0,1$  ;  $\triangleleft$  :  $Re_b = 1$  ;  $\triangleright$  :  $Re_b = 10$  ;  $\diamond$  :  $Re_b = 100$  ;  $*$  :  $Re_b = 250$ .

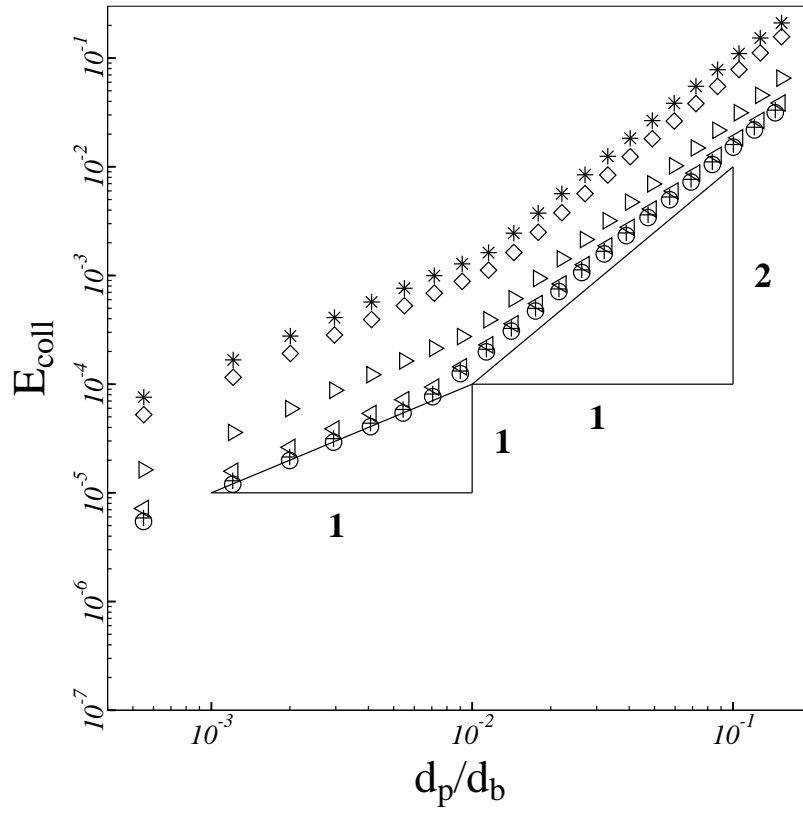


FIG. 3.32 – Efficacité de collision en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ ,  $\theta_{\text{cont}} = 20^\circ$ .  $\circ$  :  $Re_b = 0,01$  ;  $+$  :  $Re_b = 0,1$  ;  $\triangleleft$  :  $Re_b = 1$  ;  $\triangleright$  :  $Re_b = 10$  ;  $\diamond$  :  $Re_b = 100$  ;  $*$  :  $Re_b = 250$ .

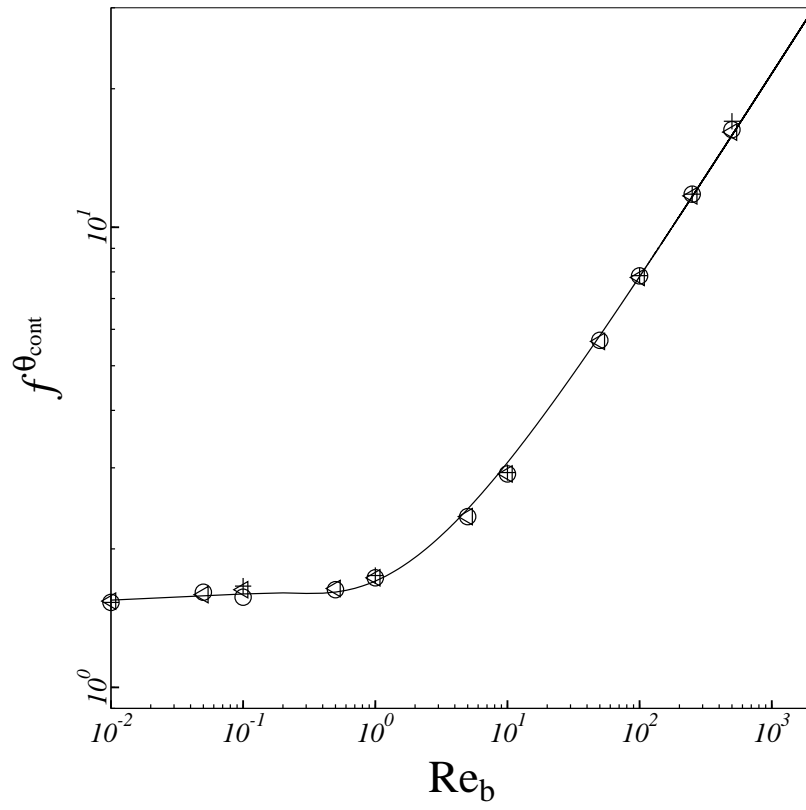


FIG. 3.33 – Efficacité de collision divisée par (1.62) en fonction de  $Re_b$ , pour  $d_p/d_b > (d_p/d_b)_{th}$ .  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 0^\circ$  ;  $+$  :  $\theta_{cont} = 6^\circ$  ;  $<$  :  $\theta_{cont} = 20^\circ$  ; — : expression (3.22).

**Cas**  $d_p/d_b < (d_p/d_b)_{th}$

La figure 3.34 présente l'évolution de  $f^{\theta_{cont}}(Re_b)$  en fonction de  $Re_b$ , pour différentes valeurs de  $\theta_{cont}$ . On constate que dans ce cas  $\theta_{cont}$  a une grande influence. Le comportement de  $f^{\theta_{cont}}(Re_b)$  est similaire à  $f^{180}(Re_b)$  (figure 3.34),

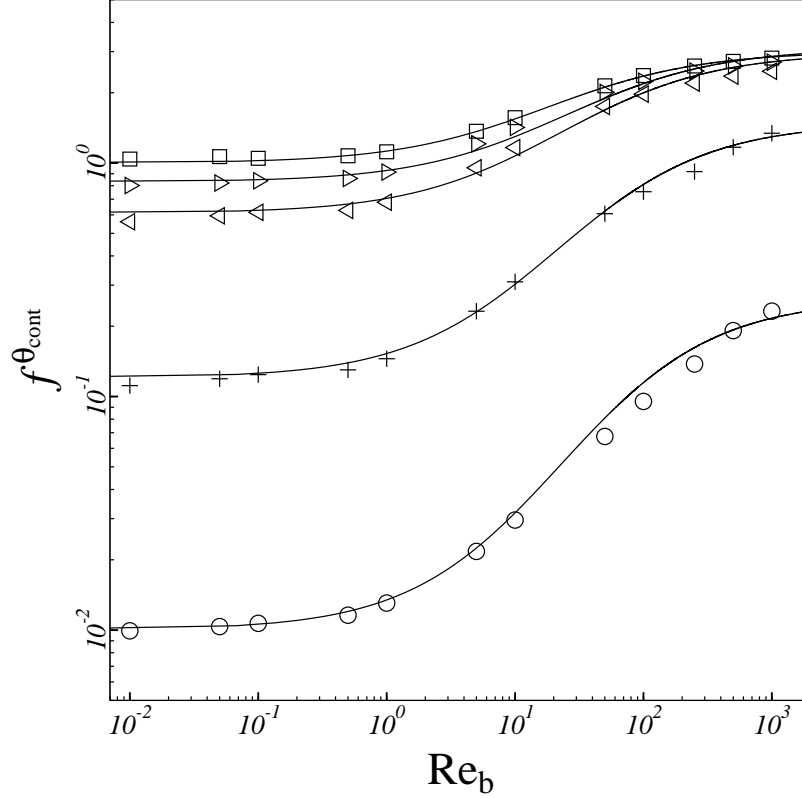


FIG. 3.34 – Efficacité de collision divisée par (3.11) en fonction de  $Re_b$ , pour  $d_p/d_b < (d_p/d_b)_{th}$ .  $\circ$  :  $\theta_{cont} = 20^\circ$  ;  $+$  :  $\theta_{cont} = 45^\circ$  ;  $\triangleleft$  :  $\theta_{cont} = 90^\circ$  ;  $\triangleright$  :  $\theta_{cont} = 112^\circ$  ;  $\square$  :  $\theta_{cont} = 180^\circ$  ; — : modèle donné par (3.26).

pour tous les angles de contamination, mais présente une amplitude plus importante et un décalage vers le bas quand  $\theta_{cont}$  varie. On observe simultanément un changement d'ordre de grandeur, d'amplitude et de pente.

L'influence couplée de la contamination et du nombre de Reynolds est alors cherché sous la forme pour  $d_p/d_b < (d_p/d_b)_{th}$  :

$$f^{\theta_{cont}}(Re_b) = F(\theta_{cont}, Re_b) = k_1(\theta_{cont}) \times \left[ f^{180} \left( \frac{Re_b}{k_3(\theta_{cont})} \right) \right]^{k_2(\theta_{cont})} \quad (3.26)$$

$k_1(\theta_{cont})$  permet de tenir compte du changement d'ordre de grandeur.  $k_2(\theta_{cont})$ , permet de tenir compte du changement d'amplitude et  $k_3(\theta_{cont})$  permet de tenir compte du changement de pente.

La modélisation de  $k_3(\theta_{cont})$  (cf. annexe D) a permis de proposer l'expression suivante :

$$k_3(\theta_{cont}) = \frac{\pi}{3} \frac{1 - \cos \theta_{cont}}{\theta_{cont}} + \frac{1 + \cos \theta_{cont}}{2} \quad (3.27)$$



Les valeurs de  $k_1(\theta_{cont})$  et  $k_2(\theta_{cont})$  ont alors été déterminées à partir des données issues des simulations numériques et prennent les valeurs reportées dans le tableau 3.4.

TAB. 3.4 – Coefficients  $k_1(\theta_{cont})$  and  $k_2(\theta_{cont})$ .

$\theta_{cont}$	20°	45°	90°	112°	135°	156°	180°
$k_1(\theta_{cont})$	0.01	0.12	0.61	0.83	0.98	0.99	1
$k_2(\theta_{cont})$	2.97	2.29	1.44	1.20	1	1	1

Les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  sont bien représentées par les corrélations suivantes obtenues par lissage des résultats du tableau 3.4 :

$$k_1(\theta_{cont}) = 2 \frac{\sin^3 \frac{\theta_{cont}}{2}}{1 + \sin^6 \frac{\theta_{cont}}{2}} \quad (3.28)$$

$$k_2(\theta_{cont}) = 1 + \frac{8}{3 \left(1 - \sin \frac{\theta_{cont}}{2}\right)^{3/2}} \quad (3.29)$$

Au final l'efficacité de collision est donnée par :

$$E_{coll} = \frac{d_p}{d_b} k_1(\theta_{cont}) \times \left[ f^{180} \left( \frac{Re_b}{k_3(\theta_{cont})} \right) \right]^{k_2(\theta_{cont})} \quad (3.30)$$

Le modèle ainsi obtenu est présenté sur la figure 3.34. On peut observer sur la figure 3.34 une très bonne concordance du modèle avec les résultats issus des simulations numériques.

### 3.7 Comparaison avec les résultats expérimentaux

La figure 3.35 compare les résultats expérimentaux avec des évaluations des efficacités calculées à l'aide des relations issues des simulations numériques vues dans les paragraphes précédents. Pour chaque point expérimental, nous avons calculé l'efficacité correspondante à l'aide des modèles obtenus à partir des simulations numériques. Pour cela la valeur expérimentale des paramètres mesurés ( $Re_b$ ,  $d_p/d_b$ ) est utilisée dans l'expression des modèles obtenus pour des bulles propres et pour des bulles parfaitement contaminées. Nous avons également reporté les résultats de Ralston and Dukhin (1999) déjà présentés plus haut. Ils correspondent à des expériences réalisées dans de l'eau pure pour des tailles de bulle de 0,77 et 1,52mm, l'angle de contact à la surface des particules étant de 42° et 73° respectivement.

On peut constater que les ordres de grandeur des efficacités mesurées et calculées concordent. Rappelons que, comme le montrent les figures 3.24 et 3.25, l'efficacité de collision peut varier, en fonction des conditions entre  $3.10^{-7}$  et  $1.10^{-1}$ . On pourrait penser que la dispersion observée expérimentalement est

dû à des conditions de contamination des interfaces, car on peut constater, à la vue des deux courbes issues des simulations, que cette contamination a un effet très important sur le résultat. Mais, les mesures du coefficient de traînée ont montré clairement que la contamination est très faible, et pratiquement toujours identique dans nos expériences. L'ordre de grandeur des résultats de Ralston and Dukhin (1999) est également retrouvé dans le cas le plus proche du notre, pour un diamètre de bulle de  $0.77\text{ mm}$  et un angle de contact de  $73^\circ$ . Les résultats de Ralston and Dukhin (1999) pour l'autre valeur de diamètre ( $1.52\text{ mm}$ ) et un angle de contact de  $42^\circ$  s'éloignent plus radicalement. L'efficacité mesurée est plus faible, alors que le diamètre des bulles étant plus grand, leur nombre de Reynolds l'est aussi, ce qui devrait résulter en une efficacité plus grande.

Les résultats des simulations établis pour les paramètres de nos points expérimentaux suggèrent que l'efficacité de collision devrait augmenter avec  $d_p/d_b$ , quel que soit le degré de contamination des interfaces. Or, comme nous l'avons vu dans le chapitre expérimental, c'est le contraire que nous avons observé expérimentalement. Ces confrontations des résultats expérimentaux, qu'ils soient issus de cette étude ou des études antérieures, avec les efficacités de collision issus de l'analyse numérique montrent avant tout la difficulté qu'il y a à maîtriser expérimentalement les conditions physico-chimiques. L'angle de contact entre l'eau et les particules joue un rôle primordial. En fonction de sa valeur, le signe même de la variation de l'efficacité de capture en fonction du rapport de diamètres peut changer, comme le montrent les résultats de Ralston and Dukhin (1999).

### 3.8 Conclusion

L'efficacité de collision entre une bulle sphérique et une concentration uniforme de particules en suspension a été étudiée à l'aide de la simulation numérique directe. Tant que le nombre de Stokes des particules est petit devant l'unité, les particules suivent les lignes de courant de l'écoulement généré par le passage de la bulle. L'originalité de cette étude réside dans la prise en compte de l'état de contamination de la bulle. Des simulations numériques directes ont été réalisées pour différents angles de contamination allant de la bulle propre à la bulle complètement contaminée. L'effet de la contamination s'est avéré être très important sur l'efficacité de collision puisque qu'elle évolue comme  $d_p/d_b$  pour une bulle contaminée, alors qu'elle suit une loi en  $(d_p/d_b)^2$  pour une bulle complètement contaminée. L'efficacité peut être ainsi de plusieurs ordres de grandeur plus faible pour une bulle contaminée.

L'efficacité de collision est une fonction croissante du nombre de Reynolds. L'efficacité d'une bulle propre tend de manière asymptotique vers une valeur constante que ce soit à petit ou à grand nombre de Reynolds, ce qui peut s'expliquer simplement en considérant l'évolution du champ de vitesse au voisinage de la bulle. Pour une bulle complètement contaminée, la tendance asymptotique à petit nombre de Reynolds est également une constante alors qu'à grand nombre de Reynolds les simulations numériques ont montrées que l'efficacité suit une loi en  $Re^{0.45}$  proche d'un comportement en  $Re^{0.5}$  qui peut s'expliquer

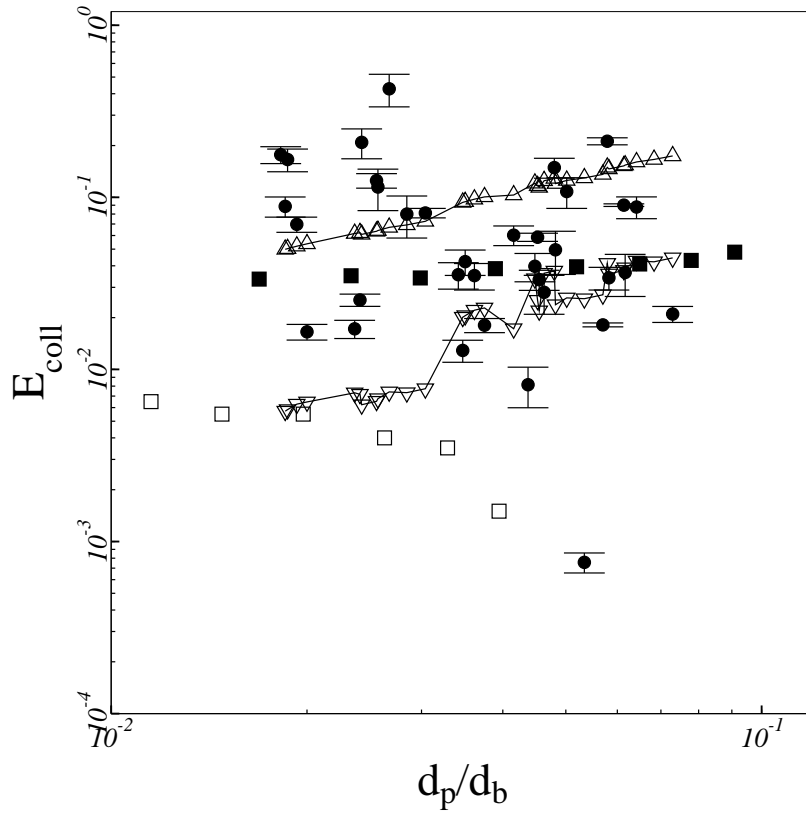


FIG. 3.35 – Efficacités de collision expérimentales et numériques en fonction du rapport de taille  $d_p/d_b$ .  $\bullet$  : points expérimentaux ;  $-\triangle-$  : Projection modèle numérique «bulle propre» ;  $-\nabla-$  : Projection modèle numérique «bulle contaminée» ;  $\square$  : Ralston et al. (1999a)  $\theta_c = 42^\circ$  et  $d_b = 1,52mm$  ;  $\blacksquare$  : Ralston et al. (1999a)  $\theta_c = 73^\circ$  et  $d_b = 0,77mm$ .

simplement en considérant le profil de vitesse dans la couche limite au voisinage de la surface immobile.

En fonction du degré de contamination de l'interface l'efficacité de collision suit tantôt un comportement de type bulle propre en  $d_p/d_b$ , tantôt un comportement de type bulle contaminée en  $(d_p/d_b)^2$ . Cette transition s'est avérée assez subtile car dépendant de manière couplée de la contamination, du nombre de Reynolds, mais aussi du rapport des diamètres  $d_p/d_b$ .

Finalement, l'analyse des évolutions des angles de collision et des efficacités de collision a permis d'en proposer une modélisation simple directement applicable pour des dimensionnements simples de flottateurs ou pour la réalisation de simulations plus complexes de l'ensemble du flottateur par une approche de type eulerienne-eulerienne.

# Conclusion générale

L'occurrence des collisions bulles-particules est fondamentale pour l'efficacité du processus de flottation, donc des procédés qui le mettent en oeuvre. C'est sur cet aspect des processus que s'est portée notre étude. Nous avons suivi deux approches, l'une expérimentale, l'autre numérique, dans l'idée de les confronter.

Une installation expérimentale a été développée pour essayer de mesurer l'efficacité de collision dans des conditions hydrodynamiques et physico-chimiques contrôlées, telles que collision soit synonyme de capture. Dans son principe, l'installation expérimentale est destinée à reproduire pour validation les situations décrites par les simulations, en particulier en cherchant à imposer un attachement inconditionnel des particules aux bulles dès le contact, et en évitant de créer des conditions favorables à un arrachement ultérieur. Des bulles sont générées, une à une, au bas d'une colonne dont une partie est remplie d'une suspension de particules partiellement hydrophobes. Les particules captées par une centaine de bulles sont amenées en surface d'où elles sont éliminées par un courant de liquide. Elles sont ensuite comptées à l'aide d'un compteur de particule. La mise au point de cette expérience a été longue et difficile. Les efficacités de capture mesurées respectent l'ordre de grandeur des autres résultats expérimentaux de la littérature, ainsi que celui des résultats de nos simulations. Toutefois, il apparaît que le nombre d'expériences pour chaque condition reste insuffisant pour que des conclusions convaincantes sur les effets des paramètres balayés en soient tirées. Nos résultats expérimentaux montrent une décroissance de l'efficacité en fonction du rapport des diamètres  $d_p/d_b$ , tendance a priori inverse à celle trouvée dans les travaux analytiques de la littérature, par ailleurs retrouvée par nos simulations. Mais, les résultats expérimentaux antérieurs ont montré eux que cette tendance est liée aux propriétés de mouillage des particules par l'eau en présence d'air, caractérisées par un angle de contact. L'angle de contact de nos particules, mesuré par le test de Washburn, est justement dans la gamme où on observe l'inversion de tendance en fonction de  $d_p/d_b$ . L'utilisation plus systématique de cette installation, avec des particules rendues plus hydrophobes, devrait permettre d'établir des résultats statistiquement plus significatifs, à condition que leur agglomération ne vienne pas alors complètement perturber l'expérience. C'est en effet l'approche qui a été suivie dans la seule expérience du même type décrite dans la littérature.

L'approche numérique consiste en l'utilisation massive de Simulations Directes des écoulements autour de bulles pour calculer le nombre de particules qui, de par leur trajectoire dans le champ proche de la bulle, rentrent en collision avec elle. Ce nombre, rapporté au nombre de particules situées dans le

volume virtuellement balayé par la bulle est défini comme l'efficacité de collision. Cette efficacité a été établie en fonction des paramètres classiques du processus (nombre de Reynolds de la bulle, ratio diamètre de particule/diamètre de la bulle) ainsi qu'en fonction du taux de contamination de l'interface de la bulle ce qui constitue l'aspect le plus original du travail. Les simulations ont été menées pour des particules dont le nombre de Stokes est petit devant 1, c'est à dire pour des particules dont l'inertie n'influe pas sur leur trajectoire par rapport à la bulle. Dans ce cas, elles suivent les lignes de courant engendrées par la bulle en ascension. Sans reprendre l'ensemble des résultats, il est important de souligner l'effet considérable de l'état de contamination de la surface de la bulle sur l'efficacité de collision. Les résultats des simulations ont permis d'analyser et d'expliquer séparément les effets des trois paramètres pré-cités. Sur la base de ces analyses, des modèles d'efficacité de collision ont été développés, qui peuvent être maintenant intégrés dans les calculs de flotateurs. L'application de ces modèles dépasse certainement le cadre restreint de la flottation, on peut penser qu'ils pourraient être adaptés puis intégrés aux modèles de collision utilisés pour décrire les processus de coalescence de gouttes et de bulles, et d'agglomération de particules.

Les résultats des simulations et des expériences ont permis de proposer, en fonction des différents paramètres, des lois décrivant l'efficacité de capture qui devront être intégrées pour la représentation du procédé dans des modèles filaires ou 3D-eulériens.

Dans l'avenir, ce travail pourrait être continué afin de comprendre et de quantifier l'effet de l'inertie des particules dans leur interaction collisionnelle avec la bulle par la résolution d'une équation de trajectoire de la particule portée par le champ hydrodynamique à proximité de la bulle calculés par DNS. Dans le même esprit, le travail numérique pourrait être développé vers la prise en compte de l'effet de la déformation ellipsoïdale rencontrée pour des bulles de taille millimétrique utilisée dans le traitement d'effluents ou dans le traitement de minerais. Enfin, il serait intéressant d'envisager d'étudier par une démarche analogue le processus de collision dans un écoulement turbulent. Cette situation n'est pas recherchée dans les procédés, car elle contribue à la destruction des attelages bulles-particules, mais elle est subie de par la turbulence générée par les bulles elles-mêmes montant en panache.

# Bibliographie

- J.P. Anfruns and J.A. Kitchener. Rate of capture of particles in flotation. *Transaction of the institution of mining and metallurgy, section C mineral processing and extractive metallurgy*, 86(86) :9–19, 1977.
- G.K. Batchelor. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge Mathematical Library, 1967.
- D. Benvenuti, L. Manera, B. Carré, and A. Gandini. Dynamic surface tension of flotation deinking systems : from model surfactant mixtures to process waters. *Colloids and Surfaces A*, 219 :201–213, 2003.
- Pierre Blazy and ElAid Jdid. Flottation aspects pratiques. J3360, Techniques de l'ingénieur, Septembre 2000.
- F. Bloom and T.J. Heindel. On the structure of collision and detachment frequencies in flotation models. *Chemical Engineering Science*, 57 :2467–2473, 2002.
- S.V.C. Bravo, M.L. Torem, M.B.M. Monte, A.J.B. Dutra, and L.A. Tondo. The influence of particle size and collector on the flottation of a very low grade auriferous ore. *Minerals Engineering*, 18(4) :459–461, April 2005.
- I. Calmet and J. Magnaudet. Large-eddy simulation of high-schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow. *Phys. of Fluids*, 9 :1–18, 1997.
- R. Clift, J. R. Grace, and M. E. Weber. *Bubbles, drops and particles*. Academic Press, New York, 1978.
- G.L. Collins and G.J. Jameson. Experiments on the flotation of fine particles. *Chemical Engineering Science*, 31 :985–991, 1976.
- B. Cuenot, J. Magnaudet, and B. Spennato. The effects of slightly soluble surfactants on the flow around a spherical bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 339 :25–53, 1997.
- Z. Dai, S. Dudhin, D. Fornaseiro, and J. Ralston. The inertial hydrodynamic interaction of particles and rising bubbles with mobile surfaces. *Journal of Colloid and Interface Science*, 197 :275–292, 1998a.
- Z. Dai, D. Fornaseiro, and J. Ralston. Influence of dissolved gas on bubble-particle heterocoagulation. *Journal of the Chemical Society, Faraday Transaction*, 94(14) :1983–1987, 1998b.

- Z. Dai, D. Fornaseiro, and J. Ralston. Particle-bubble attachment in mineral flotation. *Journal of Colloid and Interface Science*, 217 :70–76, 1999.
- Degrémont. *Mémento technique de l'eau*, volume 1. Degrémont SA, 10ème édition, 2005.
- G.S. Dobby and J.A. Finch. Particle size dependence in flotation derived from a fundamental model of the capture process. *International Journal of Mineral Processing*, 21 :241, 1987.
- V. Dupré. *Etude des mécanismes et de la modélisation des procédés de flottation à air dissous*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Toulouse, France, 1995.
- N.S.J. Fawcett. The hydraulics of flotation tanks : computationnal modelling. In *Proceedings of dissolved air flotation conference*, pages 51–71. Chartered Institution of Water and Environmental Management, 1998.
- R.B. Fdhila and P.C. Duineveld. The effect of surfactant on the rise of a spherical bubble at high reynolds and peclet numbers. *Physic of Fluids*, 8(2) :310–321, February 1996.
- L.R. Flint and W.J. Howarth. The collision efficiency of small particles with spherical air bubbles. *Chemical Engineering Science*, 26 :1155–1168, 1971.
- A.M. Gaudin. *Flotation*. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, second edition, 1957.
- D. Hewitt, D. Fornaseiro, and J. Ralston. Bubble-particle attachment. *Journal of the Chemical Society, Faraday Transaction*, 91(13) :1997–2001, 1995.
- Y. Hu, G. Qiu, and J.D. Miller. Hydrodynamic interactions between particles in aggregation and flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 70 :157–170, 2003.
- Today in science history, 1999-2005.
- A. Jowett. Formation and disruption of bubble-particle aggregates in flotation in fine particles processing. New York, 1980. Proc. Int. Symp. Fine Particles Processing.
- D. Legendre and J. Fabre. écoulements diphasiques. cours de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electrotechnique, d'Electronique, d'Informatique, d'Hydraulique et des Télécommunications, 2002.
- D. Legendre and J. Magnaudet. The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 368 :81–126, 1998.
- D. Legendre, J. Magnaudet, and G. Mougin. Hydrodynamic interactions between two spherical bubbles rising side by side in a viscous liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, 497 :133–166, 2003.



- V.G. Levich. *Physicochemical Hydrodynamics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1962.
- M. Lundh. *Flow structure in dissolved air flotation-Experimental study in a pilot plant*. PhD thesis, Lund Institute of Technology, Departement of water and environmental Engineering, 2000.
- J. Magnaudet, M. Rivero, and J. Fabre. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. part1. steady straining flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 284 :97–135, 1995.
- Renwei Mei, James F. Klausner, and Christopher J. Lawrence. A note on the history force on a spherical bubble at finite reynolds number. *Physics of Fluids*, 6 :418–420, 1994.
- N. Mishchuk, J. Ralston, and D. Fornaseiro. Influence of dissolved gas on the van der waals forces between bubbles and particles. *The Journal of Physical Chemistry A*, 106 :689–696, 2002.
- D.W. Moore. The boundary layer on a spherical gas bubble. *Journal of the Fluid Mechanics*, 16 :161–176, 1963.
- Guillaume Mouglin. *Interactions entre la dynamique d’une bulle et les instabilités de son sillage*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.
- A.V. Nguyen. Particle-bubble encounter probability with mobile bubble surfaces. *International Journal of Mineral Processing*, 55 :73–86, 1998.
- A.V. Nguyen and G.M. Evans. Axisymetric approach of a solid sphere toward a non-deformable planar slip interface in the normal stagnation flow-development of global rational approximations for resistance coefficients. *International Journal of Multiphase flow*, 28 :1369–1380, 2002.
- A.V. Nguyen, J. Ralston, and H.J. Schulze. On modelling of bubble-particle attachment probability in flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 53 :225–249, 1998.
- American Water Works Association : A Handbook of Community Water Supplies. *Water Quality and Treatment*. McGraw-Hill, New-York, USA, 5th edition edition, 1999.
- C.W. Oseen. Über die stokesche formel und über eine verwandte aufgabe in der hydrodynamik. *Ark. Mat. Astron. Fys*, 6(30) :1–20, 1910.
- C.M. Phan, A.V. Nguyen, J.D. Miller, G.M. Evans, and G.J. Jameson. Investigations of bubble-particle interactions. *International Journal of Mineral Processing*, 72 :239–254, 2003.
- Myriam Ponasse. *Elements théoriques et expérimentaux en vue de l’amélioration des installations de flottation à air dissous. Développement de nouveaux flotteurs*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Toulouse, France, 1997.

- J. Ralston. Controlled flotation processes : Prediction and manipulation of bubble-particle capture. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, pages 27–34, January/February 1999.
- J. Ralston and S.S. Dukhin. The interaction between particles and bubbles. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 151 : 3–14, 1999.
- J. Ralston, S.S. Dukhin, and N.A. Mishchuk. Inertial hydrodynamic particle-bubble interaction in flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 56 :207–256, 1999a.
- J. Ralston, D. Fornaseiro, and R. Hayes. Bubble-particle attachment and detachment in flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 56 :133–164, 1999b.
- D. Reay and G.A. Ratcliff. Experimental testing of the hydrodynamic collision model of fine particle flotation. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 53 :481–486, October 1975.
- J. Rubio, M.L. Souza, and R.W. Smith. Overview of flotation as a wastewater treatment technique. *Minerals Engineering*, 15 :139–155, 2002.
- S.S. Sadhal and R.E. Johnson. Stokes flow past bubbles and drops partially coated with thin films. *Journal of Fluid Mechanics*, 126 :237, 1983.
- F. J. Saint-Amand. Hydrodynamics of deinking flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 56 :277–316, 1999.
- L. Schiller and A. Nauman. A drag coefficient correlation. *V.D.I. Zeitung*, 77 : 318, 1935.
- H.J. Schulze. Hydrodynamics of bubble-mineral particle collisions. *Min. Process. Extractive Metall. Rev.*, 5 :43–76, 1989.
- N. Siem. *Contribution à l'étude des séparations hydrocarbures-eau par flottation*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Toulouse, France, 1983.
- G.L. Small, S.R. Grano, J. Ralston, and N.W. Johnson. Method to increase fine mineral recovery in the Mount Isa mines lead/zinc concentrator. *Minerals Engineering*, 10(1) :1–15, 1997.
- K.L. Sutherland. Physical chemistry of flotation x i. kinetics of the flotation process. *Journal Phys. Chem.*, 52 :394–425, 1948.
- T.D. Taylor and Andreas Acrivos. On the deformation and drag of a falling viscous drop at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 18(3) : 466–476, March 1964.

- M.E. Weber and D. Paddock. Interceptional and gravitational collision efficiencies for single collectors at intermediate reynolds numbers. *Journal of Colloid and Interface Science*, 94(2) :328–335, 1983.
- J. Wiese, P. Harris, and D. Bradshaw. Investigation of the role and interactions of dithiophosphate collector in the flotation of sulphides from the merensky reef. *Minerals Engineering*, 18(8) :791–800, July 2005.
- R.H. Yoon. The role of hydrodynamic and surface forces in bubble-particle interaction. *International Journal of Mineral Processing*, 58 :129–143, 2000.
- Lifeng Zhang, Jun Aoki, and Brain G. Thomas. Inclusion removal by bubble flotation in a continuous casting mold. *Metallurgical and materials transactions B*, 37B, 2006.
- X. Zheng, J.P. Franzidis, and N.W. Johnson. An evaluation of different models of water recovery in flotation. *Minerals engineering*, 19 :871–882, 2006.



## **Annexe A**

### **Document historique**

N° 21,948



A.D. 1898

Date of Application, 18th Oct., 1898

Complete Specification Left, 15th Aug., 1899—Accepted, 18th Jan., 1900

## PROVISIONAL SPECIFICATION.

**Improvements in Separating Metallic from Rocky Constituents of Ores and Apparatus therefor.**

I, FRANCIS EDWARD ELMORE, of Pentefract Road, Hunslet, Leeds, in the County of York, Electrometallurgist, do hereby declare the nature of this invention to be as follows:—

My invention relates to means of separating the metallic from the rocky constituents of ores, which I effect by bringing a mixture of the pulverised ore with water into contact with more or less thick oil, which entraps the metallic constituents and allows the rocky constituents to pass away with the water; I then separate the metallic particles from the oil which can be used for repeated operations.

Various forms of apparatus may be employed for operating as above described. One form which I find effective is of the following description. The mixture of pulverised ore and water and also the oil flow into one end of a drum which slowly revolves on a horizontal axis. At each end of the drum there is a circular opening, and within the drum annular helical ribs extend from end to end; the spaces between these ribs are divided into cells by a number of equidistant blades.

These blades are not radial, but are inclined in such a manner that, as the drum revolves, each blade after passing the lowest part of its course, becomes horizontal and then slopes downwards so that the liquid carried up by it flows quietly into the next cell in order.

The ore and water and the oil, which are thus mingled, without being broken up so as to form a uniform mixture, are carried from the end of the drum where they entered to the opposite end whence they overflow into a vessel in which the water and rocky constituents mostly subside, while the oil with the metallic constituents floats above.

The lowest layer is drawn away as tailings which may be again treated with oil, and the upper layer is led into a centrifugal drum containing a little water. As the drum rapidly revolves, the metallic particles are caused by centrifugal force to pass from the oil to the water which forms a layer next the circumference of the drum which is closed, while the oil, being lighter, flows over an inwardly projecting lip into the casing of the drum whence it is removed to be used over again. When the layer of particles and water in the centrifugal drum attains a certain thickness, the drum is stopped, the layer is removed and the drum receives a fresh charge of water and is again worked.

The oil may be pumped up to an elevated cistern to supply the drum first described, but, in order to clear the oil from air bubbles, I prefer to draw the oil up to the cistern by creating a partial vacuum in the cistern.

Dated this 18th day of October 1898.

40

[Price 8d.]

ABEL & IMRAY,  
Agents for the Applicant



FIG. A.1 – Brevet-page1

## COMPLETE SPECIFICATION.

## Improvements in Separating Metallic from Rocky Constituents of Ores and Apparatus therefor.

I, FRANCIS EDWARD ELMORE, of Pontefract Road, Hunslet, Leeds, in the County of York, Electrometallurgist, do hereby declare the nature of this invention and in what manner the same is to be performed, to be particularly described and ascertained in and by the following statement:—

My invention relates to means of separating the metallic from the rocky constituents of ores, which I effect by mixing the pulverised ore with water in quantity amounting to several times the weight of the ore, bringing the mixture into contact with thick oil, such as the thick tarry residue of mineral oil after some of the volatile constituents have been distilled off. This oil entraps the metallic constituents of the ore and allows the rocky constituents to pass away with the water; I then separate the metallic particles from the oil which can be used for repeated operations.

Various form of apparatus may be employed for operating as above described. One form which I find effective is shewn in vertical section in the accompanying diagram.

The mixture of pulverised ore and water supplied by pipe *a* and also the oil supplied by pipe *b* flow into one end of a drum *c* which slowly revolves on a horizontal axis. At each end of the drum there is a circular opening and within the drum annular helical ribs *d* extend from end to end; the spaces between these ribs being divided into cells by a number of equidistant blades.

The ore and water and the oil, which are thus mingled without being broken up so as to form a uniform mixture, are carried from the end of the drum where they entered to the opposite end whence they are discharged into a vessel *e* in which the water and rocky constituents mostly subside, while the oil with the metallic constituents floats above.

The lowest layer is drawn away as tailings which may be again treated with oil by leading them by a pipe *f* to a second drum *g* where they are again mixed with oil supplied by a pipe *h*, the mixture being discharged into a second subsidence vessel *k*. This may be again repeated until little or none of the metallic constituents remain in the tailings.

The upper layer from the subsidence vessels is led by pipes *l* into a centrifugal drum *m* containing a little water. As the drum rapidly revolves, the metallic particles are caused by centrifugal force to pass from the oil to the water which forms a layer next the circumference of the drum, the side of which is closed, while the oil, being lighter, flows over an inwardly projecting lip *n* into the casing *A* of the drum whence it is removed by a pipe *q* to be used over again. When the layer of particles and water in the centrifugal drum attains a certain thickness, the drum is stopped, the layer is removed and the drum receives a fresh charge of water and is again worked. The oil may be pumped up to an elevated cistern to supply the drums *c* and *g*, but, in order to clear the oil from air bubbles, I prefer to draw the oil up to the cistern by creating a partial vacuum in the cistern.

Instead of employing centrifugal force to separate the oil from the metallic matters mixed with it, the mixture may be thinned by heating it or mingling it with solvents of the oil such as benzoline, and left for subsidence or subjected to filter pressing, so that the greatest portion of the oil can be recovered for subsequent use.

N° 21,948.—A.D. 1898.

3

*Elmore's Improvements in Separating Metallic from Rocky Constituents of Ores, &c.*

Having now particularly described and ascertained the nature of this invention and in what manner the same is to be performed, I declare that what I claim is:—

1. Process for separating the metallic from the rocky constituents of ore by  
5 mixing the pulverised ore first with water in considerable quantity, then adding to the mixture an oil of the kind described, which adheres to the metallic constituents but not to the wet rocky constituents, allowing the water carrying the rocky material to subside while the oil carrying metallic constituents floats above, and separating the oil from these constituents, substantially as described.
- 10 2. For separating metallic from rocky constituents of ore, apparatus comprising a revolving helically ribbed drum, a subsidence vessel and a centrifugal drum, arranged and operating substantially as described.

Dated this 15th day of August 1899.

ABEL & IMRAY,  
Agents for the Applicants,

15

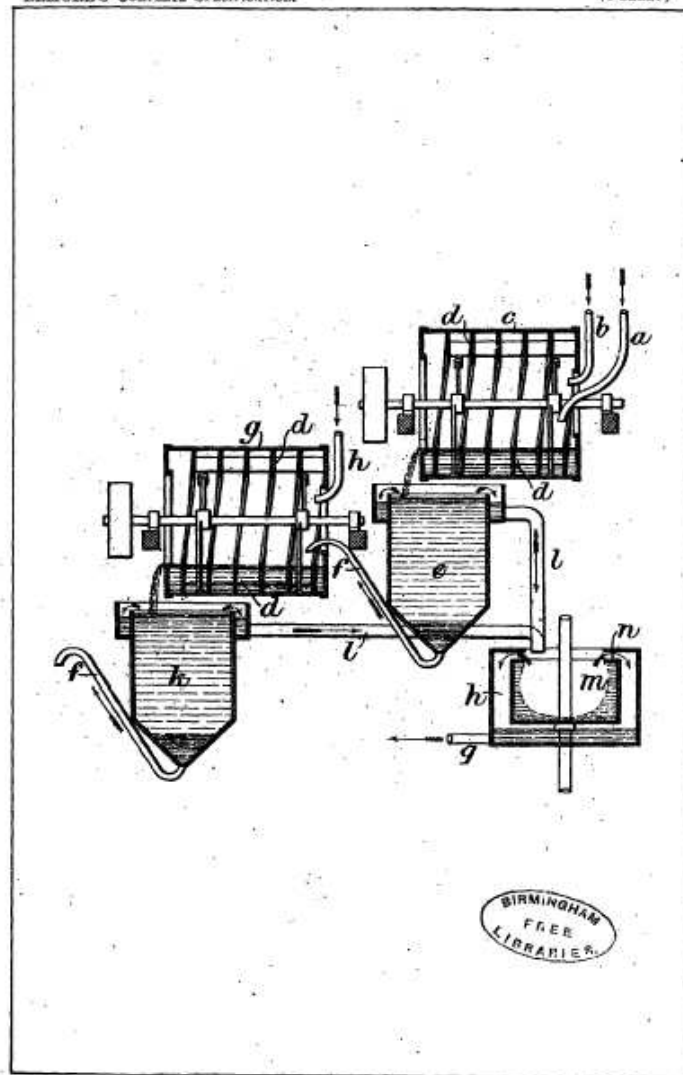
Redhill: Printed for Her Majesty's Stationery Office, by Malcomson & Co., Ltd.—1900.

FIG. A.3 – Brevet-page3



A.D. 1898. Oct. 18. N<sup>o</sup>. 21,948.  
ELMORE'S COMPLETE SPECIFICATION.

(1 SHEET)



Mutley & Sons, Photo-Litho.

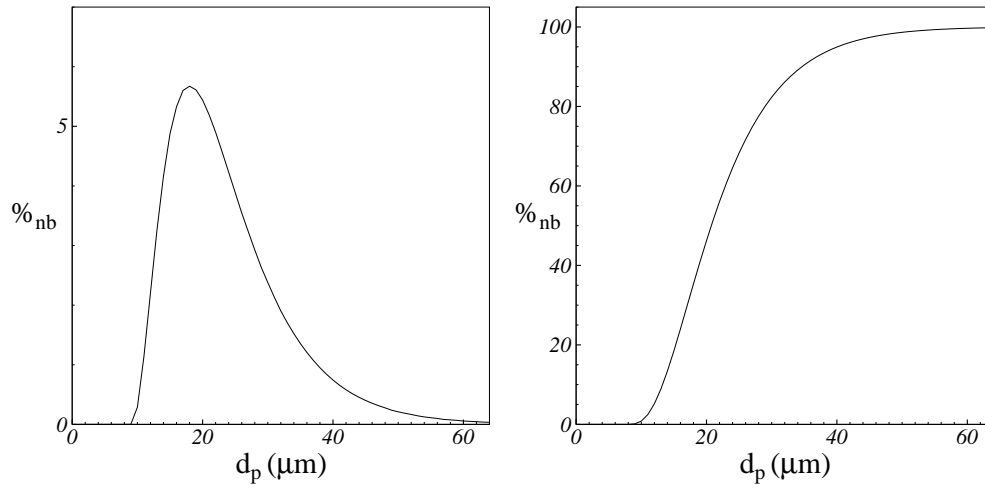
FIG. A.4 – Brevet-page4



## **Annexe B**

### **Lots de particules**

FIG. B.1 – Lot 1

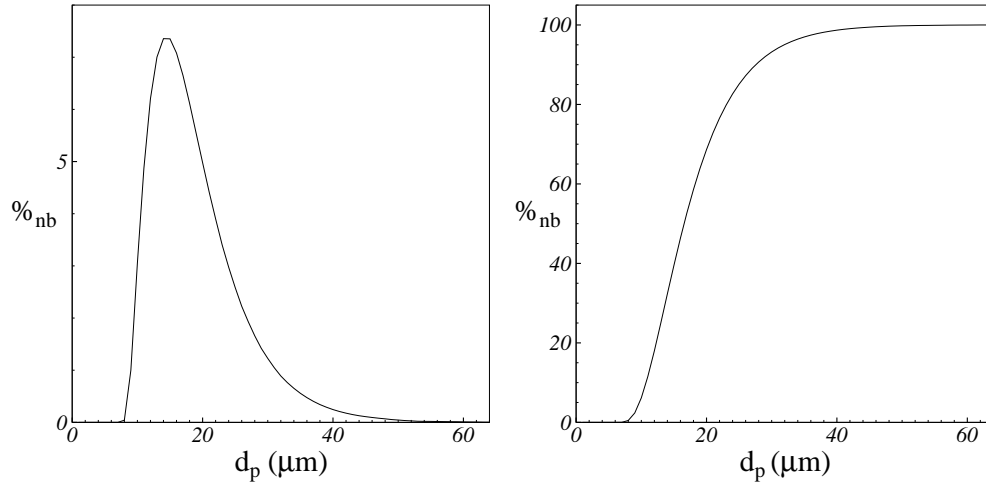


(a) probabilité de densité

(b) répartition cumulée

$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)	$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)
1	0,00	0,00	26	3,56	71,69
2	0,00	0,00	27	3,24	74,78
3	0,00	0,00	28	2,93	77,56
4	0,00	0,00	29	2,64	80,07
5	0,00	0,00	30	2,38	82,32
6	0,00	0,00	31	2,13	84,34
7	0,00	0,00	32	1,90	86,13
8	0,00	0,00	33	1,70	87,74
9	0,00	0,13	34	1,51	89,17
10	0,27	0,82	35	1,35	90,45
11	1,10	2,46	36	1,20	91,58
12	2,18	5,17	37	1,06	92,58
13	3,24	8,87	38	0,94	93,47
14	4,16	13,40	39	0,83	94,25
15	4,88	18,51	40	0,74	94,95
16	5,35	24,00	41	0,65	95,56
17	5,63	29,66	42	0,57	96,10
18	5,70	35,34	43	0,51	96,57
19	5,64	40,89	44	0,45	96,99
20	5,47	46,24	45	0,39	97,36
21	5,22	51,31	46	0,35	97,69
22	4,92	56,07	47	0,31	97,98
23	4,59	60,49	48	0,27	98,23
24	4,25	64,56	49	0,23	98,45
25	3,90	68,29	50	0,21	98,65

FIG. B.2 – Lot 2

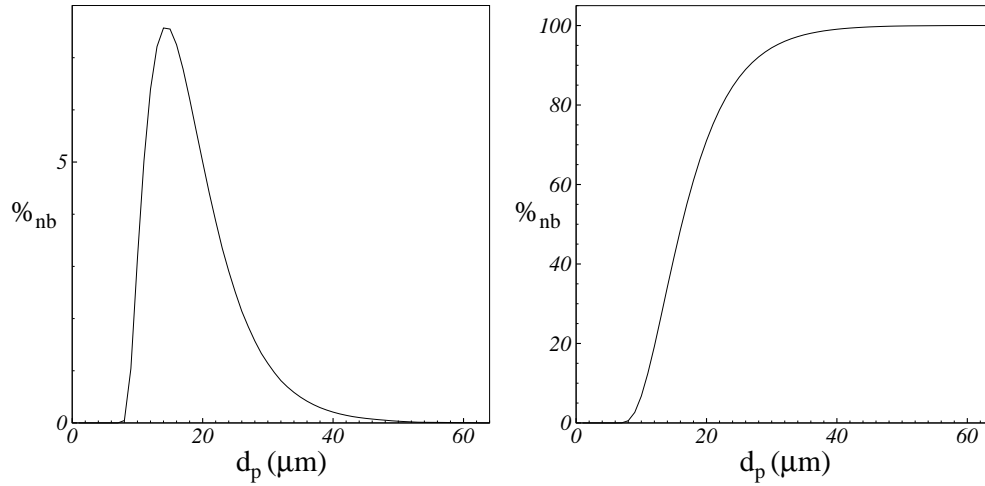


(a) probabilité de densité

(b) répartition cumulée

$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)	$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)
1	0,00	0,00	26	2,28	71,69
2	0,00	0,00	27	1,98	74,78
3	0,00	0,00	28	1,71	77,56
4	0,00	0,00	29	1,47	80,07
5	0,00	0,00	30	1,27	82,32
6	0,00	0,00	31	1,09	84,34
7	0,00	0,00	32	0,92	86,13
8	0,03	0,00	33	0,79	87,74
9	0,89	0,13	34	0,68	89,17
10	2,90	0,82	35	0,58	90,45
11	4,70	2,46	36	0,50	91,58
12	6,05	5,17	37	0,42	92,58
13	6,87	8,87	38	0,36	93,47
14	7,26	13,40	39	0,31	94,25
15	7,29	18,51	40	0,26	94,95
16	7,05	24,00	41	0,22	95,56
17	6,64	29,66	42	0,19	96,10
18	6,13	35,34	43	0,16	96,57
19	5,58	40,89	44	0,14	96,99
20	5,02	46,24	45	0,12	97,36
21	4,47	51,31	46	0,10	97,69
22	3,96	56,07	47	0,09	97,98
23	3,46	60,49	48	0,07	98,23
24	3,03	64,56	49	0,06	98,45
25	2,64	68,29	50	0,05	98,65

FIG. B.3 – Lot 3

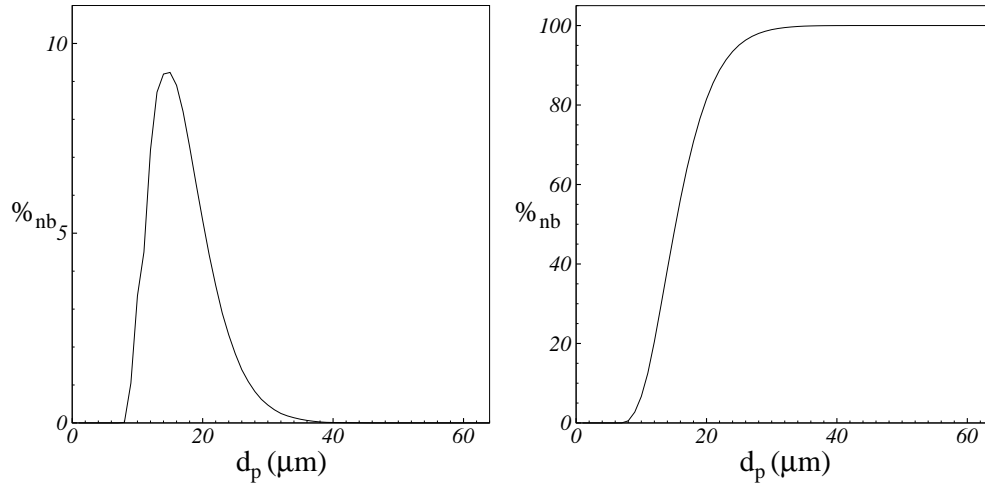


(a) probabilité de densité

(b) répartition cumulée

$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)	$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)
1	0,00	0,00	26	2,28	87,61
2	0,00	0,00	27	1,98	89,45
3	0,00	0,00	28	1,70	91,02
4	0,00	0,00	29	1,45	92,37
5	0,00	0,00	30	1,25	93,53
6	0,00	0,00	31	1,07	94,52
7	0,00	0,01	32	0,90	95,35
8	0,02	0,43	33	0,77	96,07
9	0,82	2,23	34	0,66	96,68
10	2,79	5,93	35	0,56	97,20
11	4,61	11,23	36	0,48	97,64
12	6,00	17,66	37	0,40	98,02
13	6,87	24,75	38	0,34	98,33
14	7,30	32,07	39	0,29	98,60
15	7,36	39,32	40	0,24	98,83
16	7,13	46,25	41	0,21	99,02
17	6,74	52,73	42	0,17	99,18
18	6,22	58,68	43	0,15	99,32
19	5,66	64,06	44	0,13	99,43
20	5,09	68,87	45	0,11	99,53
21	4,53	73,13	46	0,09	99,62
22	4,00	76,88	47	0,08	99,69
23	3,49	80,15	48	0,07	99,75
24	3,05	83,01	49	0,05	99,79
25	2,65	85,48	50	0,04	99,83

FIG. B.4 – Lot 4



(a) Lot 4 - probabilité de densité

(b) Lot 4 - répartition cumulée

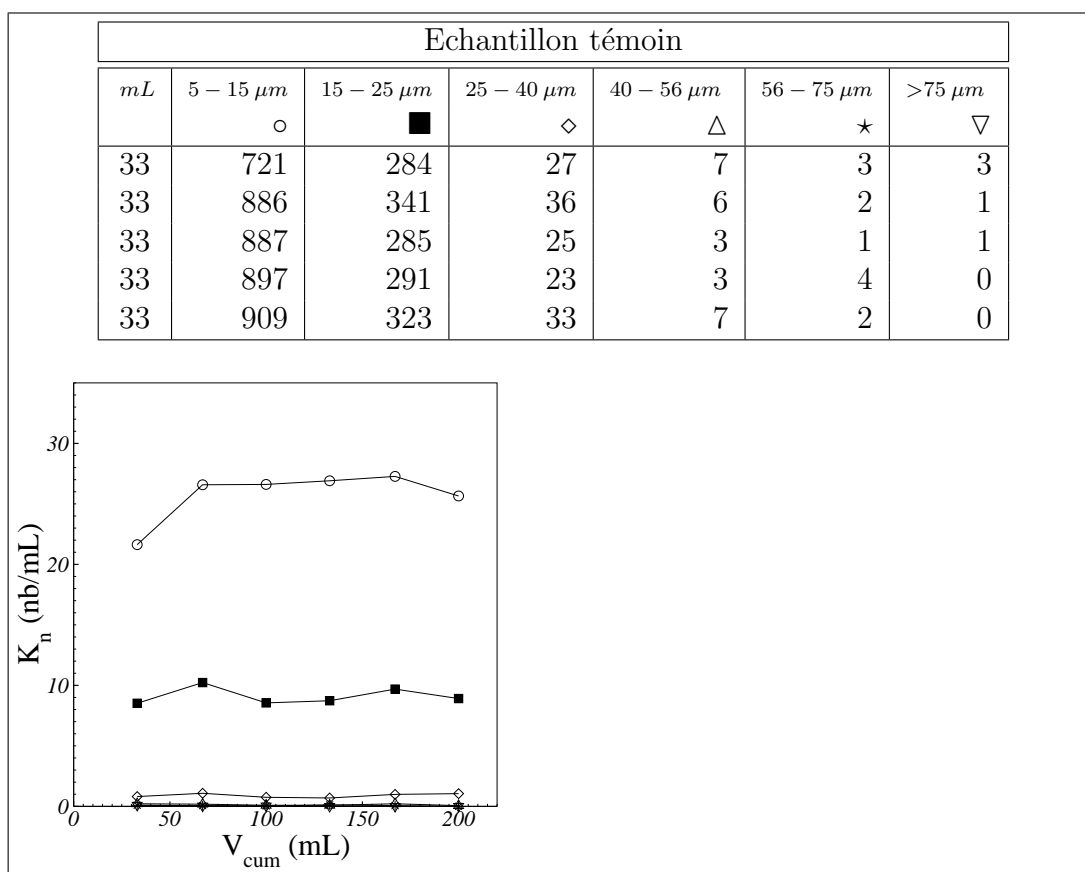
$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)	$d_p$ ( $\mu m$ )	densité de probabilité (%. $\mu m^{-1}$ )	Répartition cumulée (%)
1	0,00	0,00	26	1,40	96,33
2	0,00	0,00	27	1,09	97,29
3	0,00	0,00	28	0,83	98,01
4	0,00	0,00	29	0,62	98,56
5	0,00	0,00	30	0,47	98,97
6	0,00	0,00	31	0,35	99,27
7	0,00	0,01	32	0,25	99,48
8	0,01	0,54	33	0,19	99,64
9	1,05	2,74	34	0,14	99,76
10	3,35	6,66	35	0,10	99,84
11	4,50	12,51	36	0,07	99,90
12	7,20	20,47	37	0,04	99,93
13	8,72	29,42	38	0,03	99,95
14	9,19	38,64	39	0,02	99,97
15	9,24	47,70	40	0,01	99,98
16	8,90	56,26	41	0,01	99,99
17	8,20	64,00	42	0,01	99,99
18	7,28	70,79	43	0,00	100,00
19	6,30	76,60	44	0,00	100,00
20	5,34	81,49	45	0,00	100,00
21	4,43	85,52	46	0,00	100,00
22	3,63	88,78	47	0,00	100,00
23	2,90	91,39	48	0,00	100,00
24	2,32	93,47	49	0,00	100,00
25	1,83	95,08	50	0,00	100,00



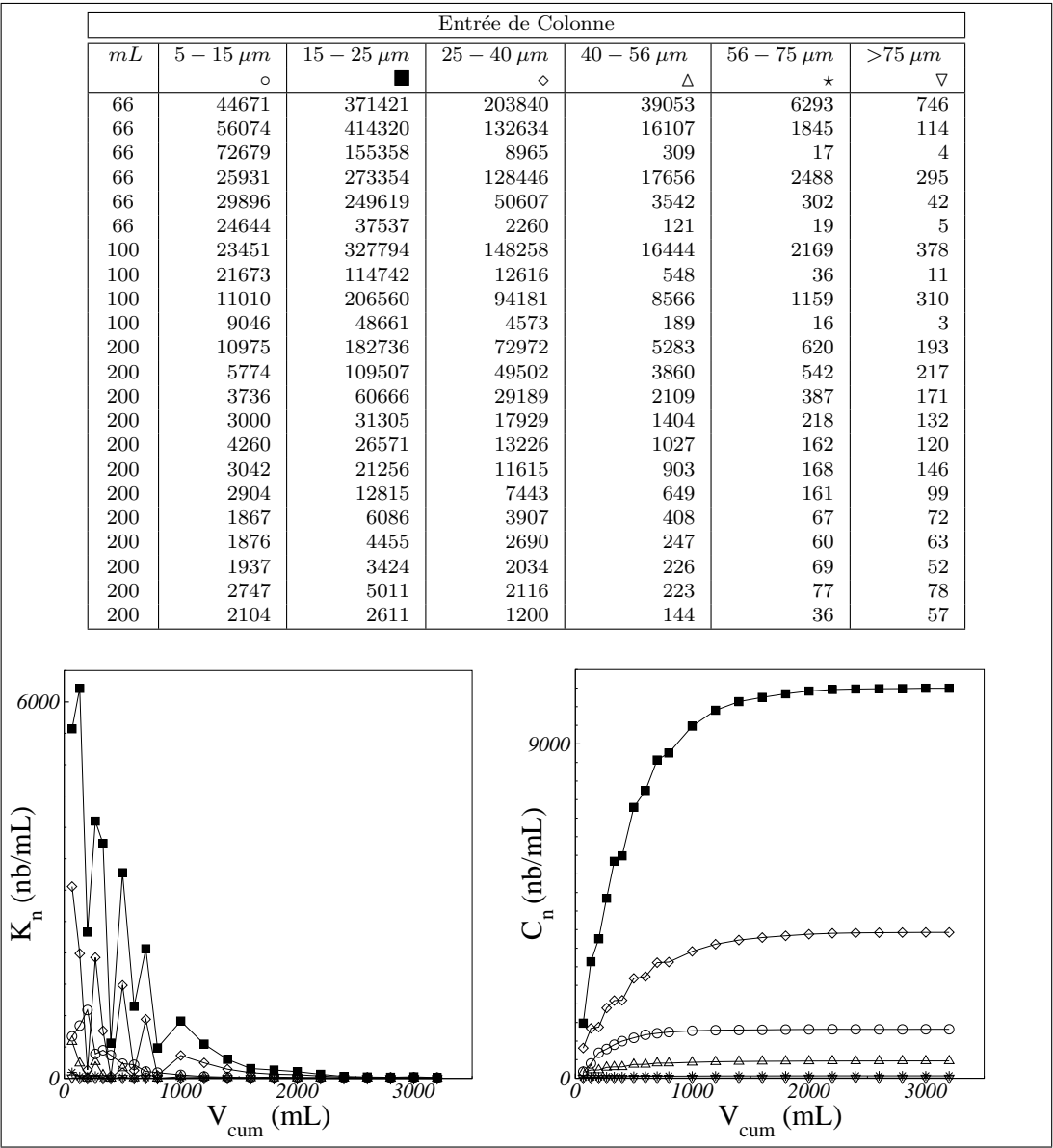


# Annexe C

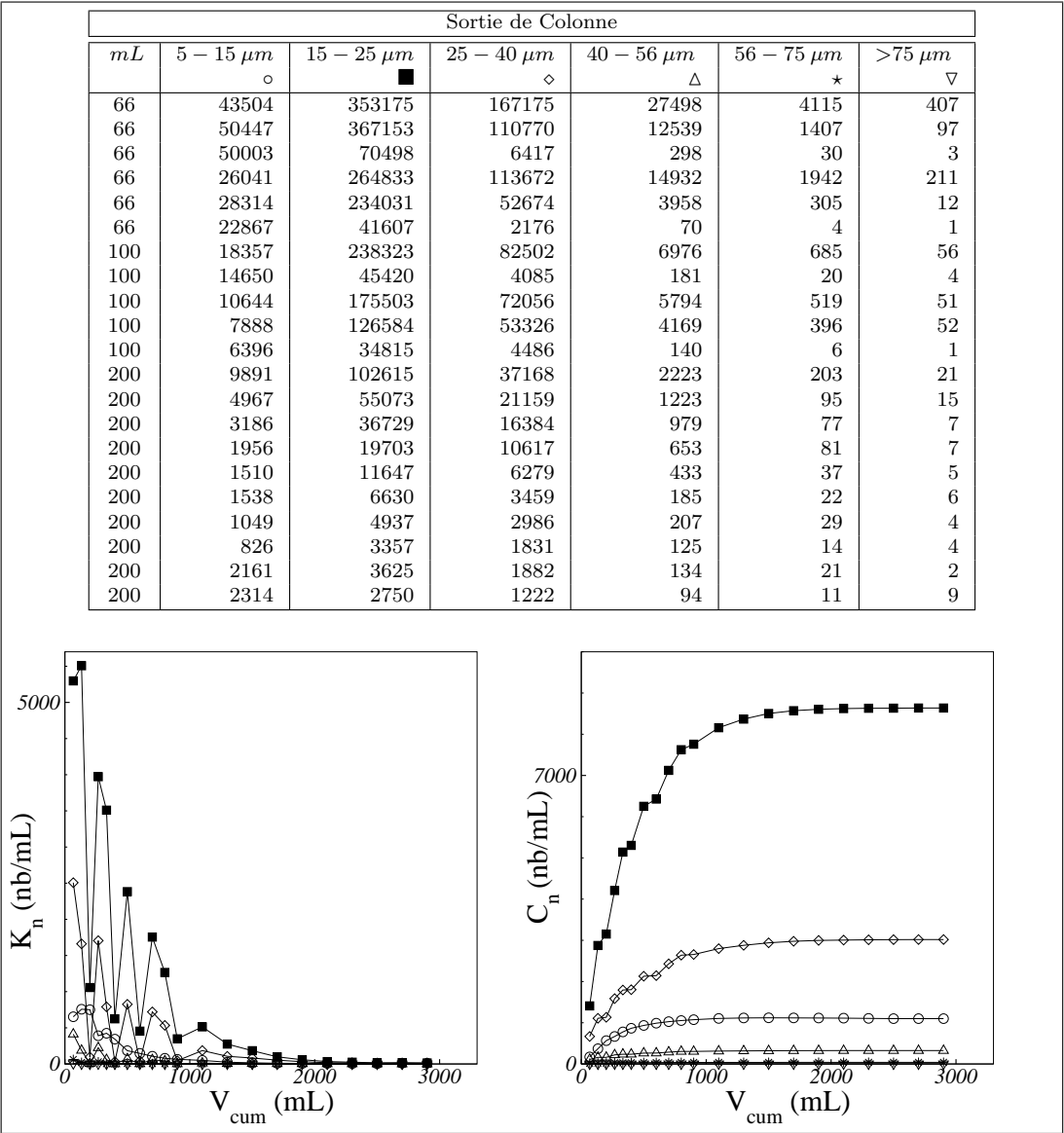
## Données Expérimentales



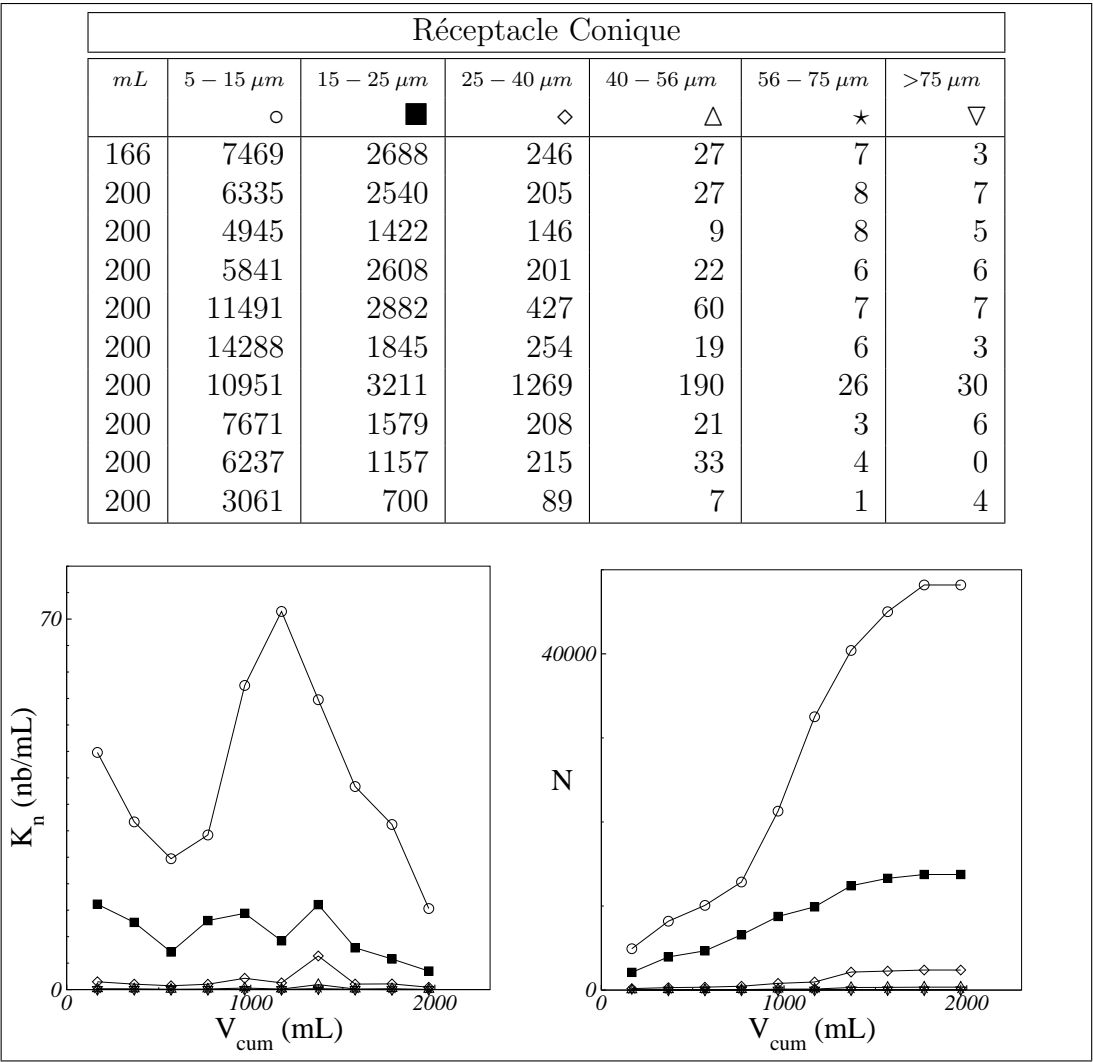
Fiche échantillon 5: Expérience 1 - Témoin eau



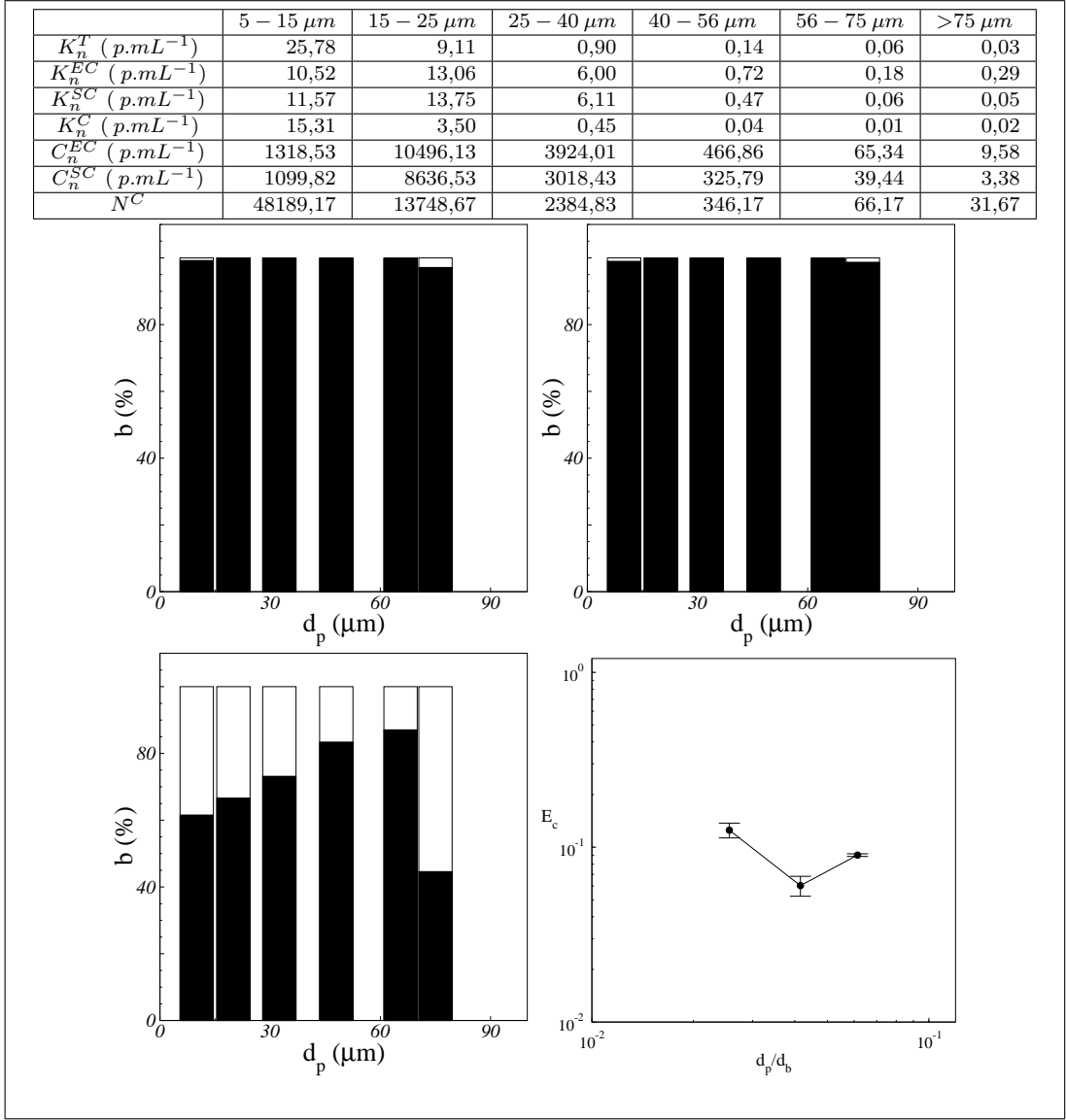
Fiche échantillon 6: Expérience 1 - Entrée de colonne



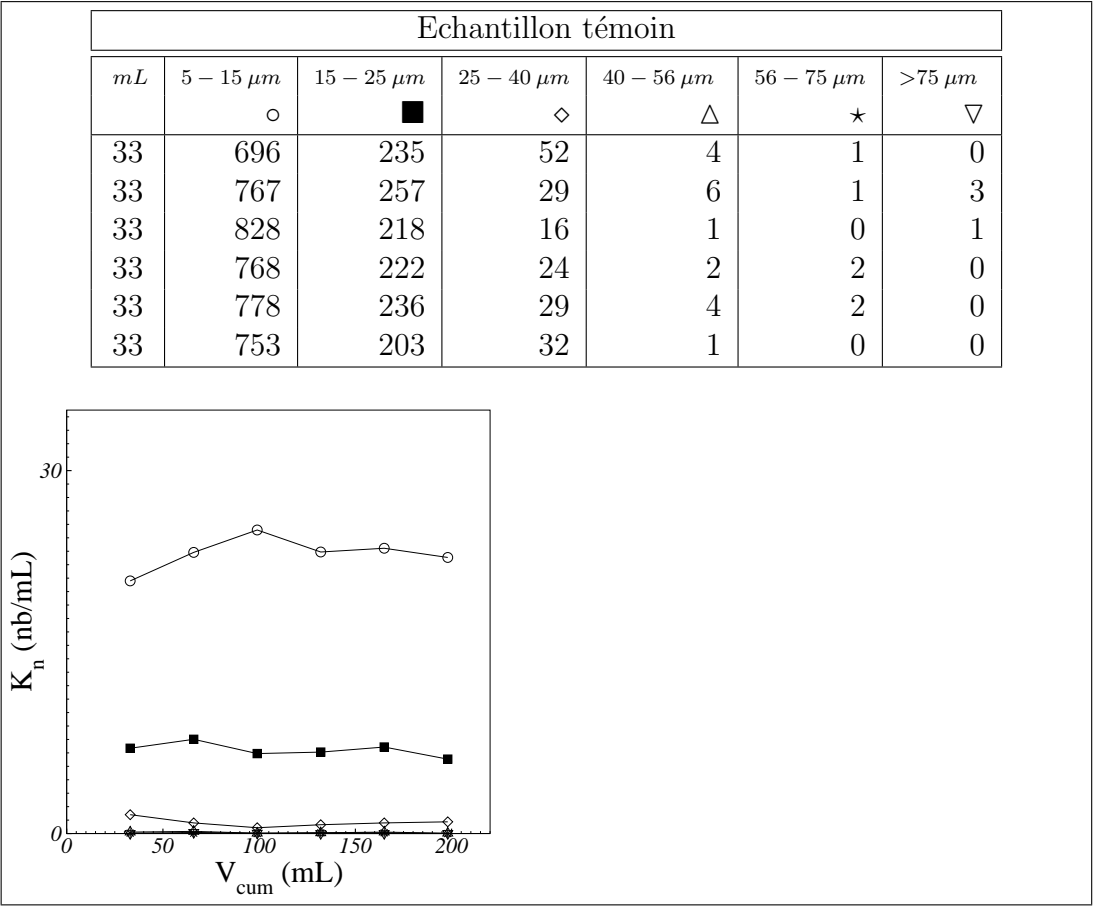
Fiche échantillon 7: Expérience 1 - Sortie de colonne



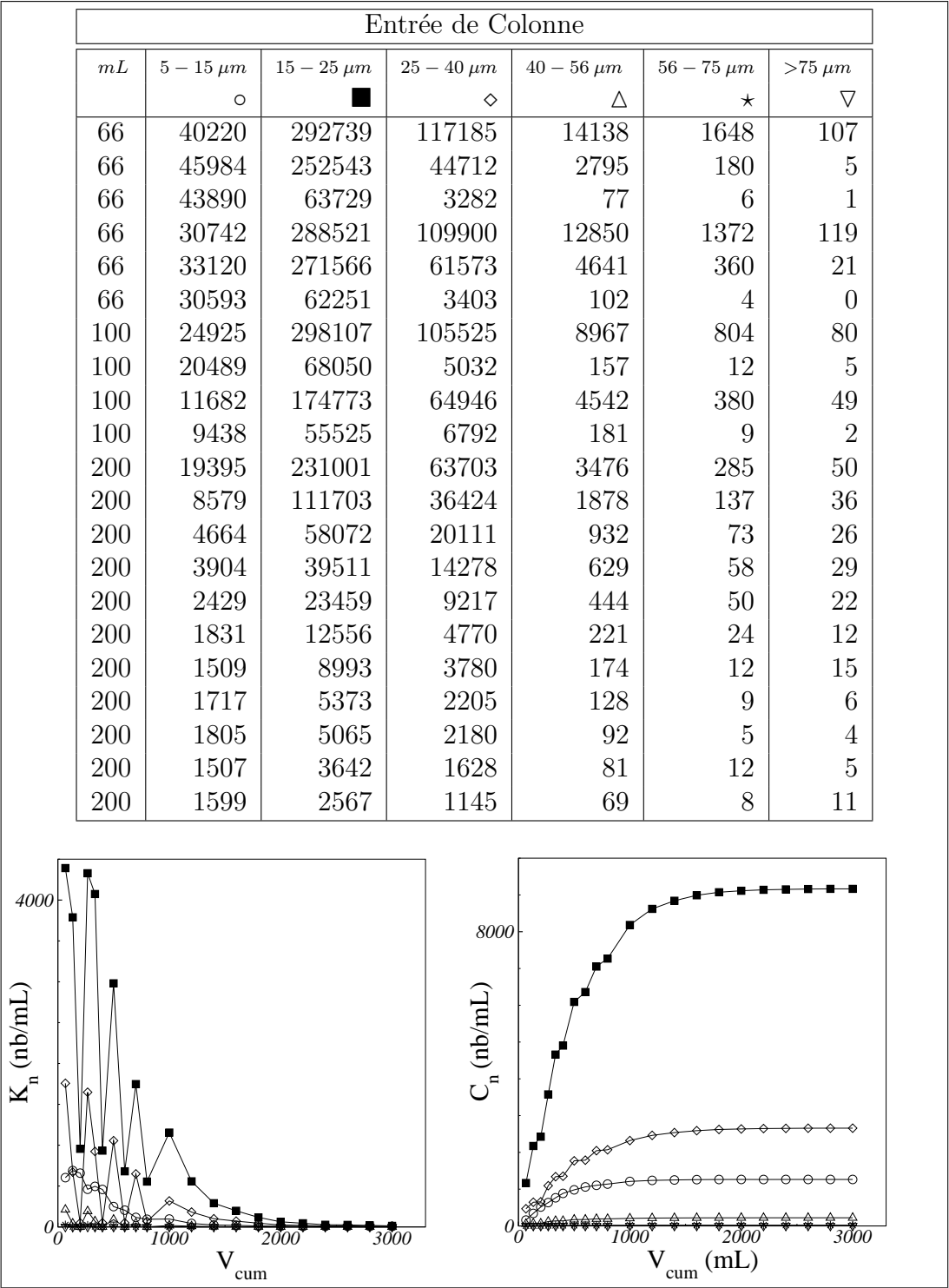
Fiche échantillon 8: Expérience 1 - Cône de capture



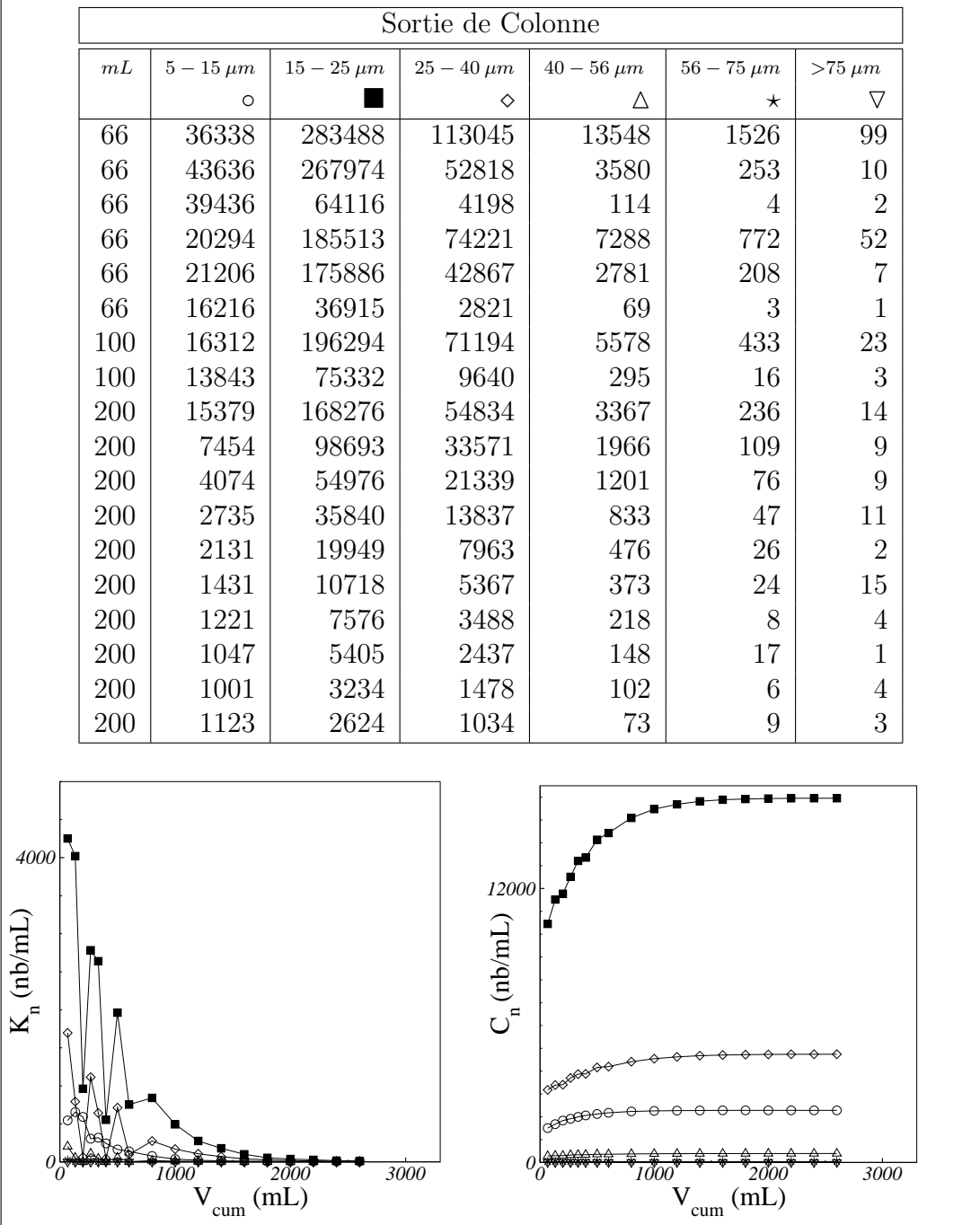
Fiche expérience 2: Expérience 1



Fiche échantillon 9: Expérience 2 - Témoin eau

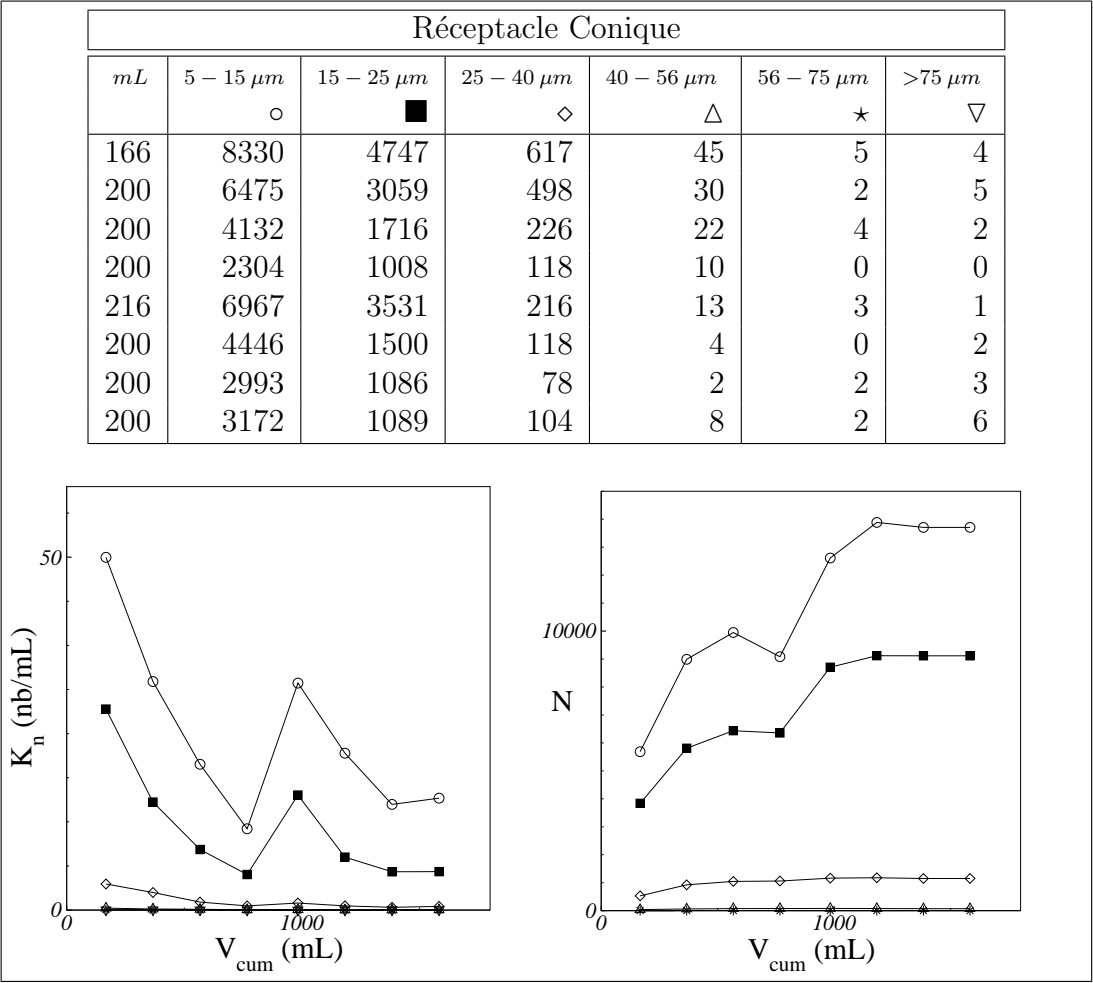


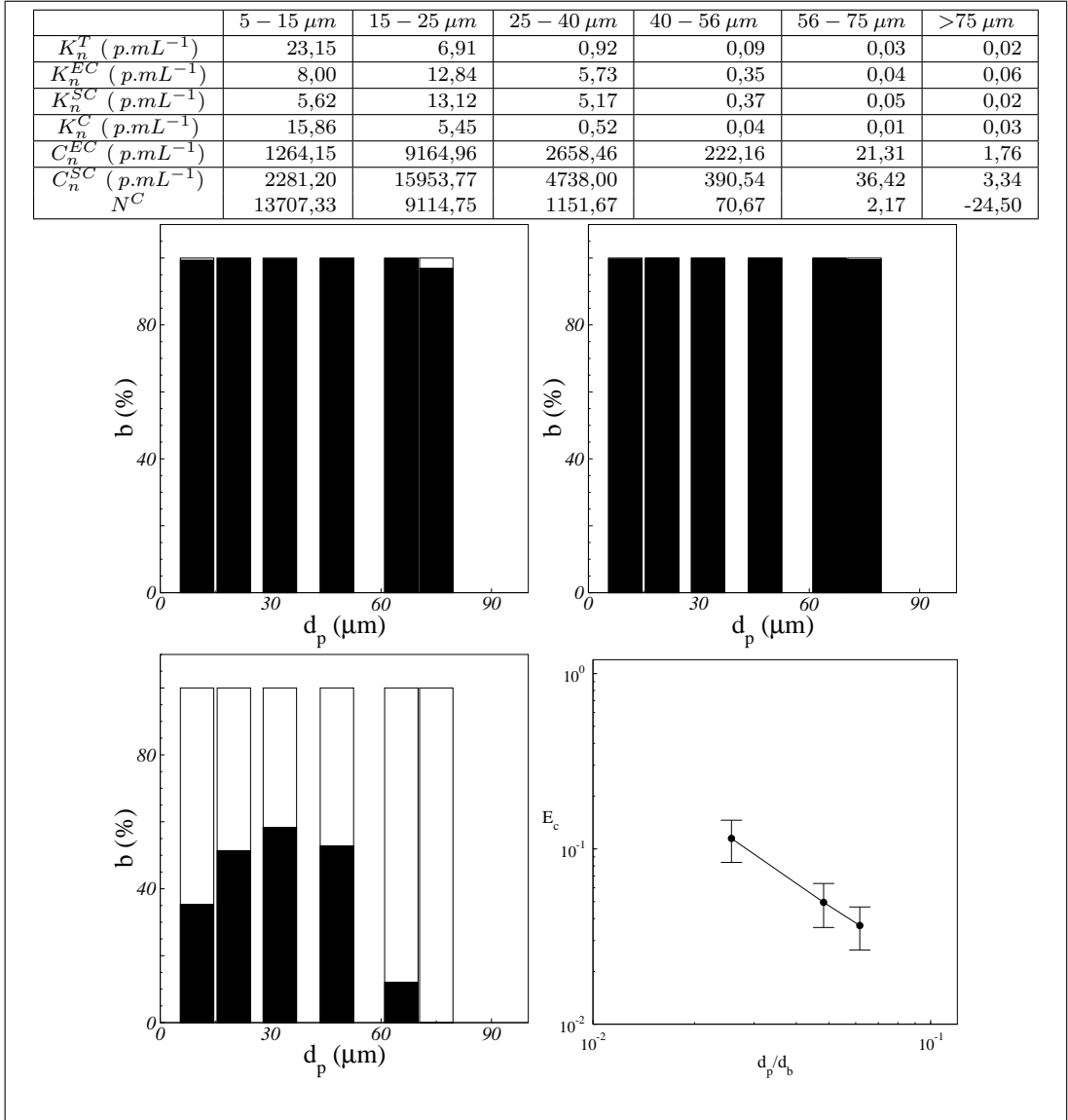
Fiche échantillon 10: Expérience 2 - Entrée de colonne



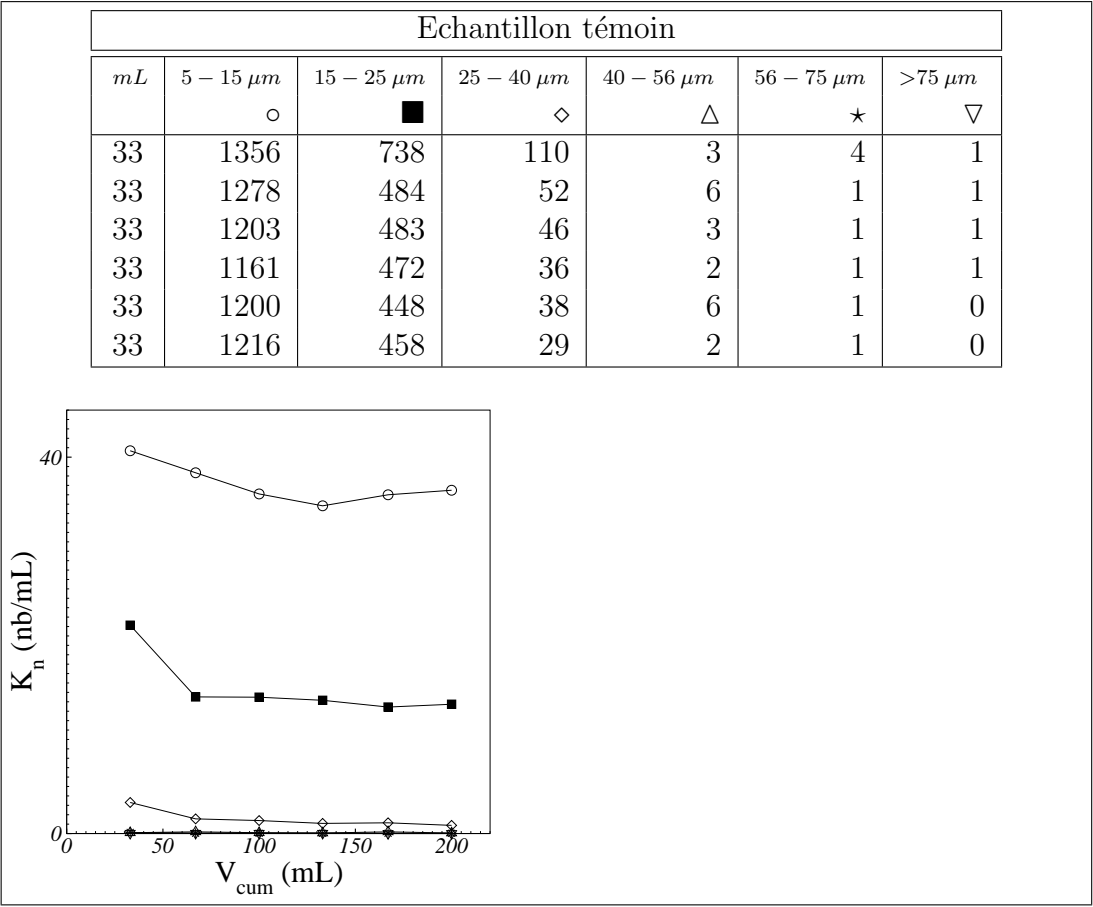
Fiche échantillon 11: Expérience 2 - Sortie de colonne



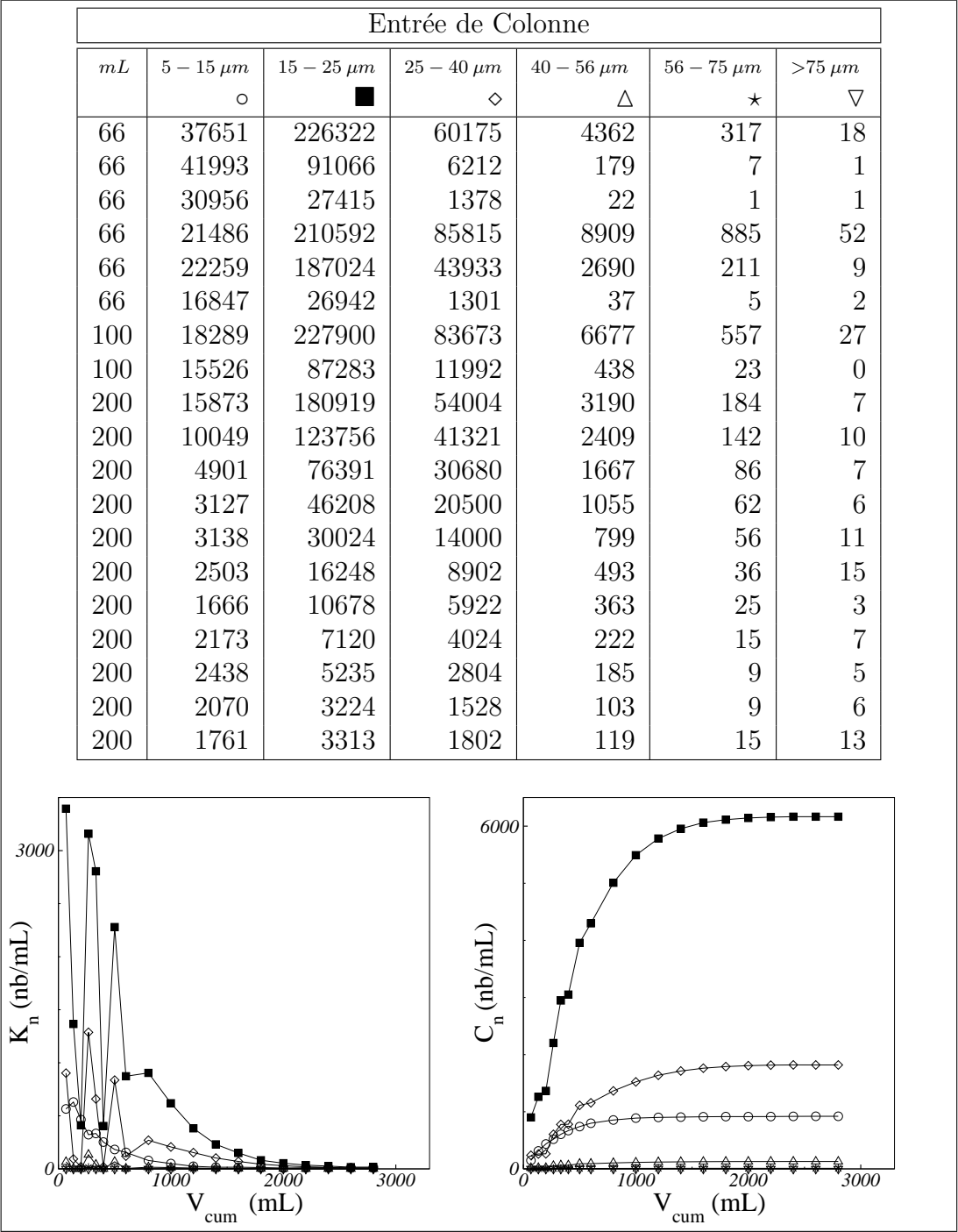




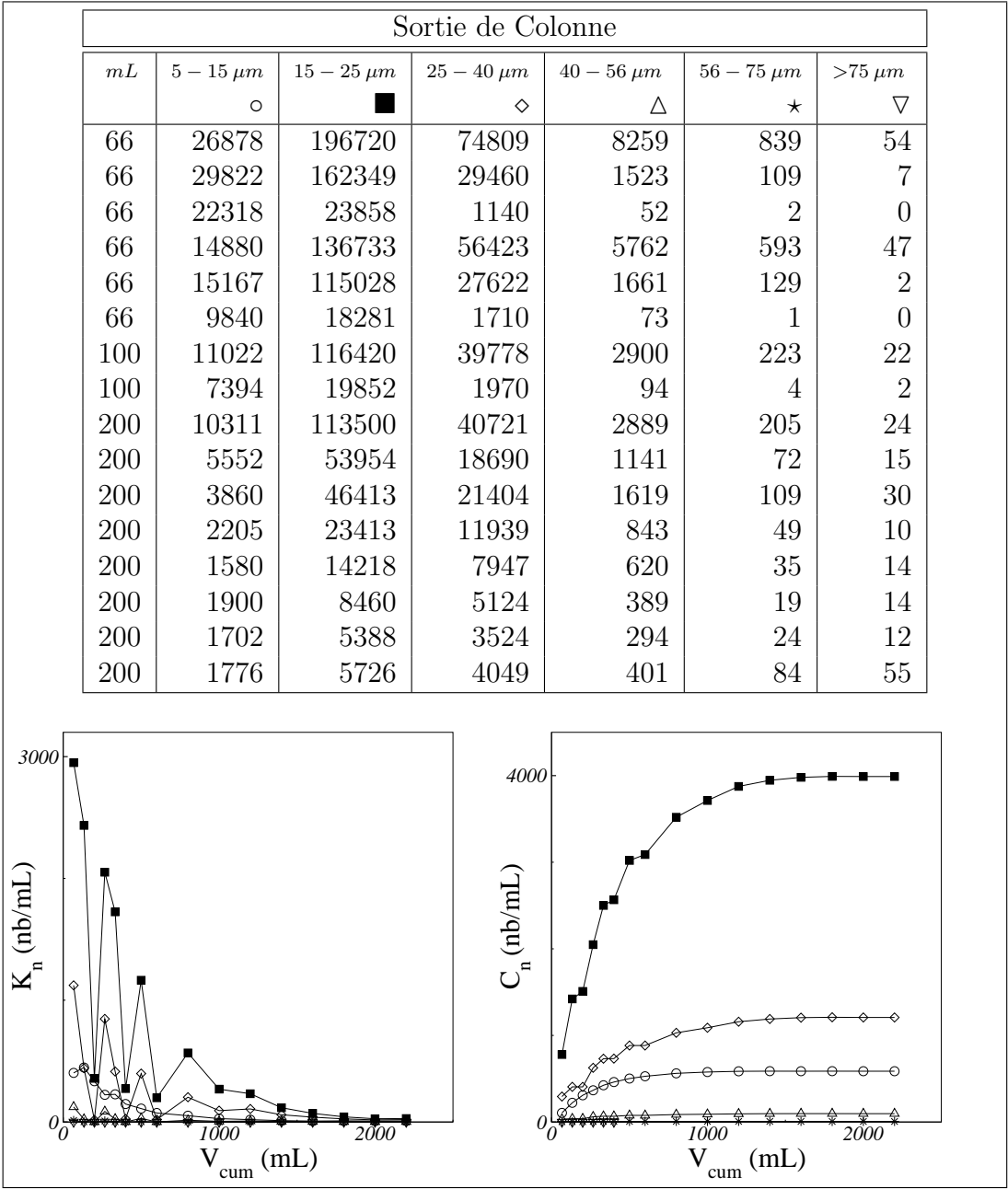
Fiche expérience 3: Expérience 2



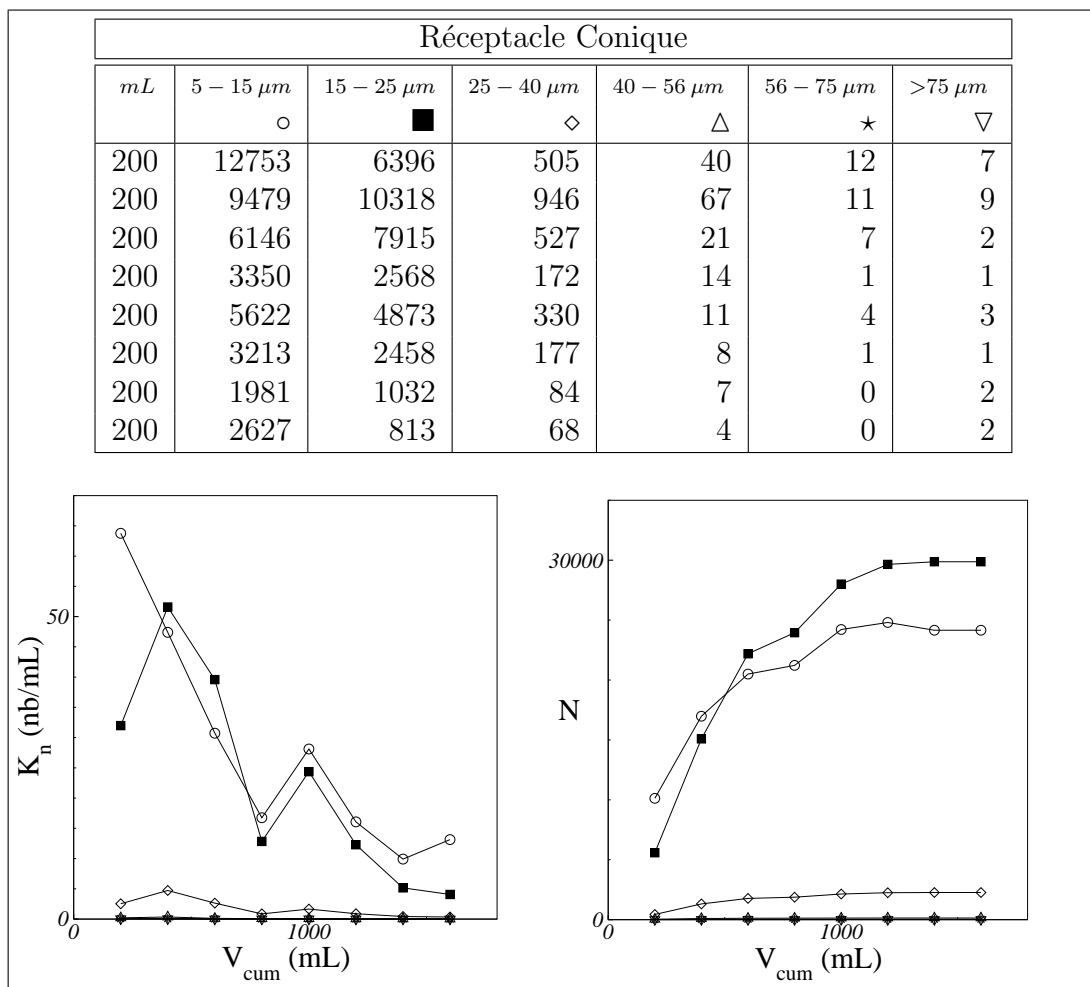
Fiche échantillon 13: Expérience 3 - Témoin eau



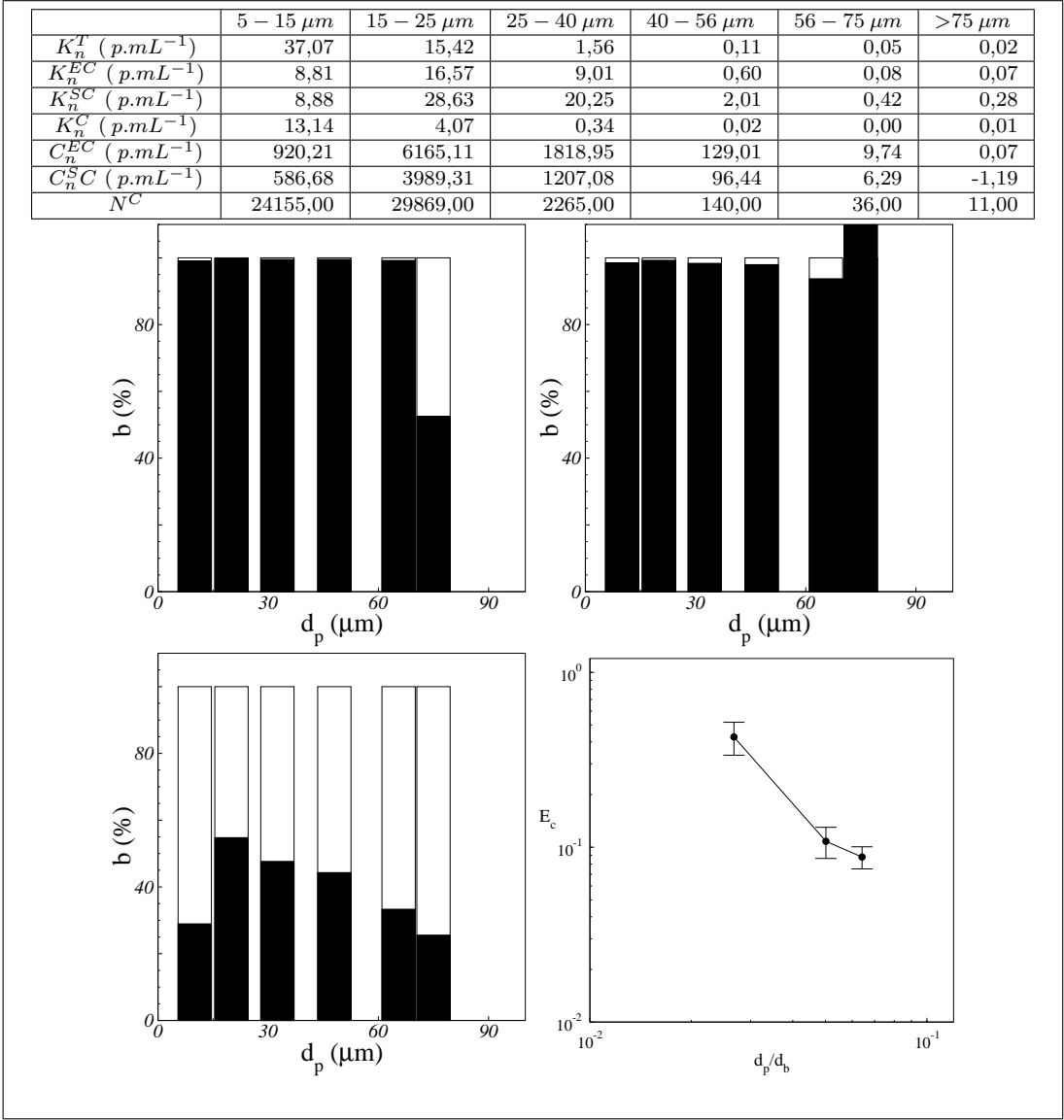
Fiche échantillon 14: Expérience 3 - Entrée de colonne



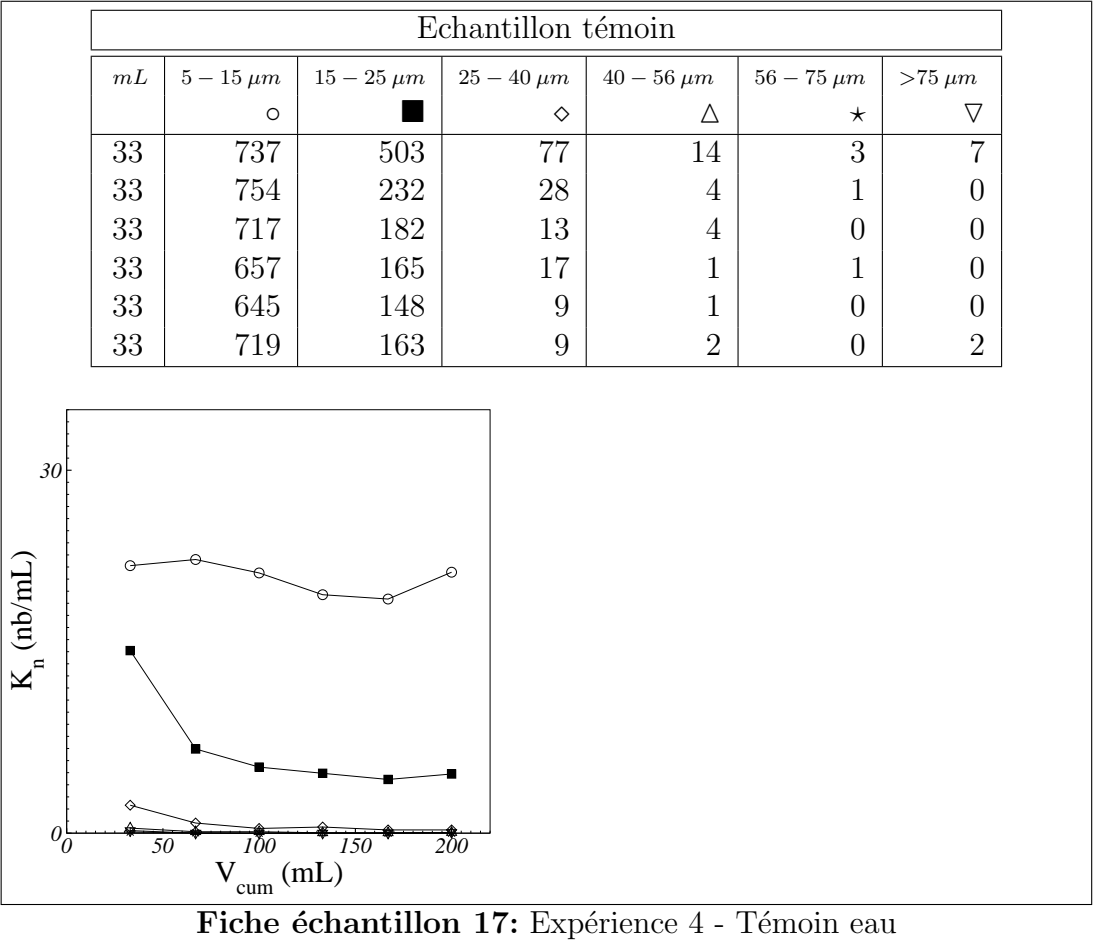
Fiche échantillon 15: Expérience 3 - Sortie de colonne



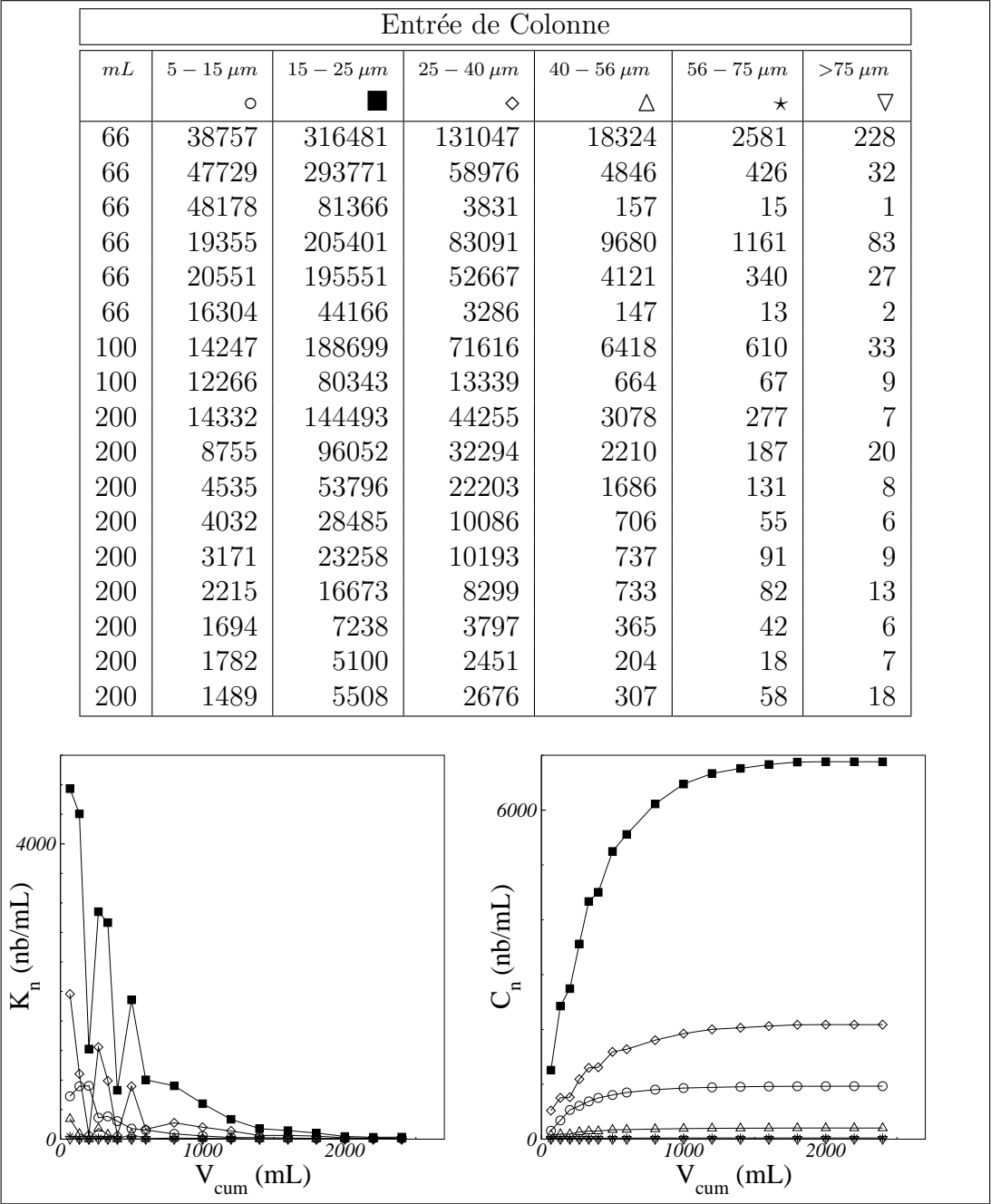
Fiche échantillon 16: Expérience 3 - Cône de capture



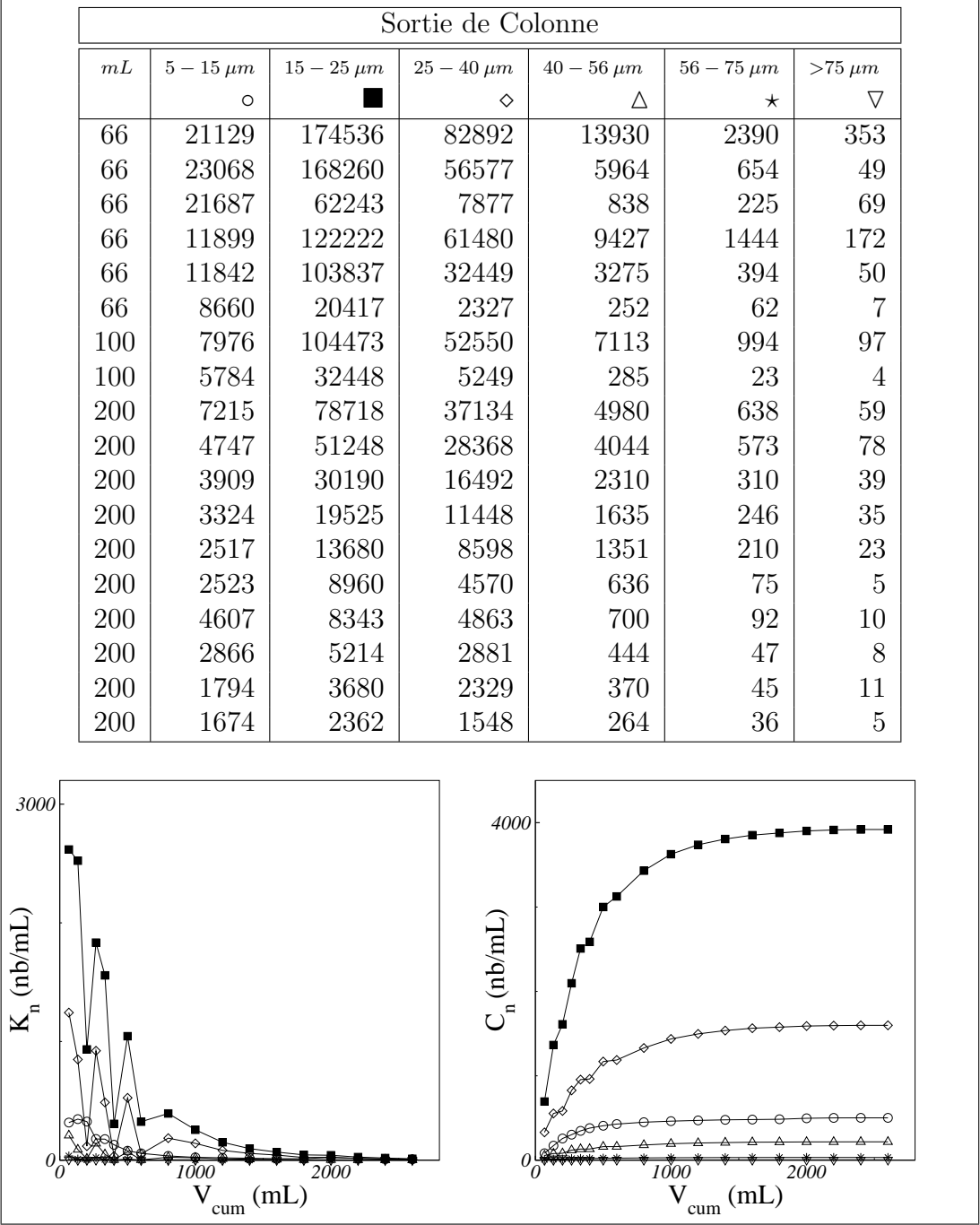
Fiche expérience 4: Expérience 3



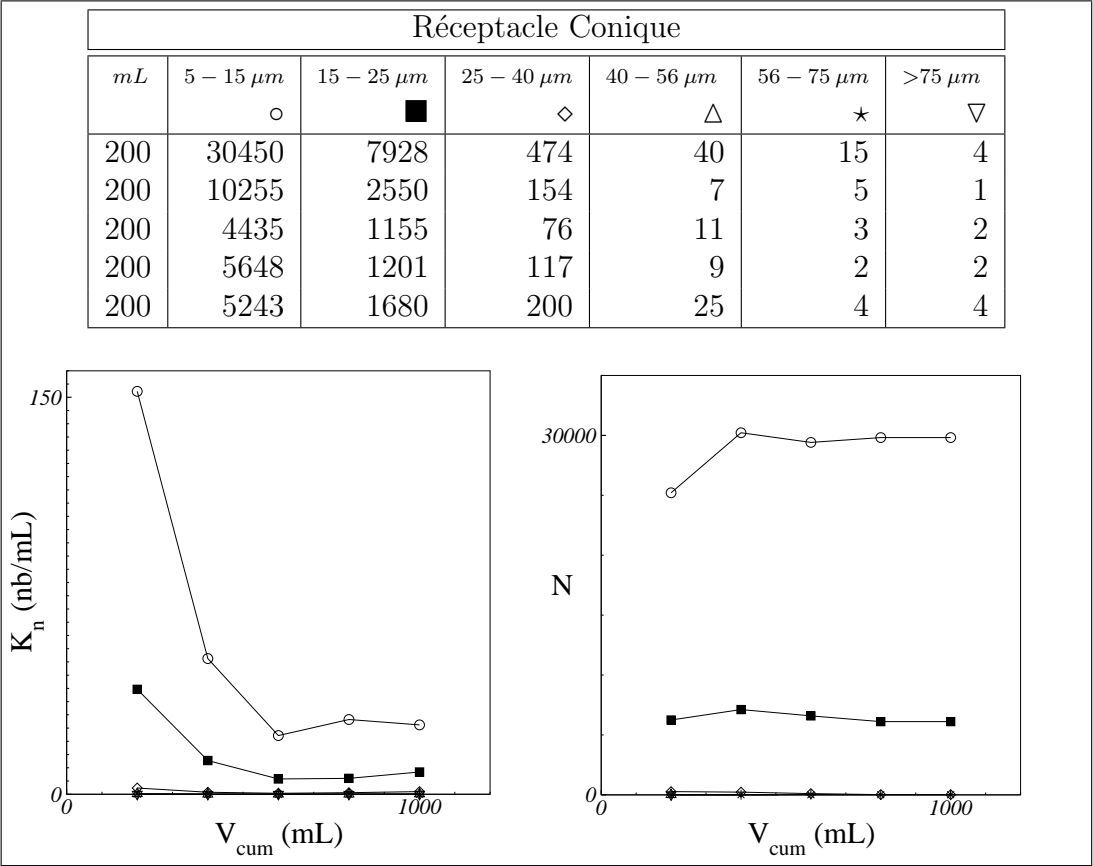




Fiche échantillon 18: Expérience 4 - Entrée de colonne

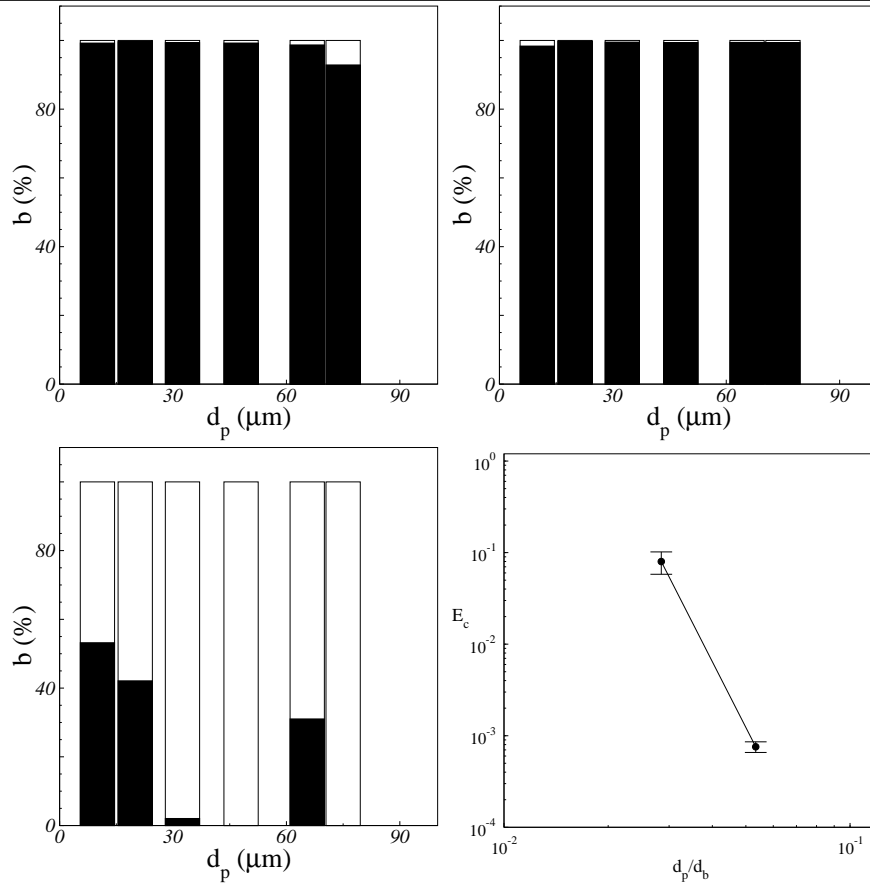


Fiche échantillon 19: Expérience 4 - Sortie de colonne

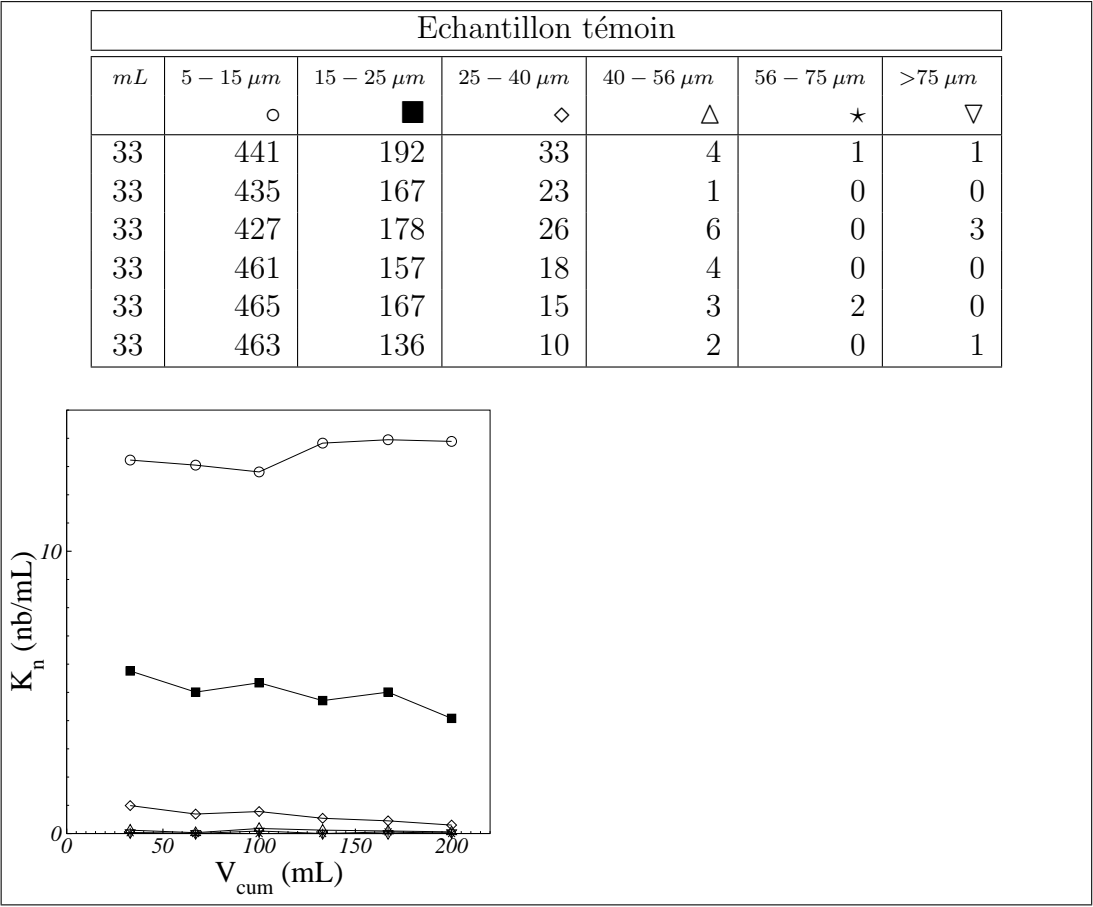


Fiche échantillon 20: Expérience 4 - Cône de capture

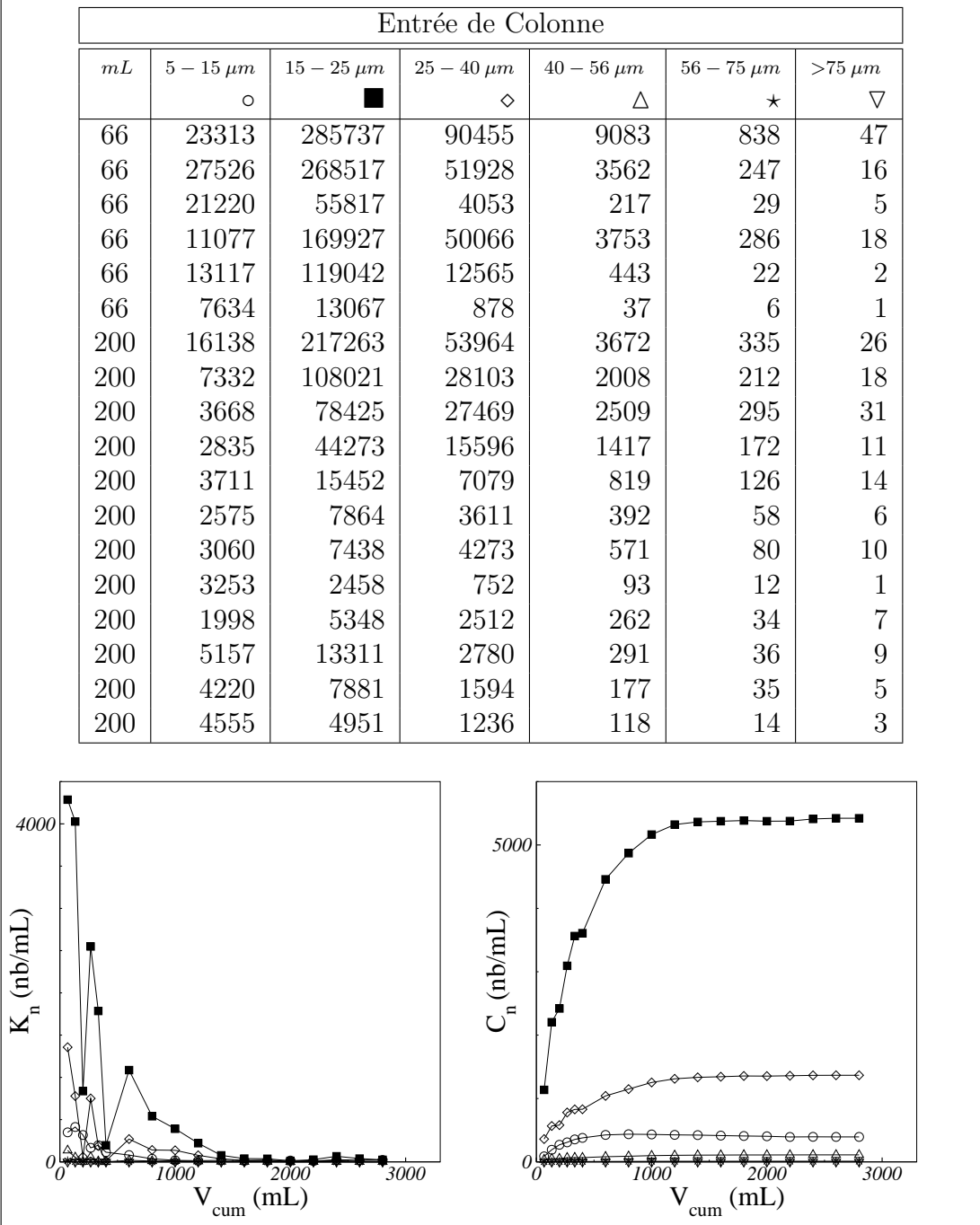
	5 – 15 $\mu m$	15 – 25 $\mu m$	25 – 40 $\mu m$	40 – 56 $\mu m$	56 – 75 $\mu m$	>75 $\mu m$
$K_n^T$ (p.mL $^{-1}$ )	21,15	6,97	0,77	0,13	0,03	0,05
$K_n^{EC}$ (p.mL $^{-1}$ )	7,45	27,54	13,38	1,54	0,29	0,09
$K_n^{SC}$ (p.mL $^{-1}$ )	8,37	11,81	7,74	1,32	0,18	0,03
$K_n^C$ (p.mL $^{-1}$ )	26,22	8,40	1,00	0,13	0,02	0,02
$C_n^{EC}$ (p.mL $^{-1}$ )	966,10	6881,14	2087,98	202,80	21,83	1,17
$C_n^{SC}$ (p.mL $^{-1}$ )	501,84	3918,60	1598,03	217,54	31,96	4,04
$N^C$	29816,00	6114,00	21,00	-33,00	9,00	-7,00



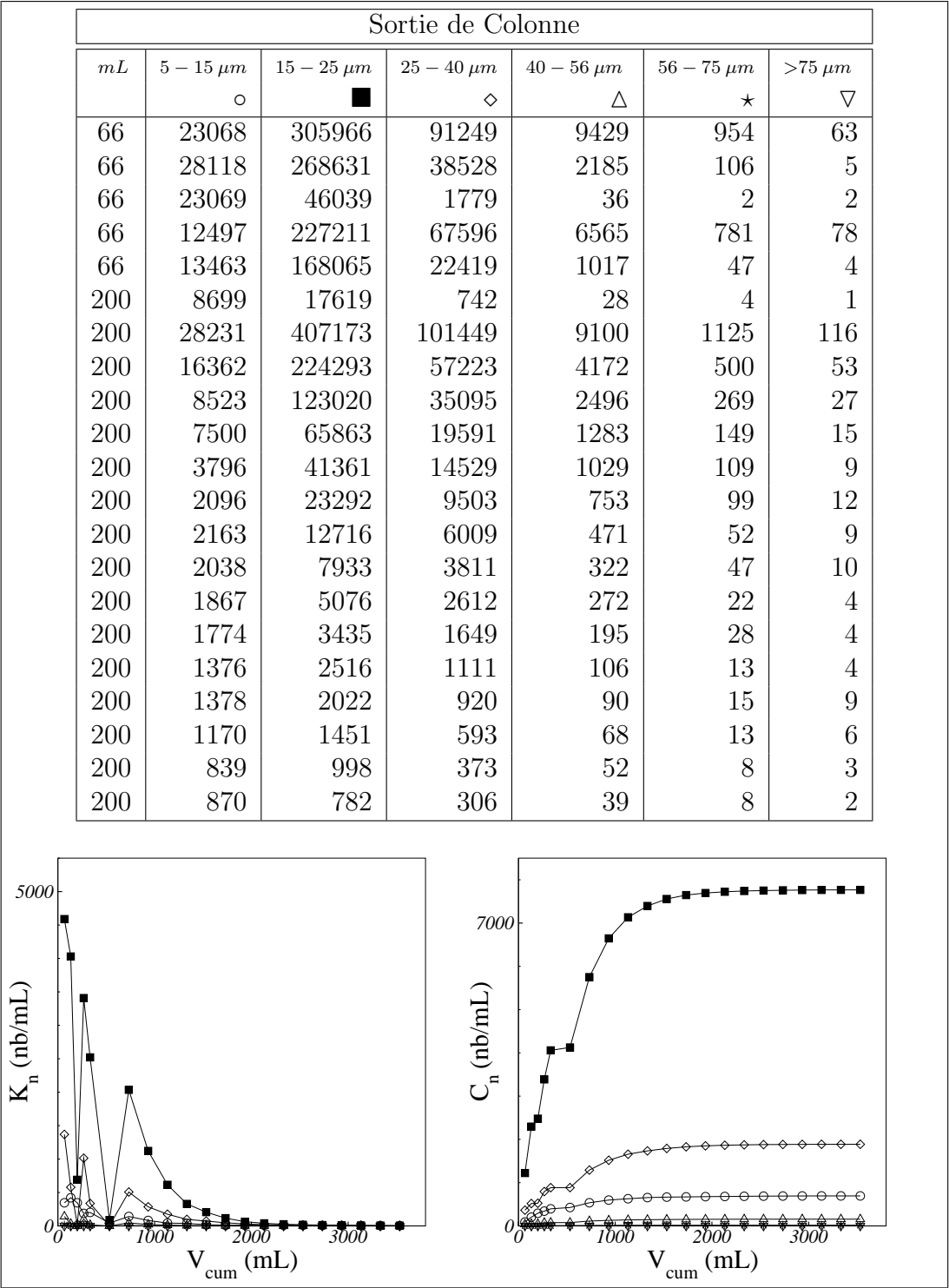
Fiche expérience 5: Expérience 4



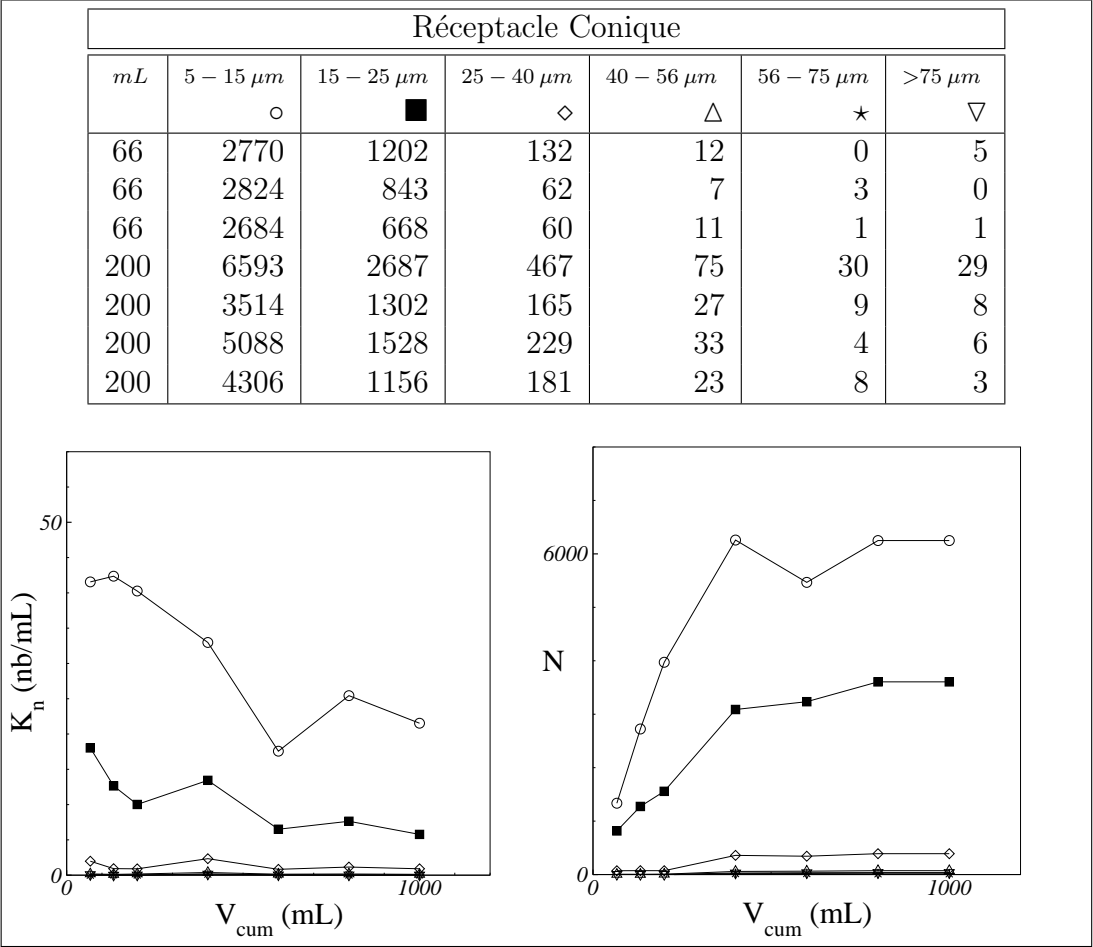
Fiche échantillon 21: Expérience 5 - Témoin eau



Fiche échantillon 22: Expérience 5 - Entrée de colonne

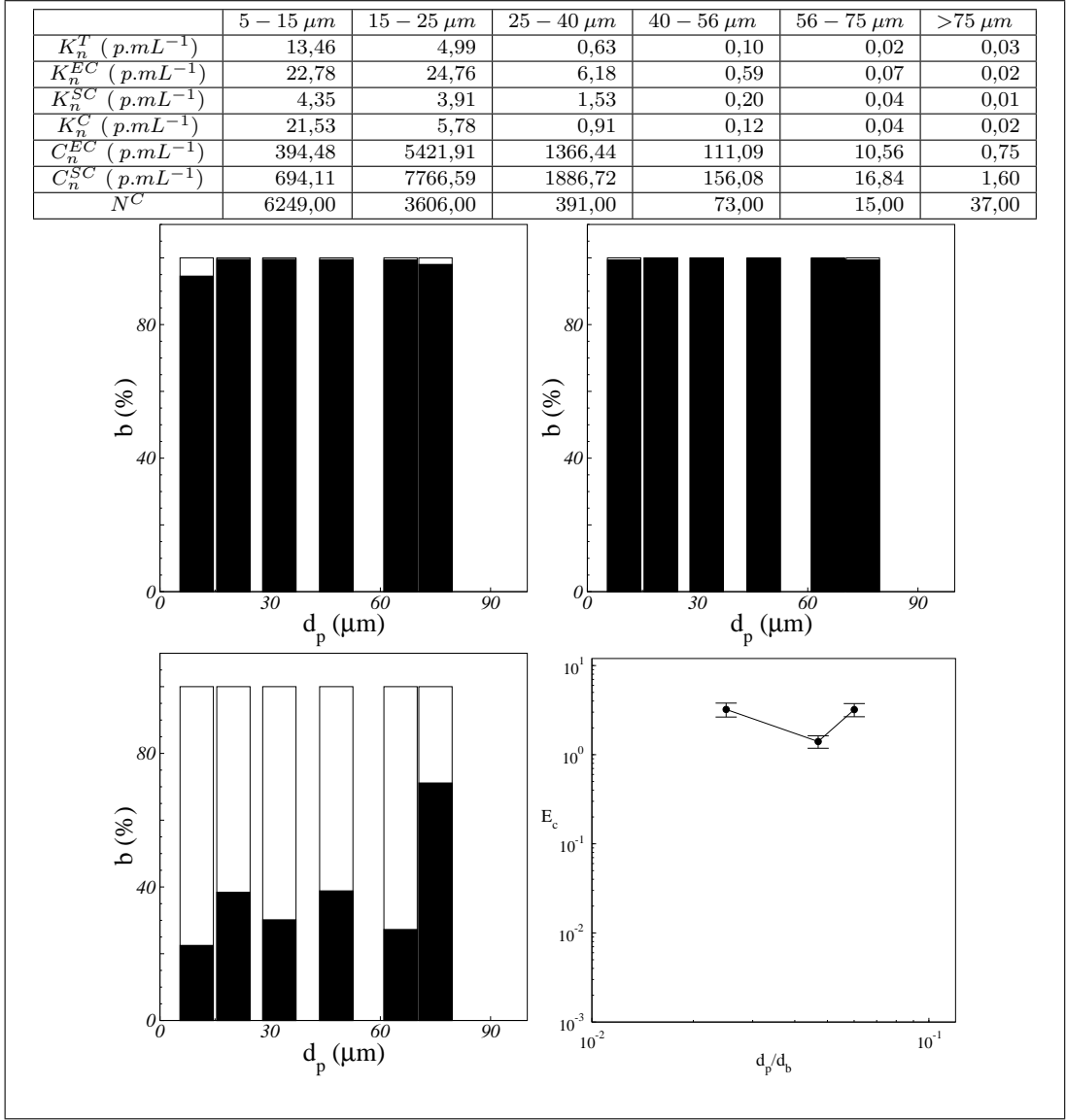


Fiche échantillon 23: Expérience 5 - Sortie de colonne

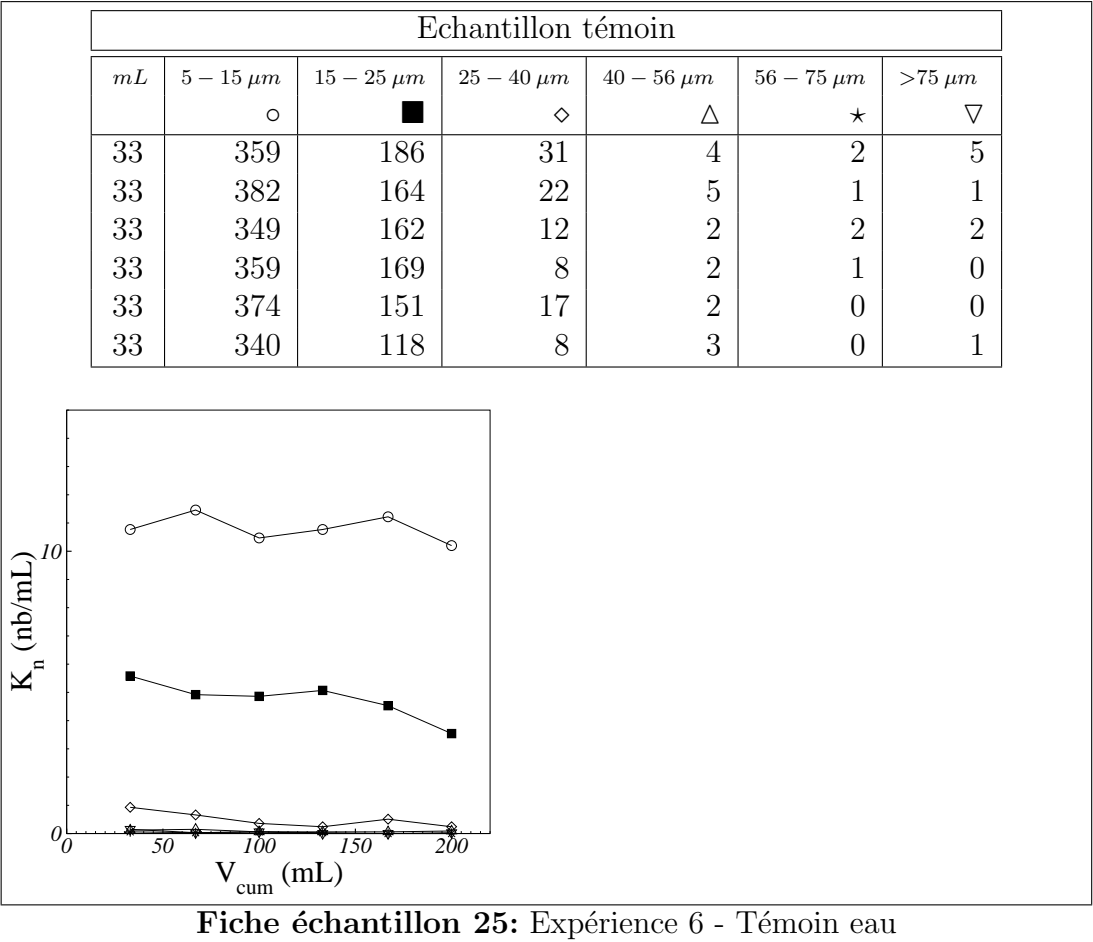


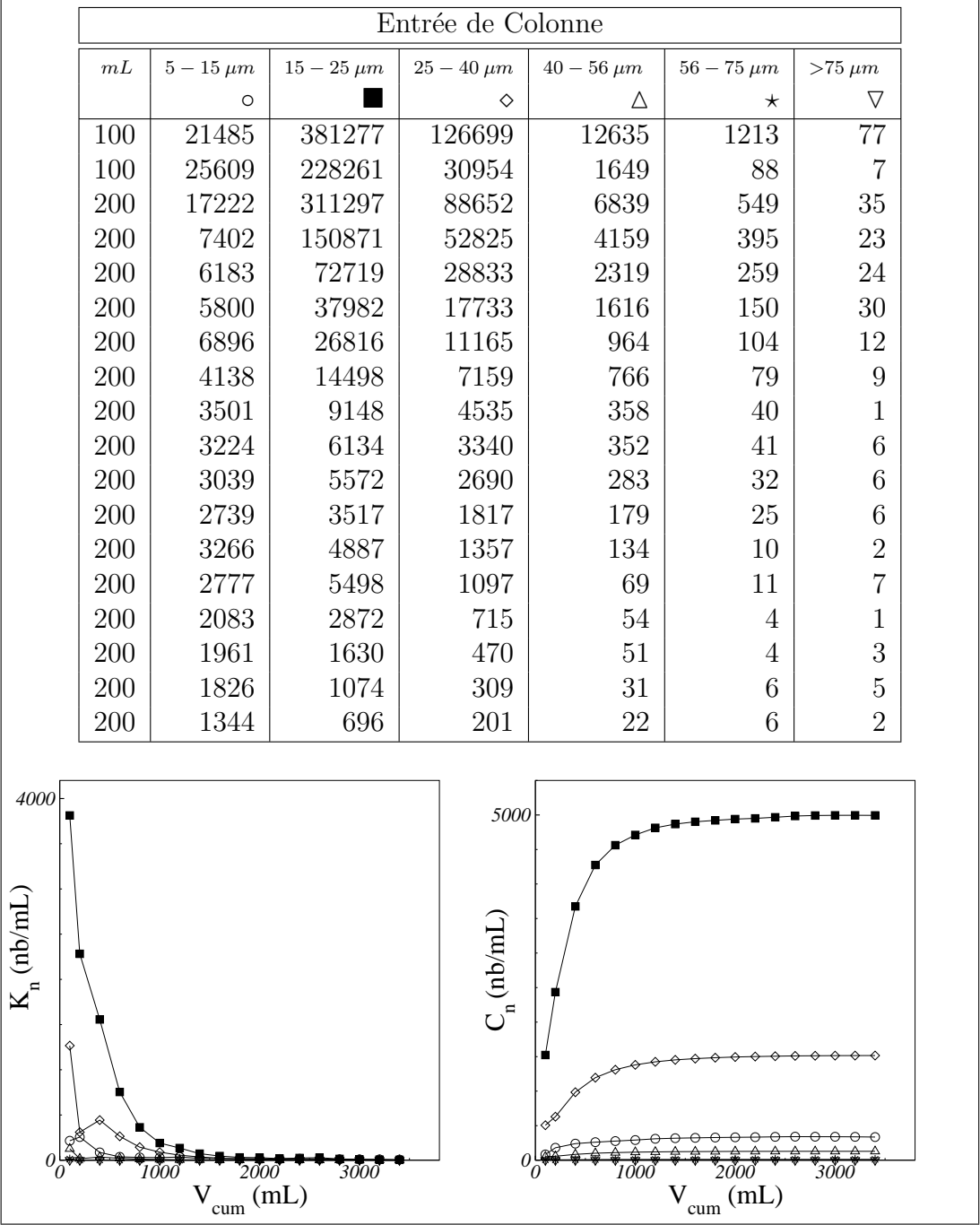
Fiche échantillon 24: Expérience 5 - Cône de capture



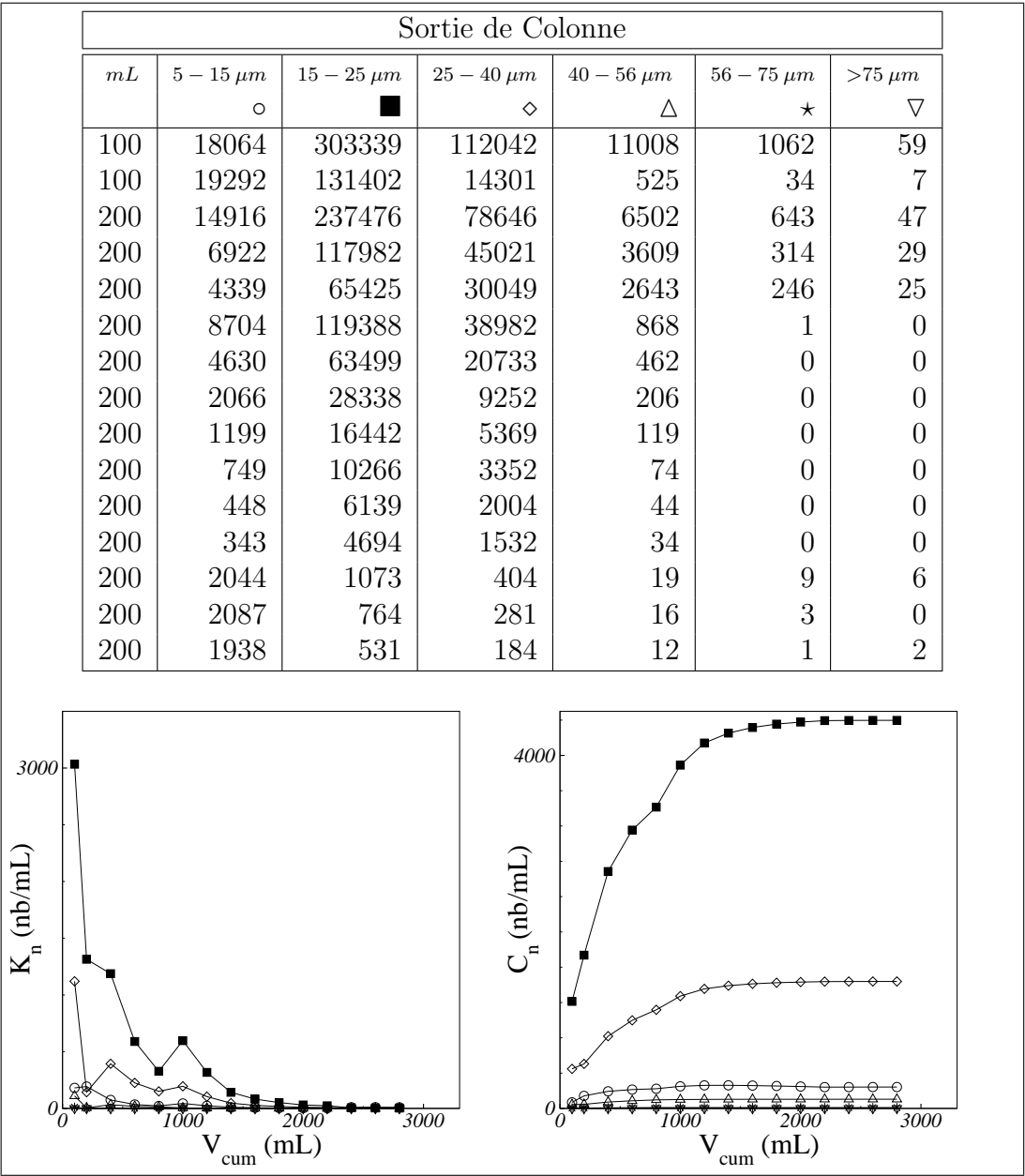


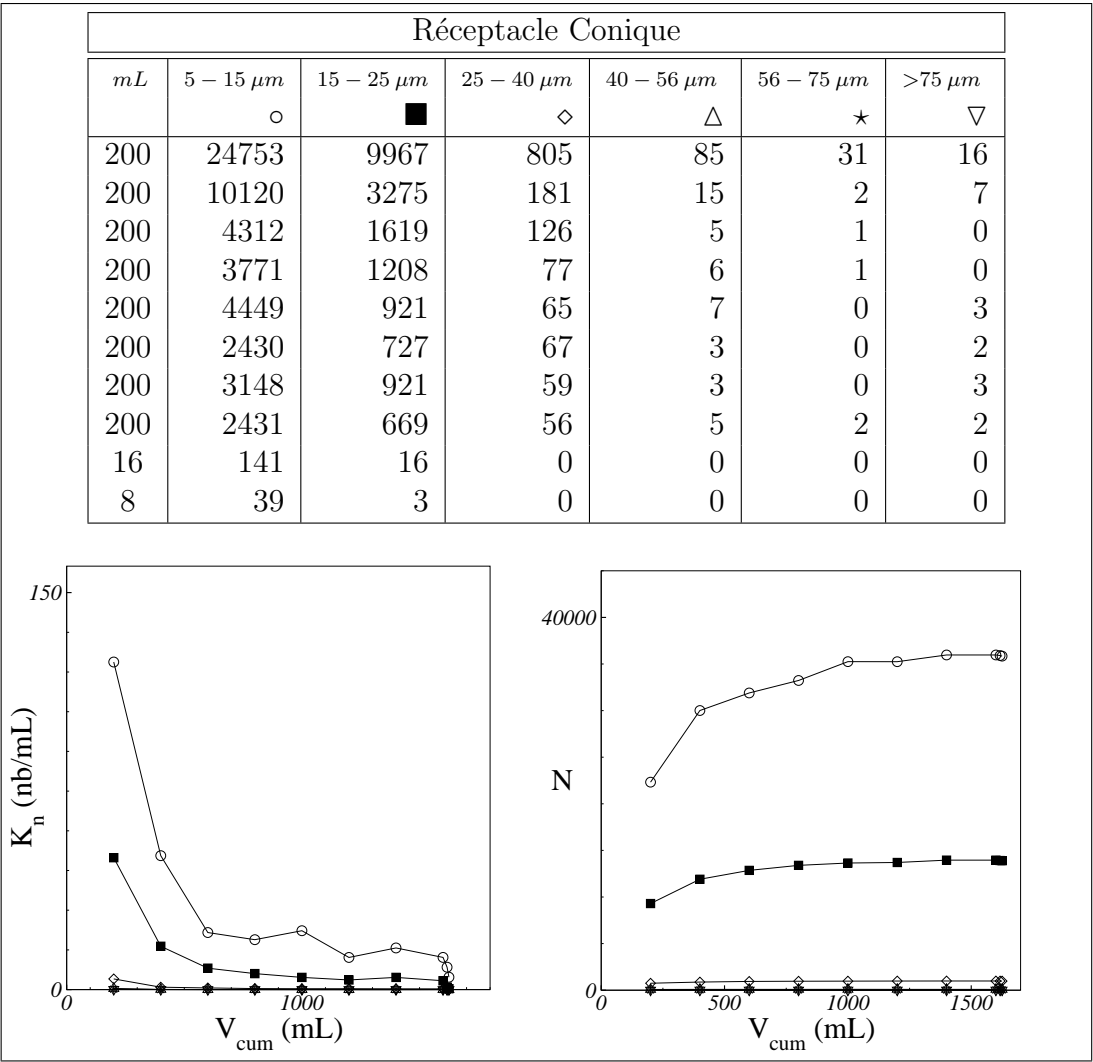
Fiche expérience 6: Expérience 5



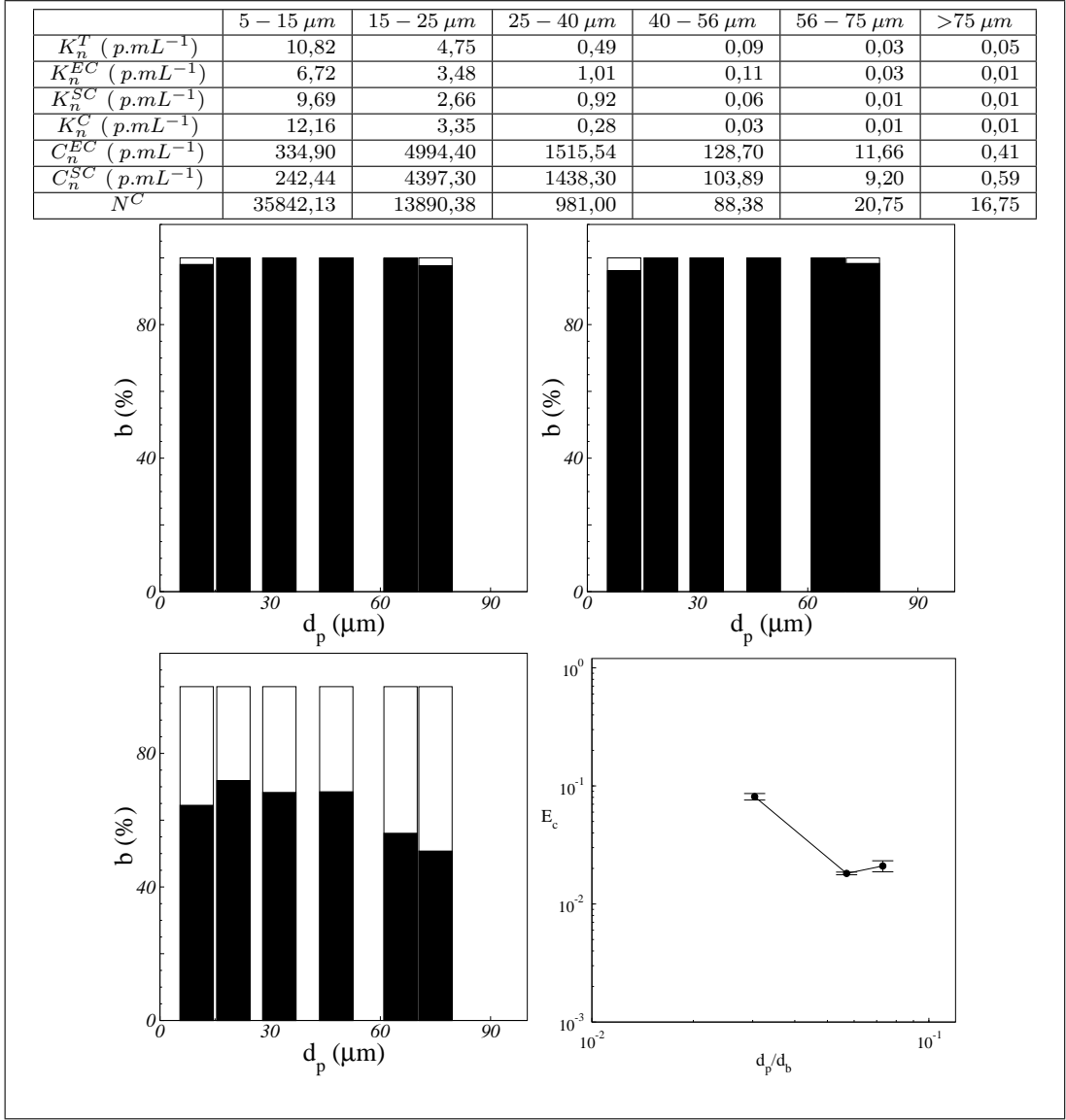


Fiche échantillon 26: Expérience 6 - Entrée de colonne

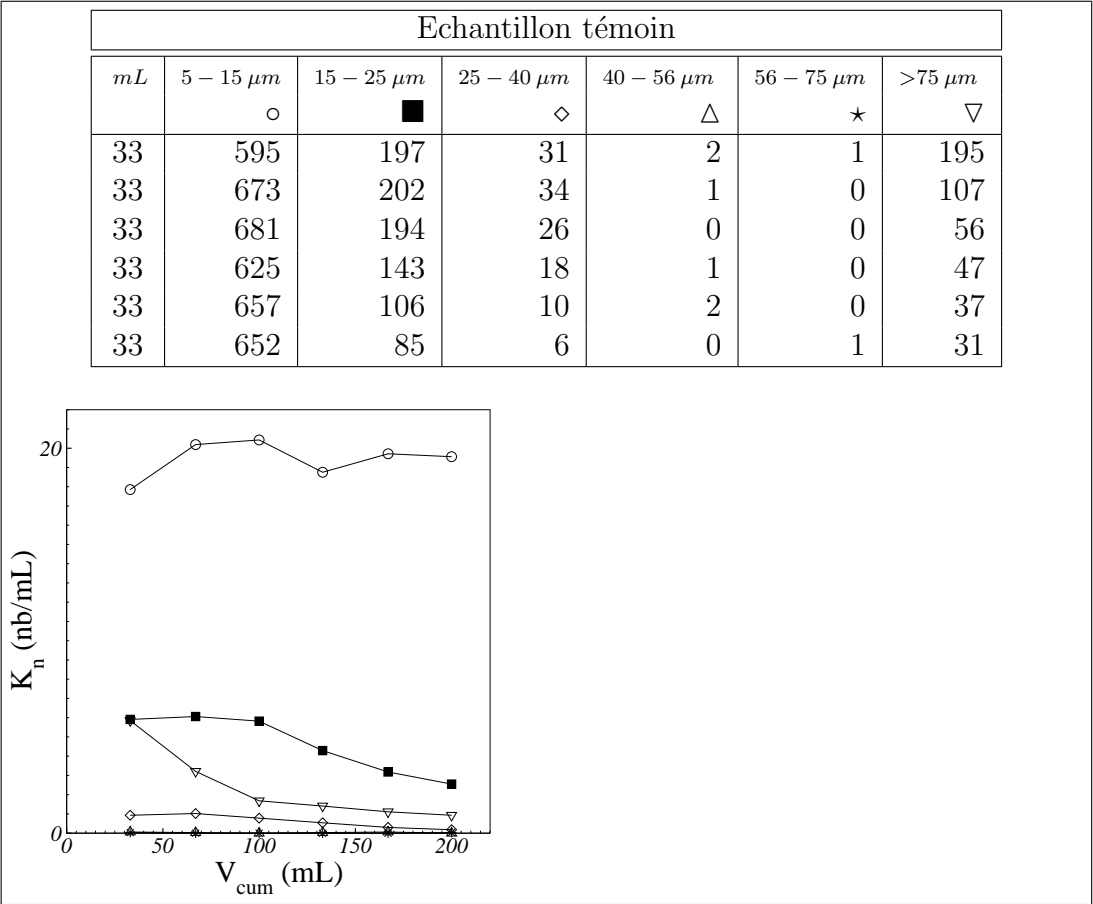




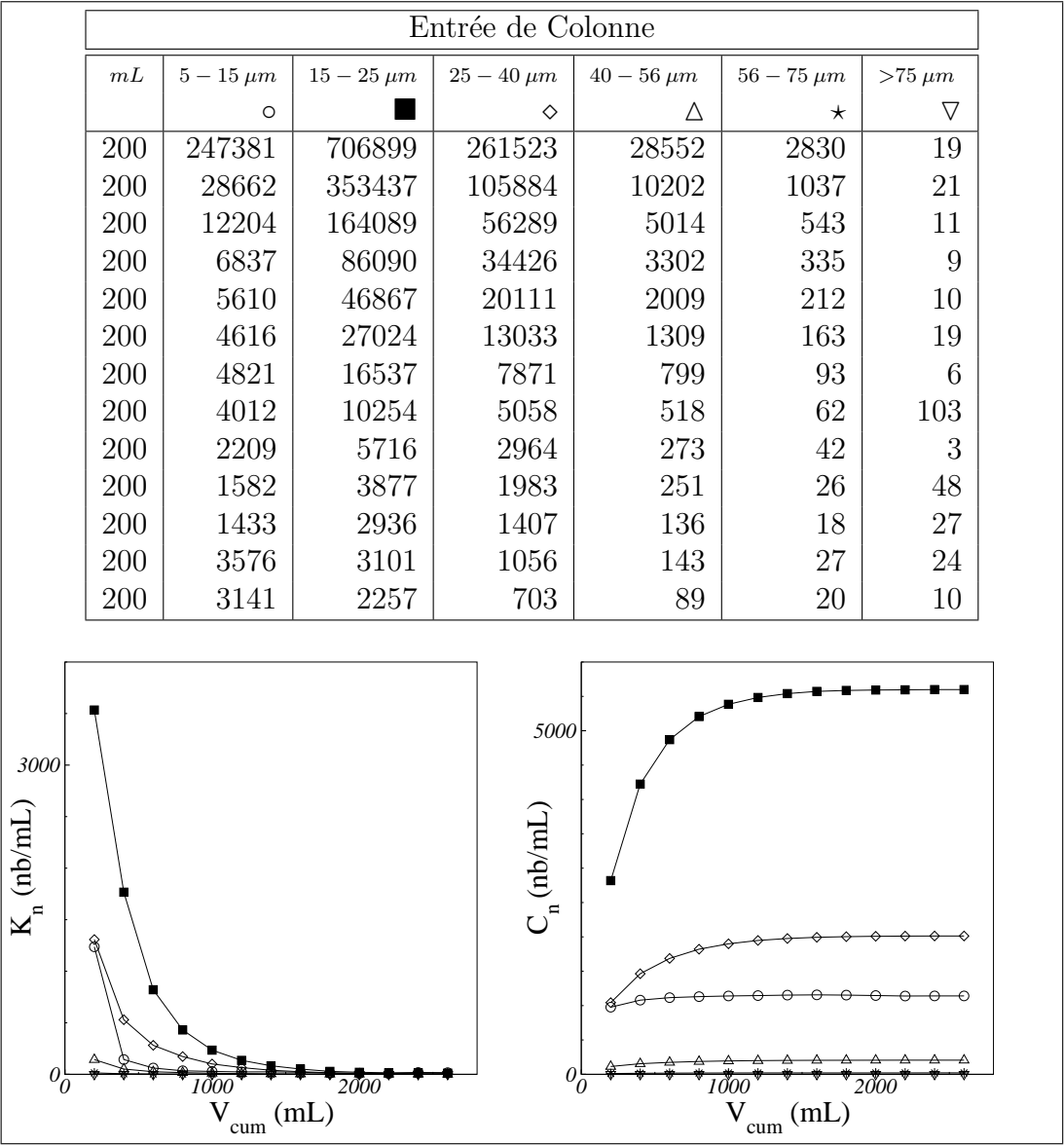
Fiche échantillon 28: Expérience 6 - Cône de capture



Fiche expérience 7: Expérience 6

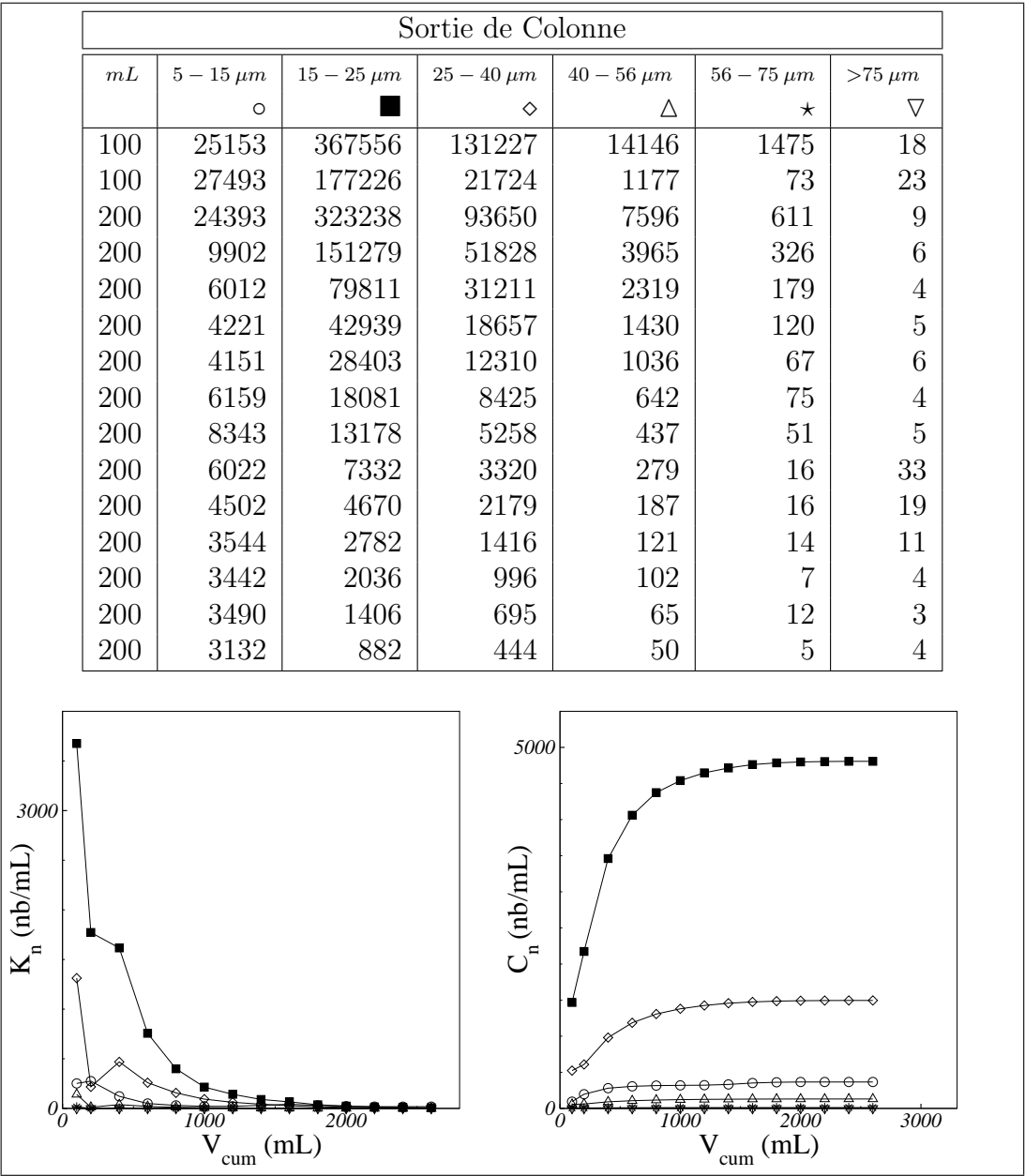


Fiche échantillon 29: Expérience 7 - Témoin eau

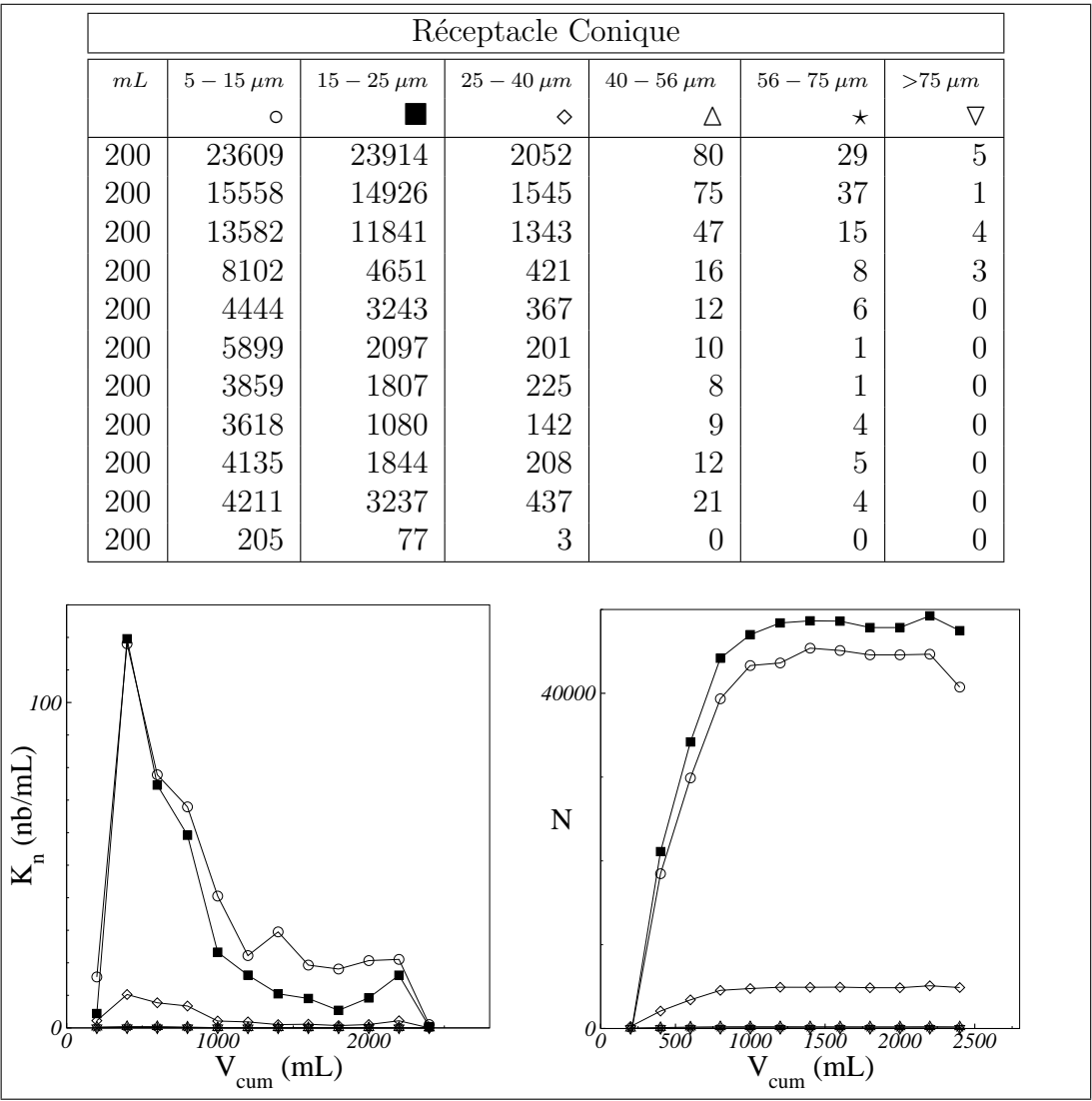


Fiche échantillon 30: Expérience 7 - Entrée de colonne

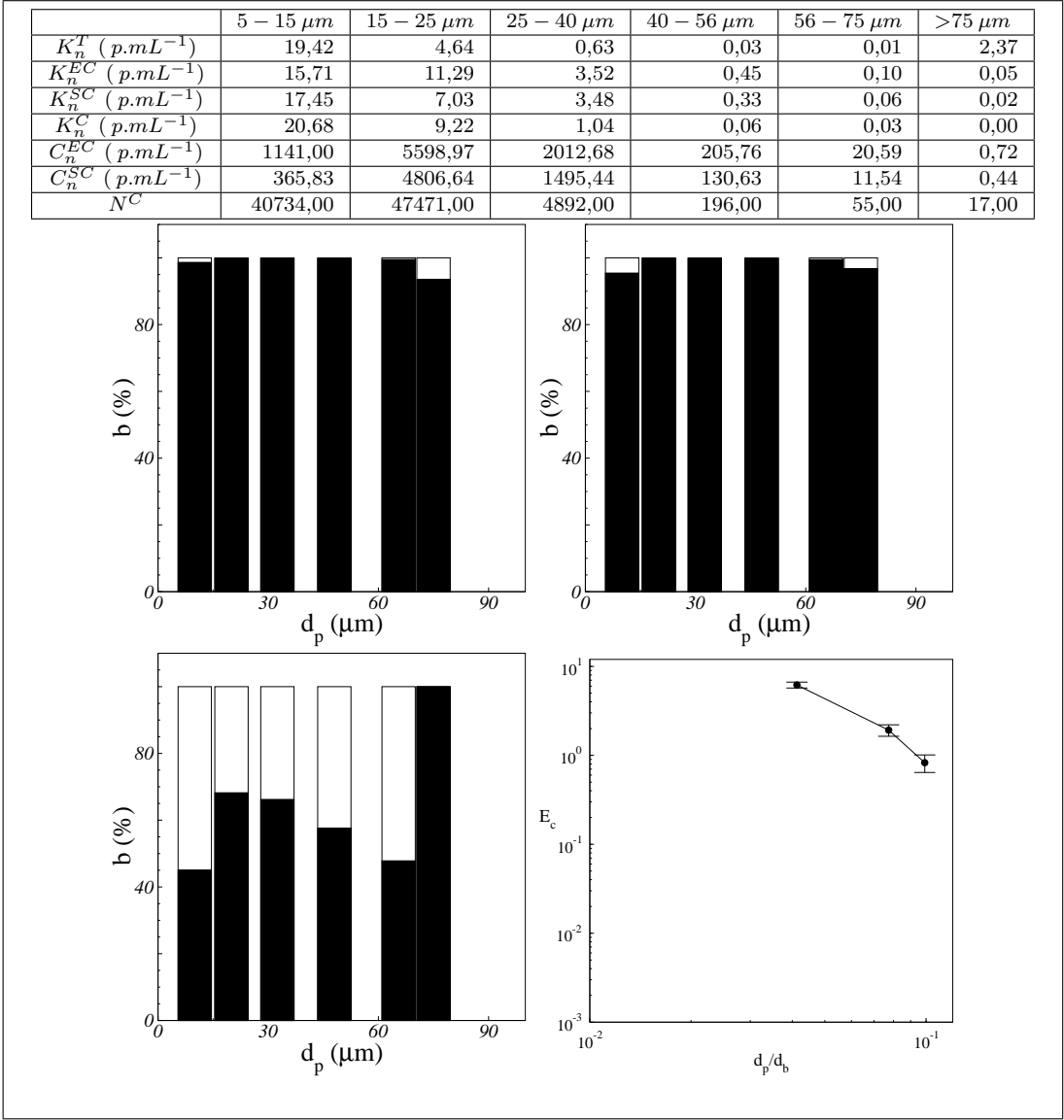




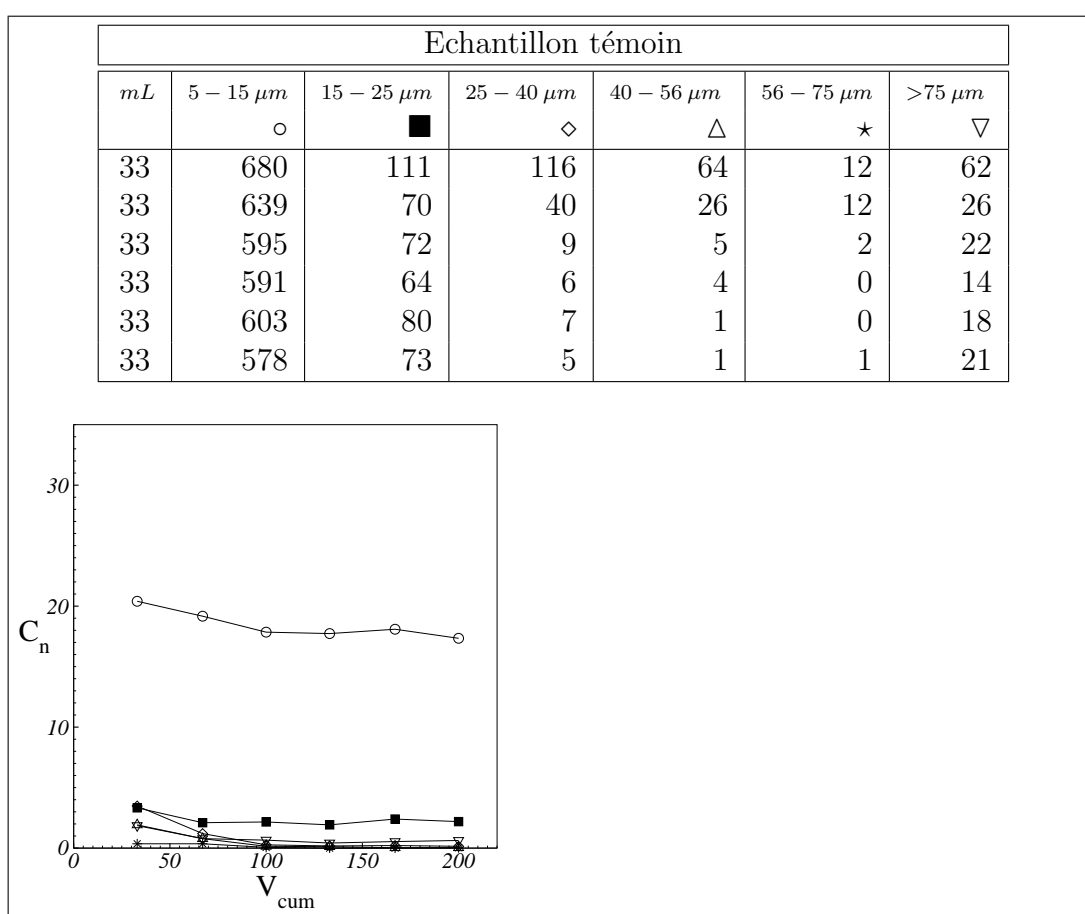
Fiche échantillon 31: Expérience 7 - Sortie de colonne



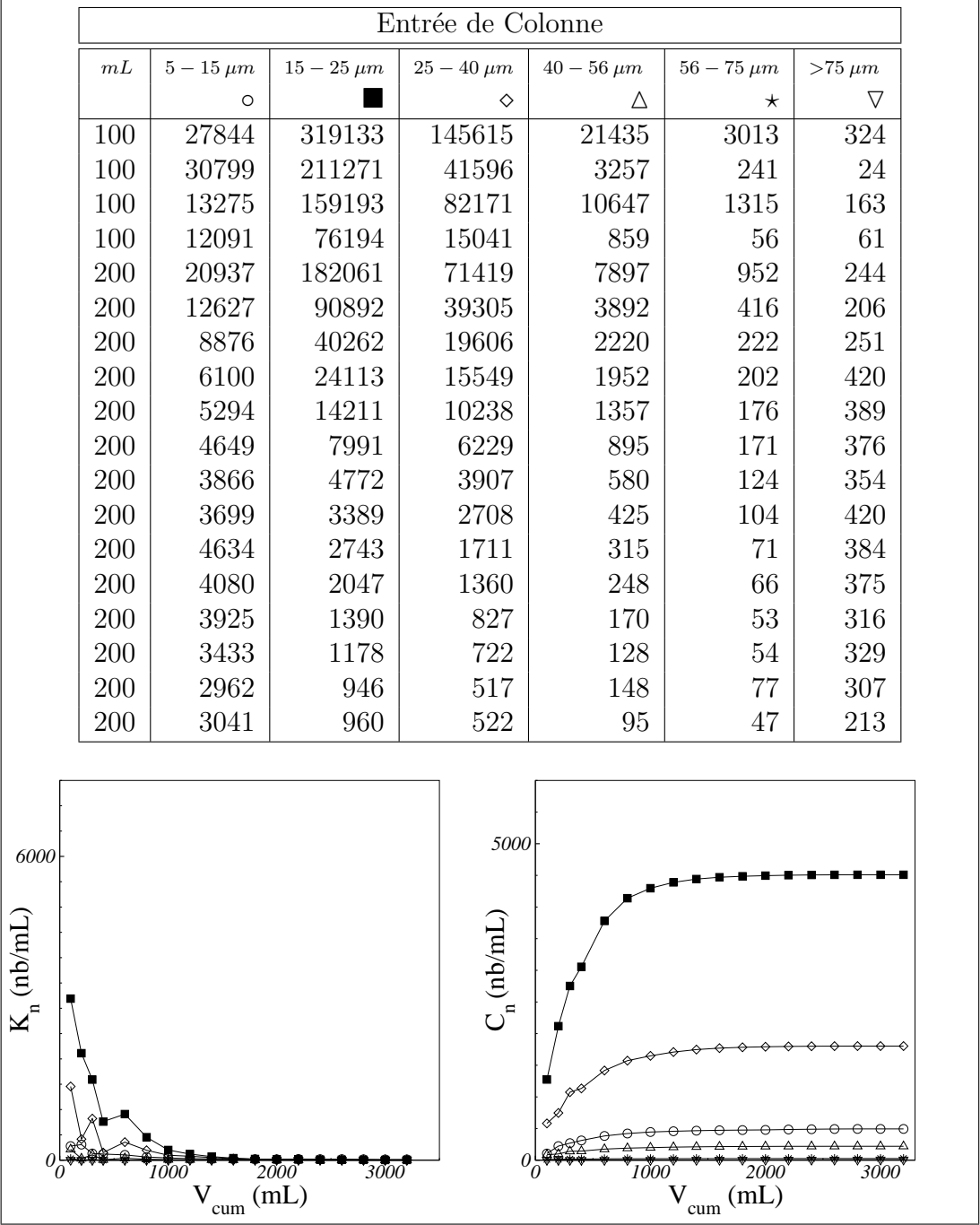
Fiche échantillon 32: Expérience 7 - Cône de capture



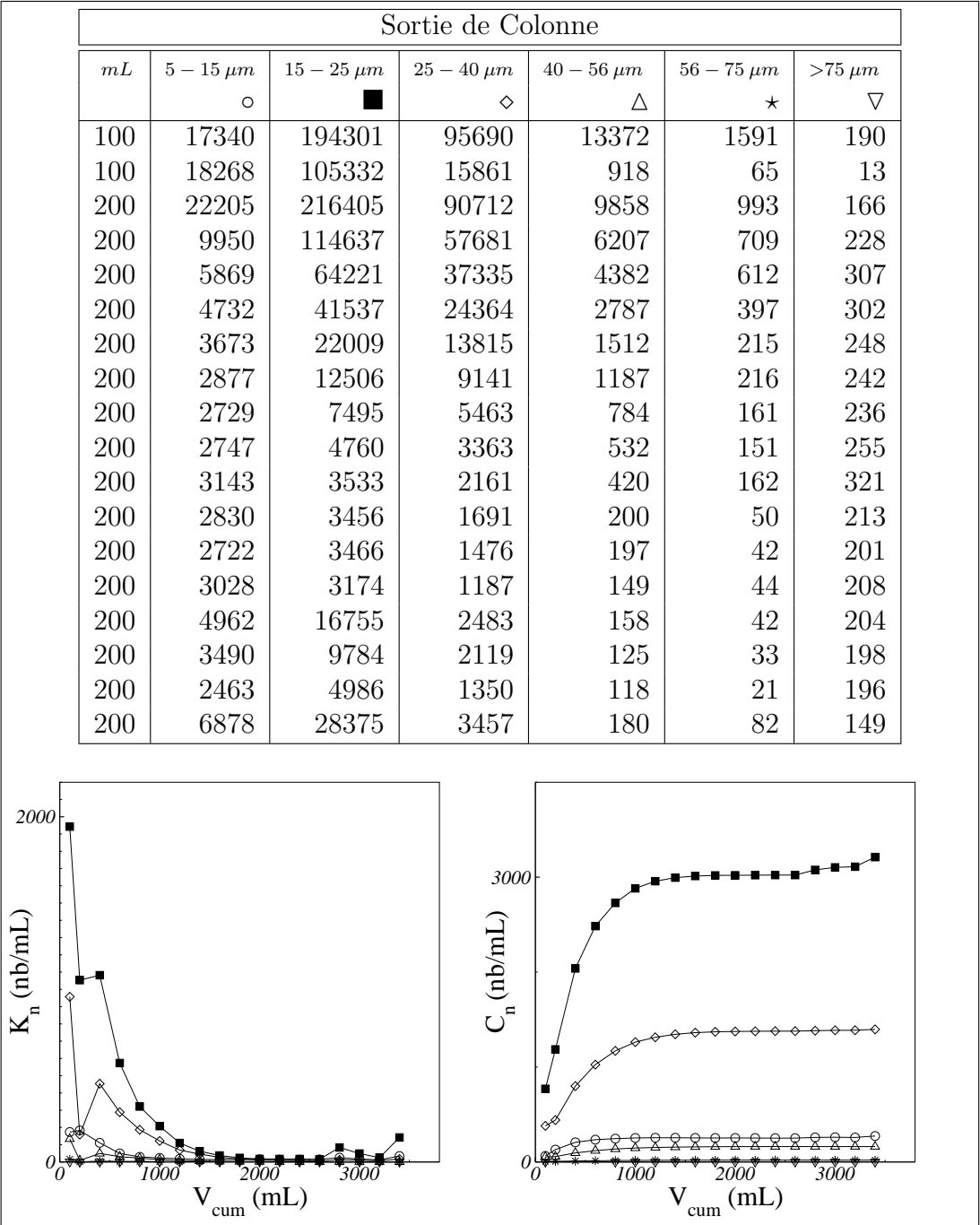
Fiche expérience 8: Expérience 7



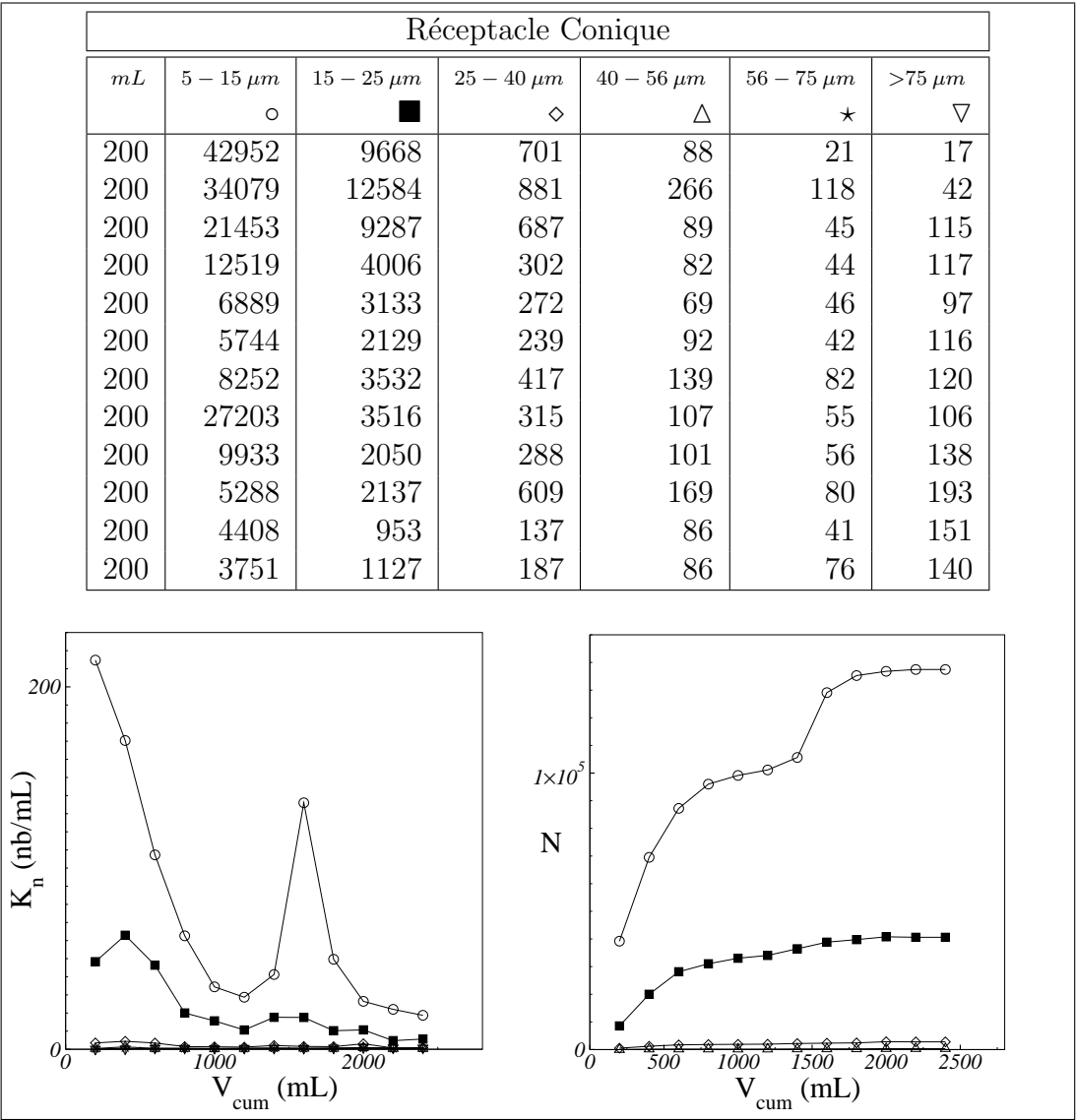
Fiche échantillon 33: Expérience 8 - Témoin eau



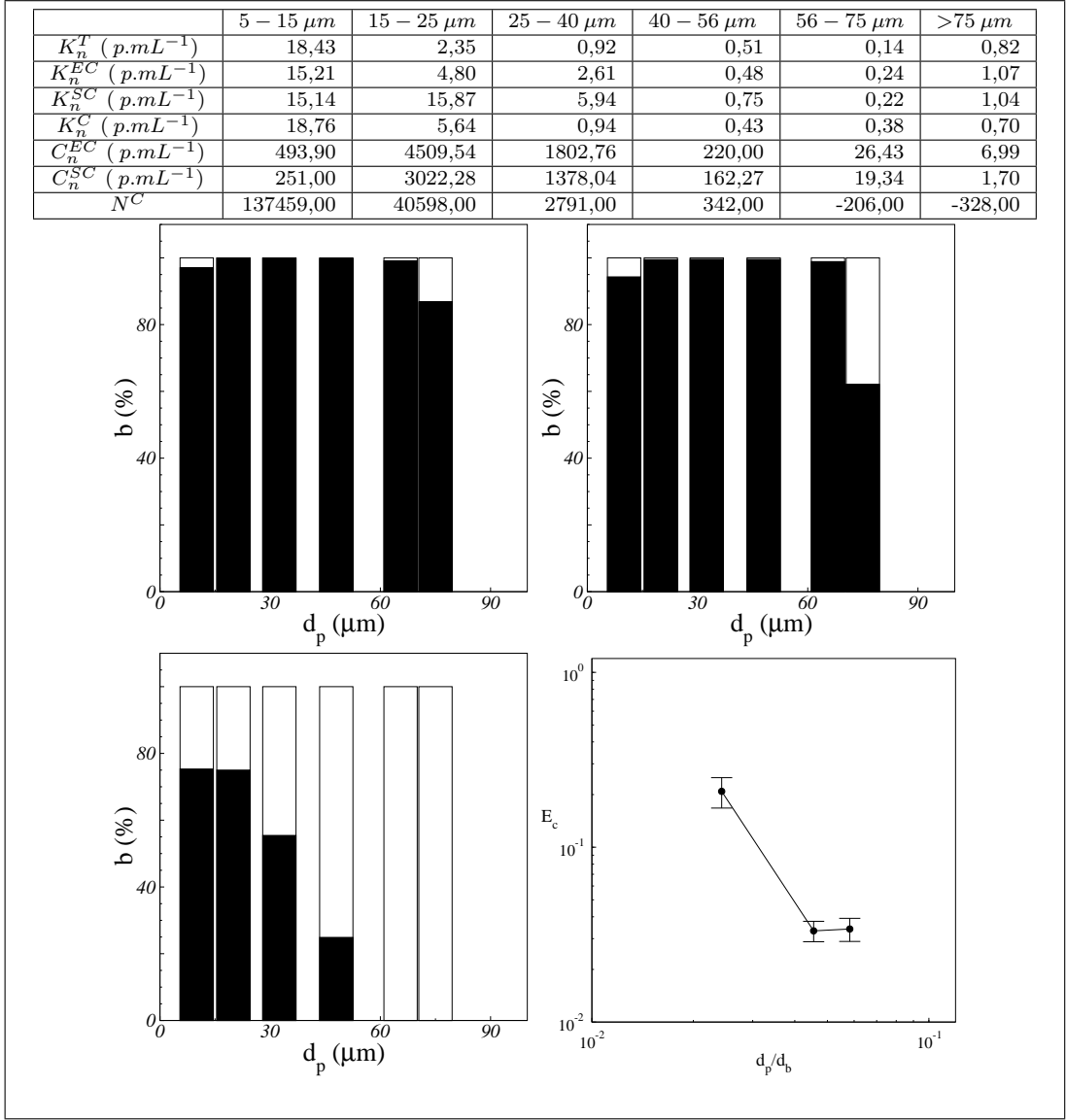
Fiche échantillon 34: Expérience 8 - Entrée de colonne



Fiche échantillon 35: Expérience 8 - Sortie de colonne

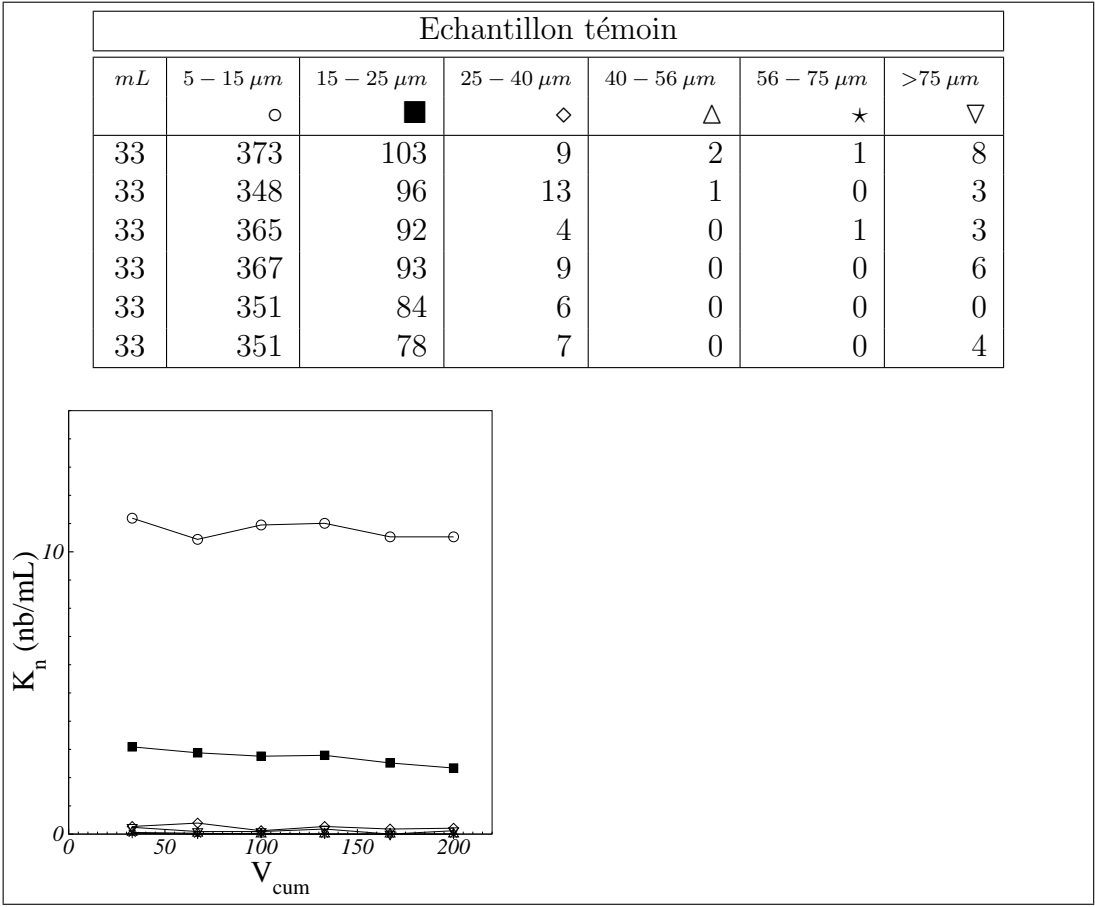


Fiche échantillon 36: Expérience 8 - Cône de capture

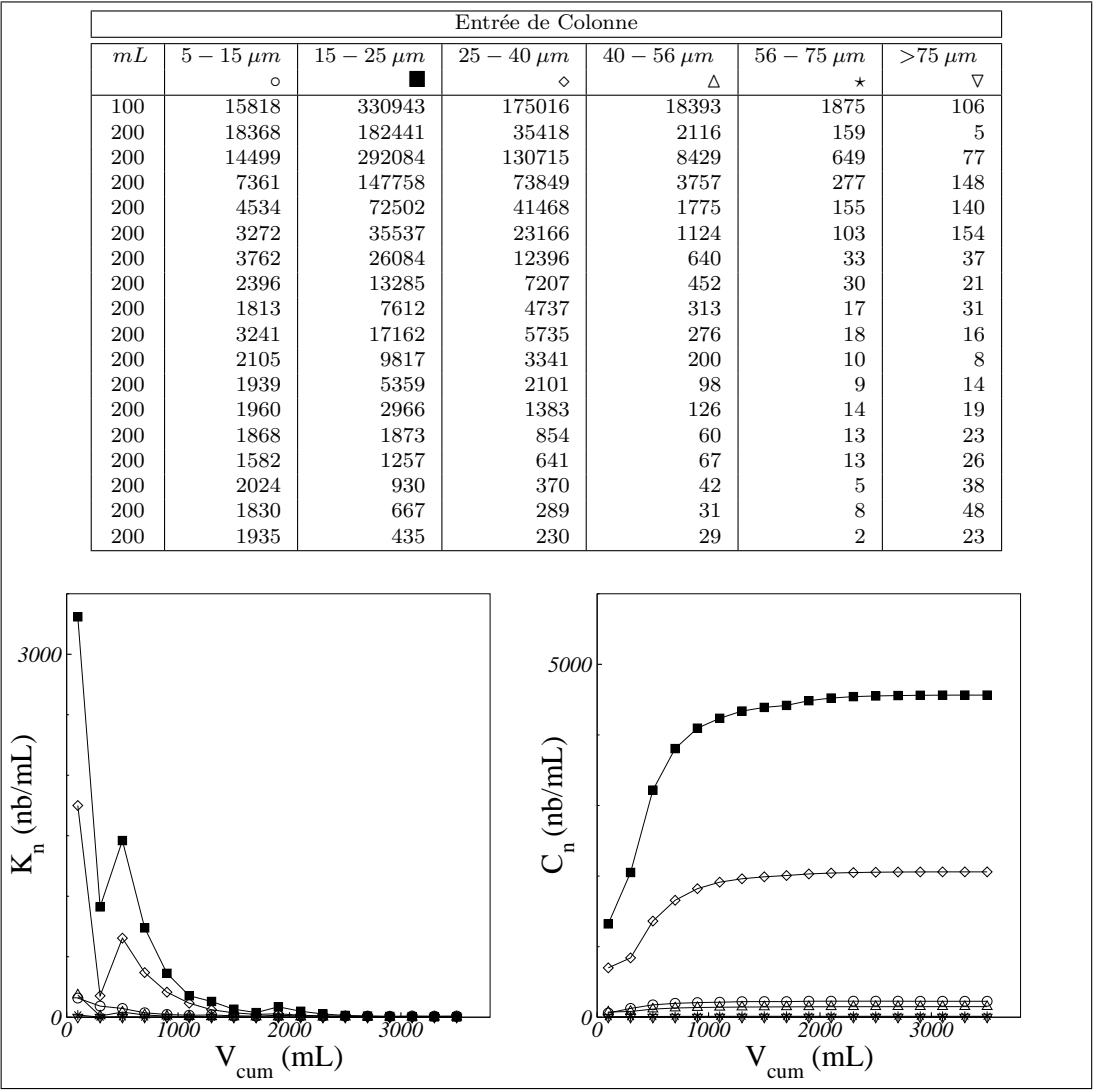


Fiche expérience 9: Expérience 8

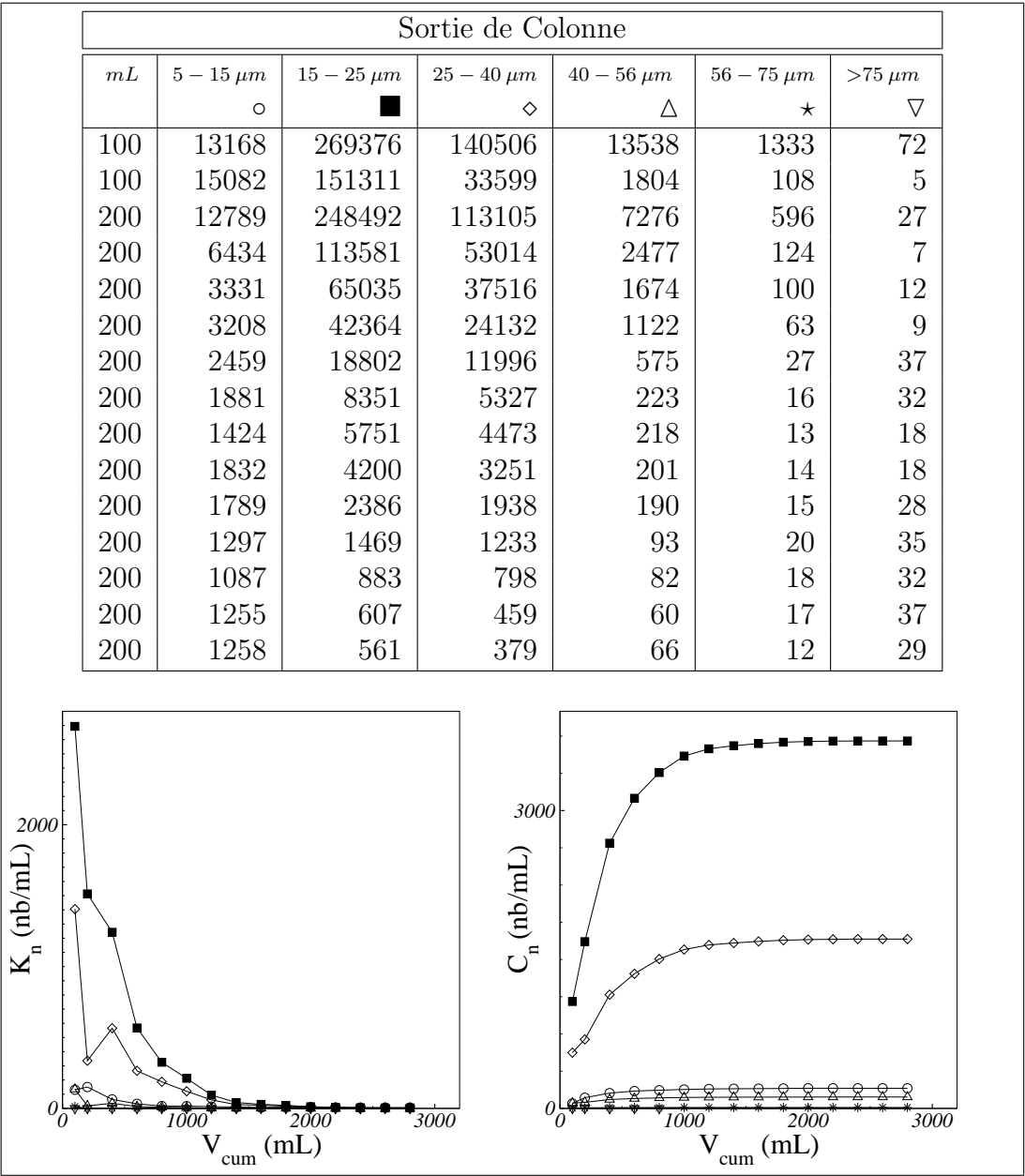




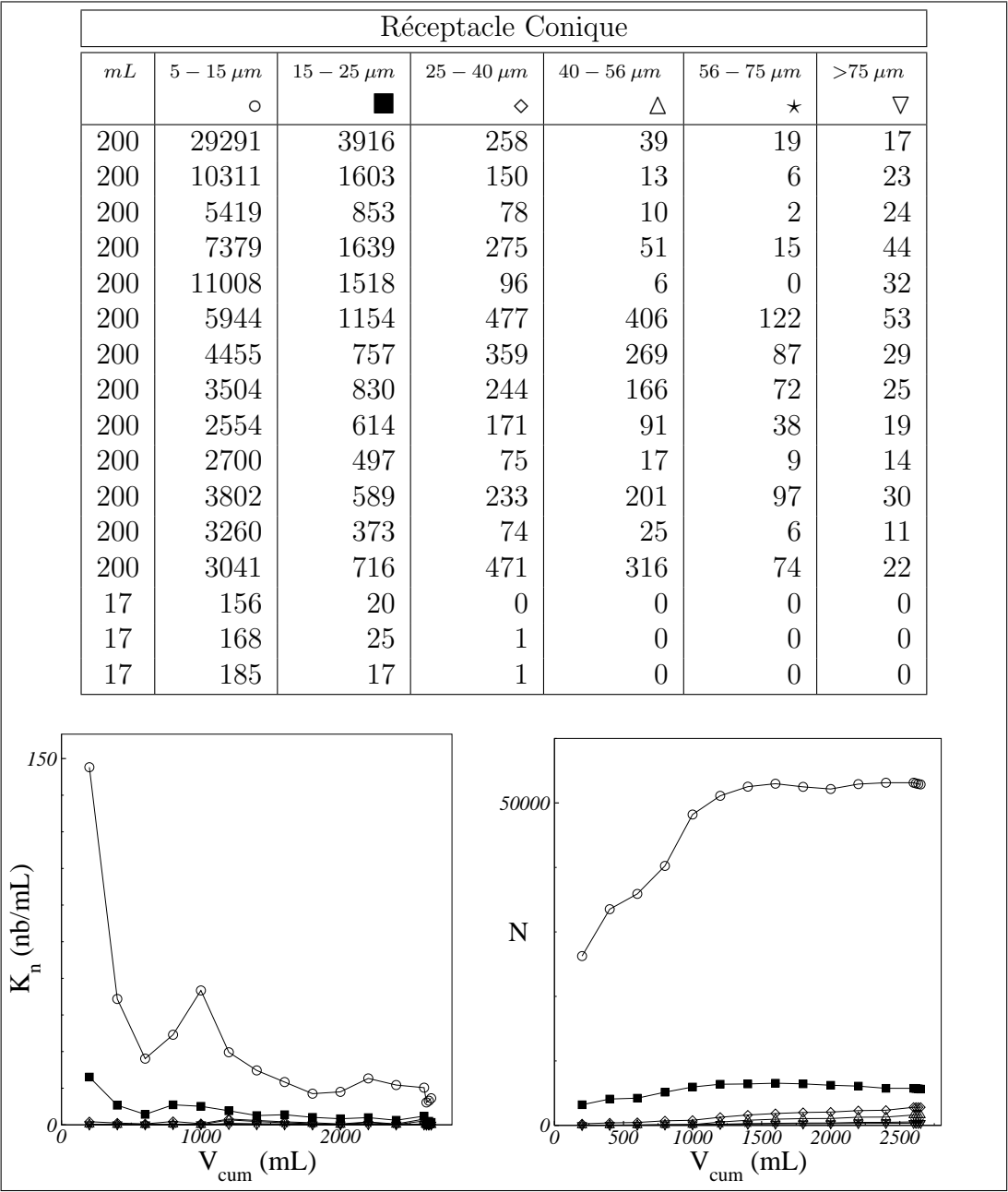
Fiche échantillon 37: Expérience 9 - Témoin eau



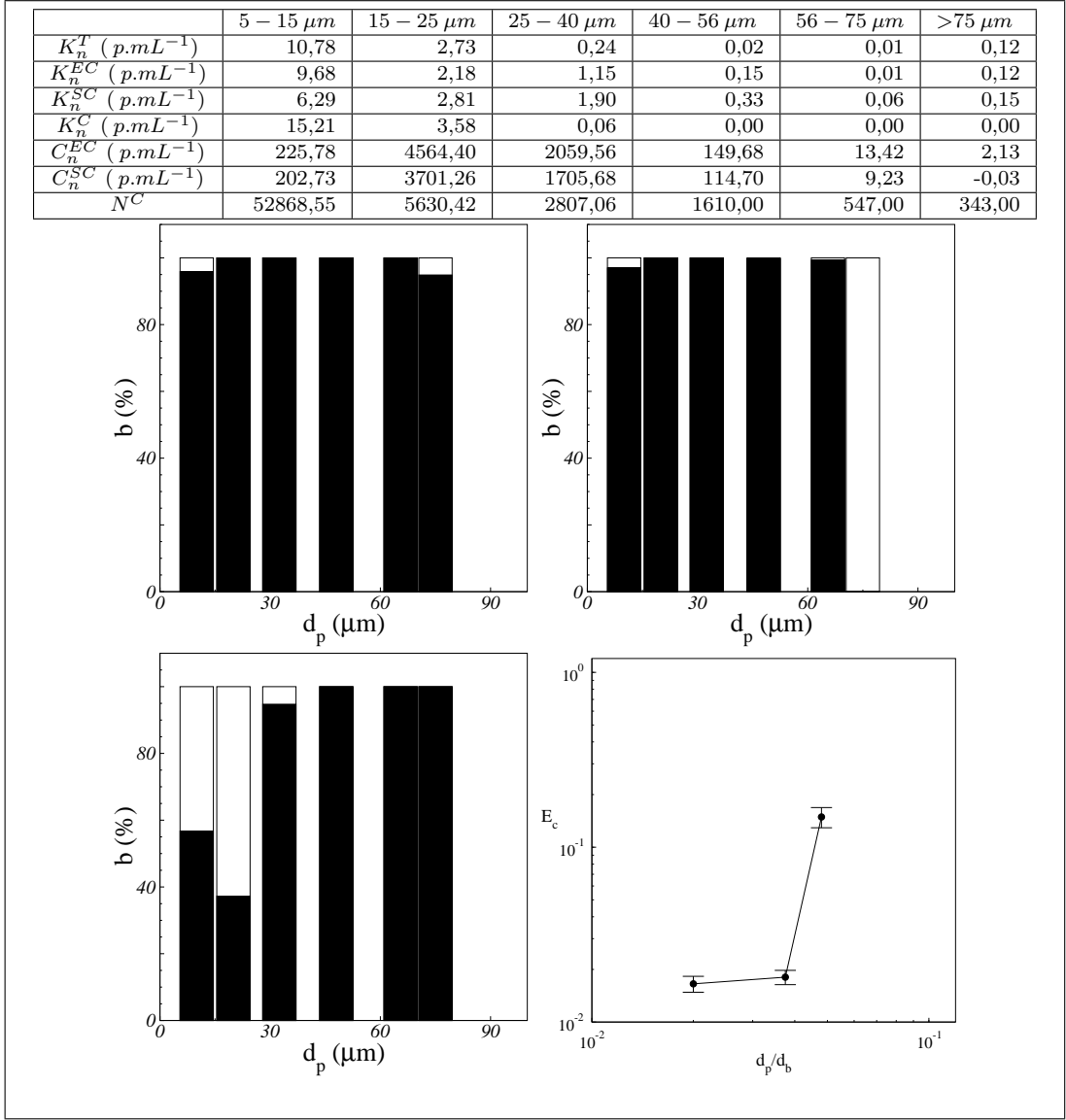
Fiche échantillon 38: Expérience 9 - Entrée de colonne



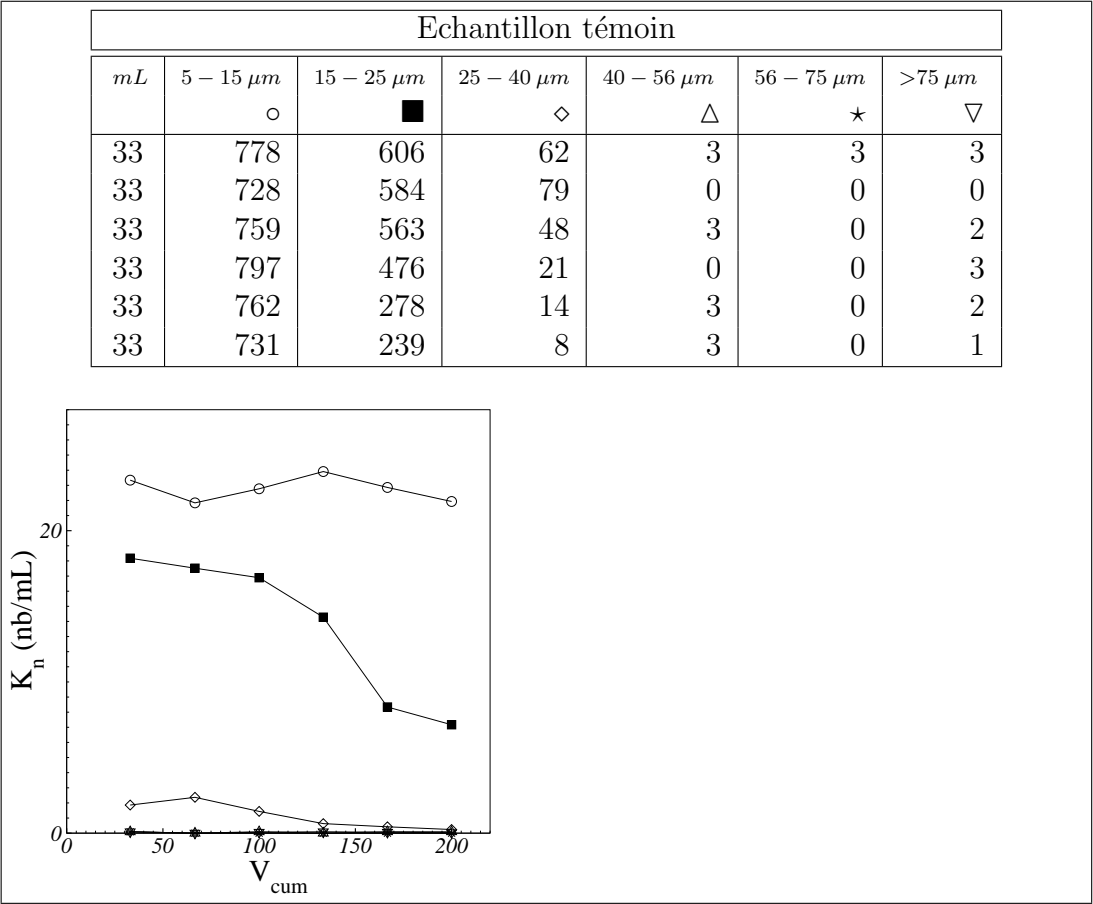
Fiche échantillon 39: Expérience 9 - Sortie de colonne



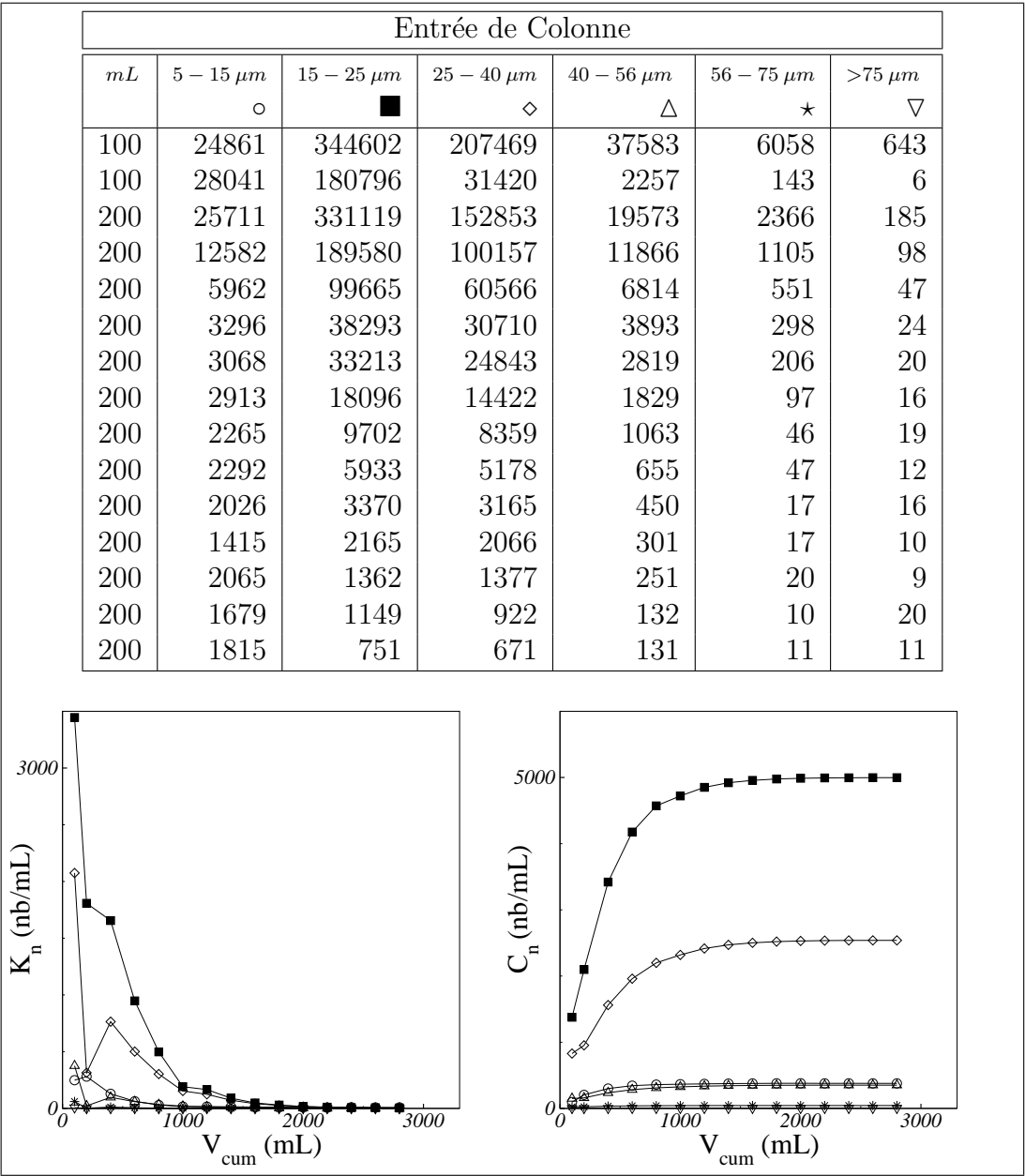
Fiche échantillon 40: Expérience 9 - Cône de capture



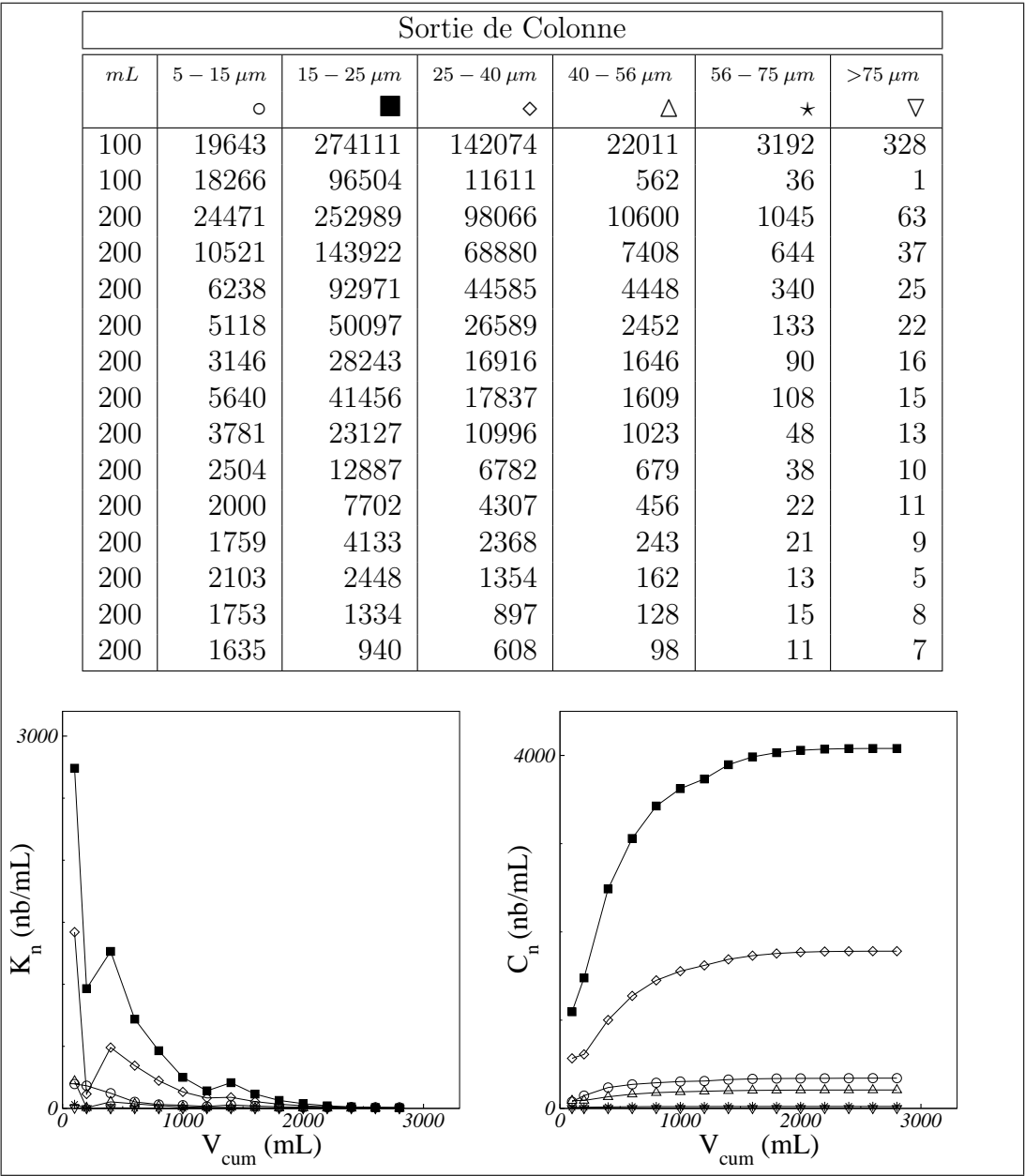
Fiche expérience 10: Expérience 9



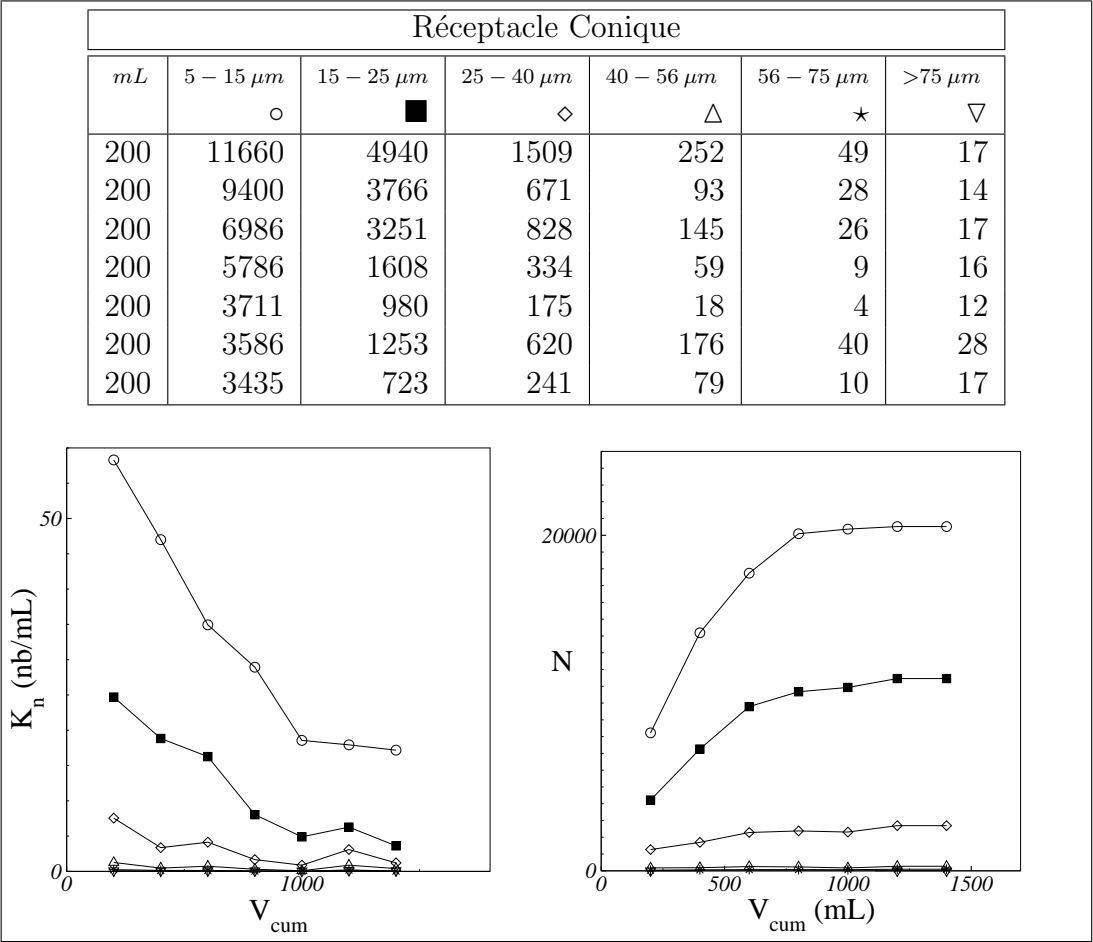
Fiche échantillon 41: Expérience 10 - Témoin eau



Fiche échantillon 42: Expérience 10 - Entrée de colonne

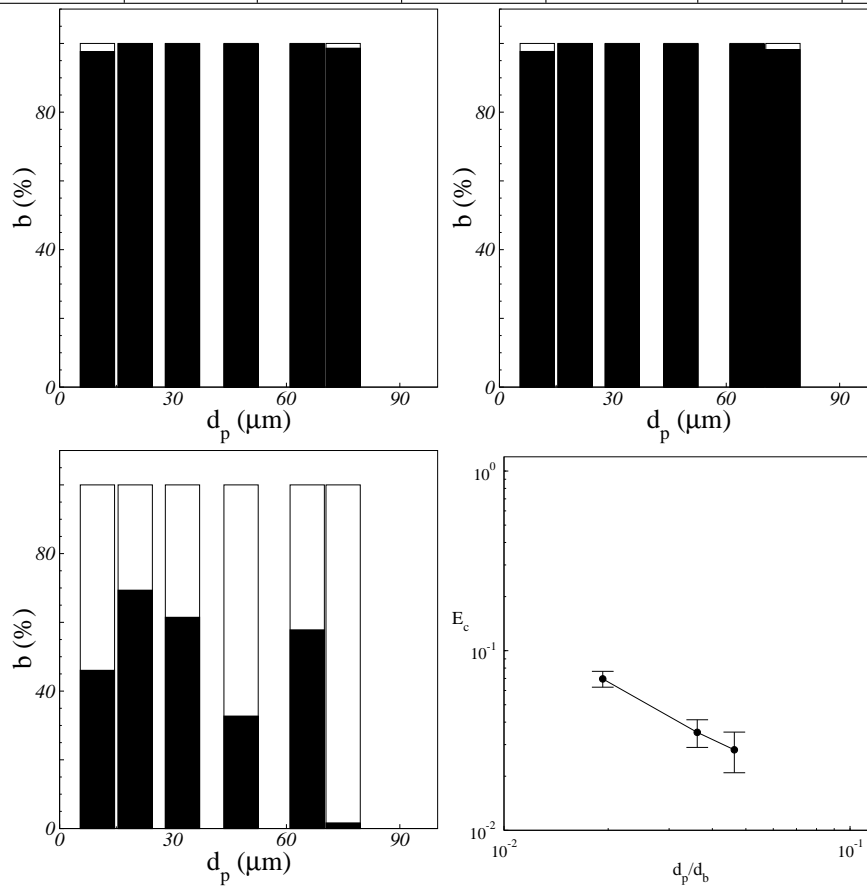




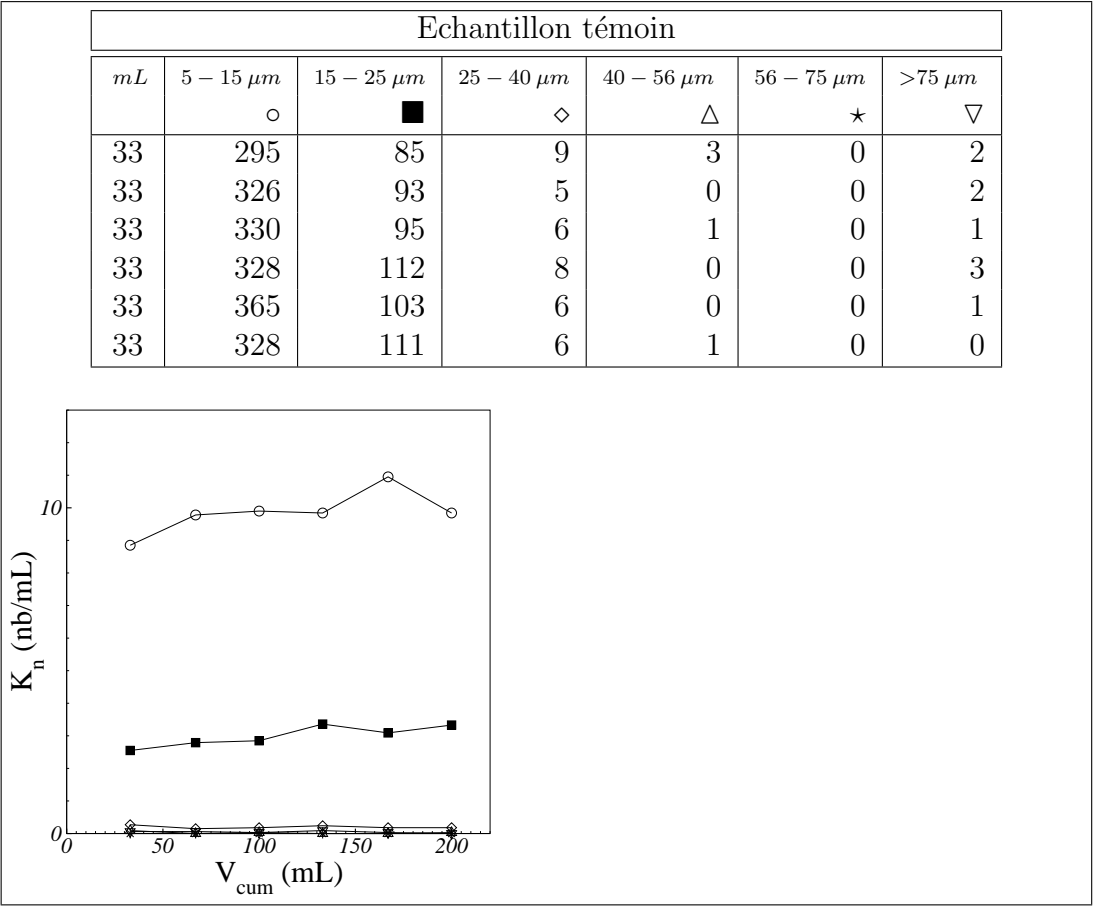


Fiche échantillon 44: Expérience 10 - Cône de capture

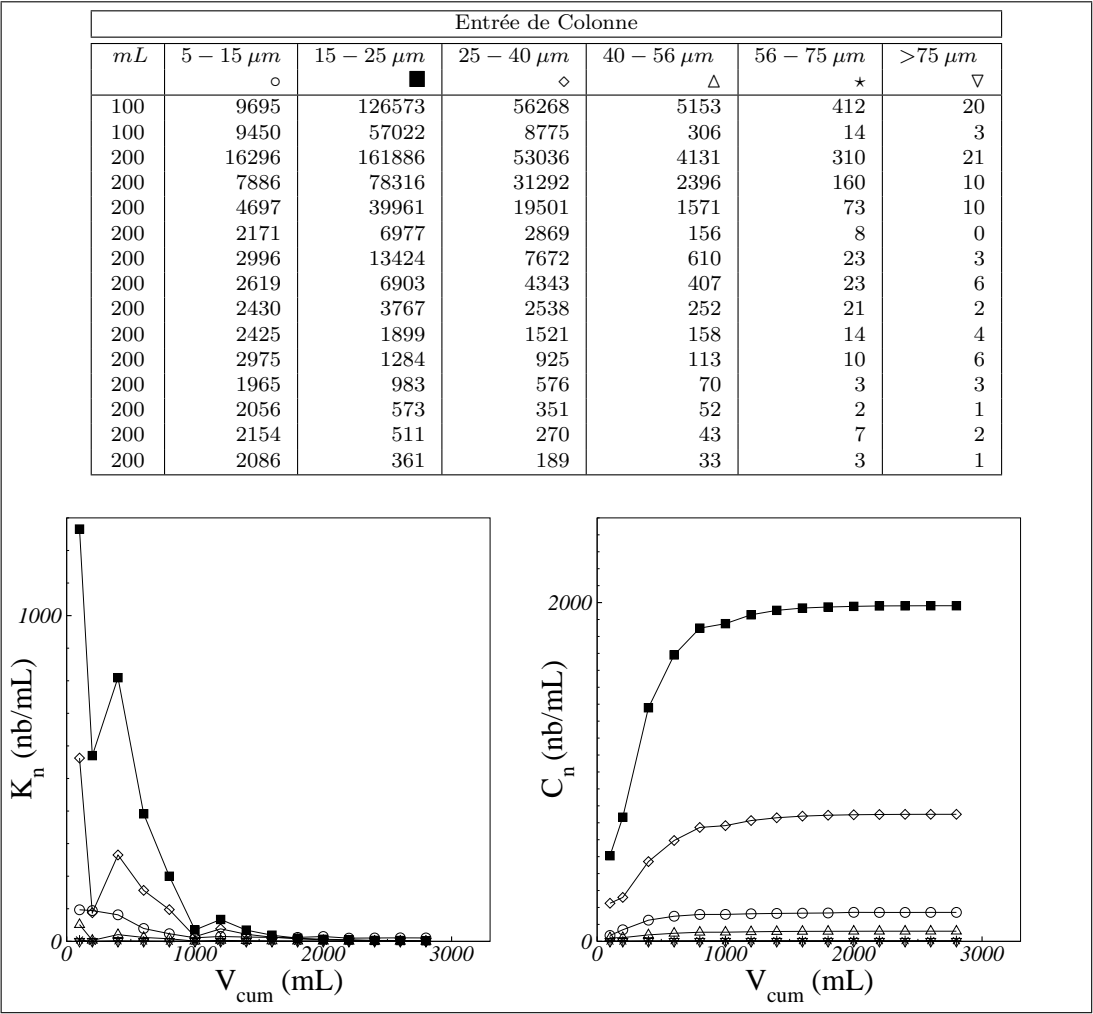
	5 – 15 $\mu m$	15 – 25 $\mu m$	25 – 40 $\mu m$	40 – 56 $\mu m$	56 – 75 $\mu m$	>75 $\mu m$
$K_n^T$ (p.mL <sup>-1</sup> )	22,78	13,73	1,16	0,06	0,02	0,06
$K_n^{EC}$ (p.mL <sup>-1</sup> )	9,08	3,76	3,36	0,66	0,06	0,06
$K_n^{SC}$ (p.mL <sup>-1</sup> )	8,18	4,70	3,04	0,49	0,06	0,04
$K_n^C$ (p.mL <sup>-1</sup> )	17,18	3,62	1,21	0,40	0,05	0,09
$C_n^{EC}$ (p.mL <sup>-1</sup> )	378,32	4997,13	2539,14	351,13	43,35	3,93
$C_n^{SC}$ (p.mL <sup>-1</sup> )	342,75	4078,82	1781,43	208,61	22,41	1,89
$N^C$	20519,00	11460,00	2691,00	269,00	96,00	2,00



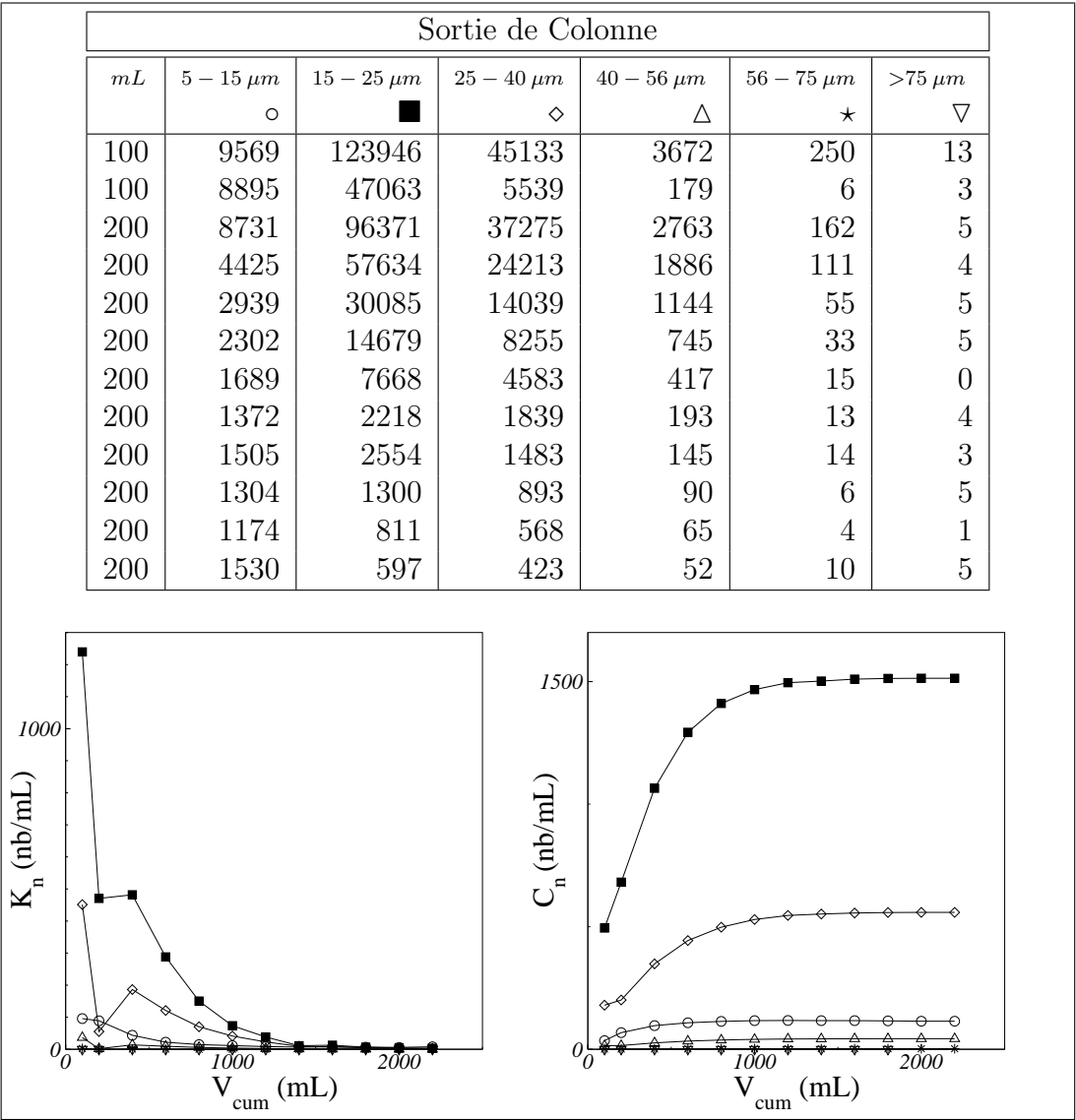
Fiche expérience 11: Expérience 10



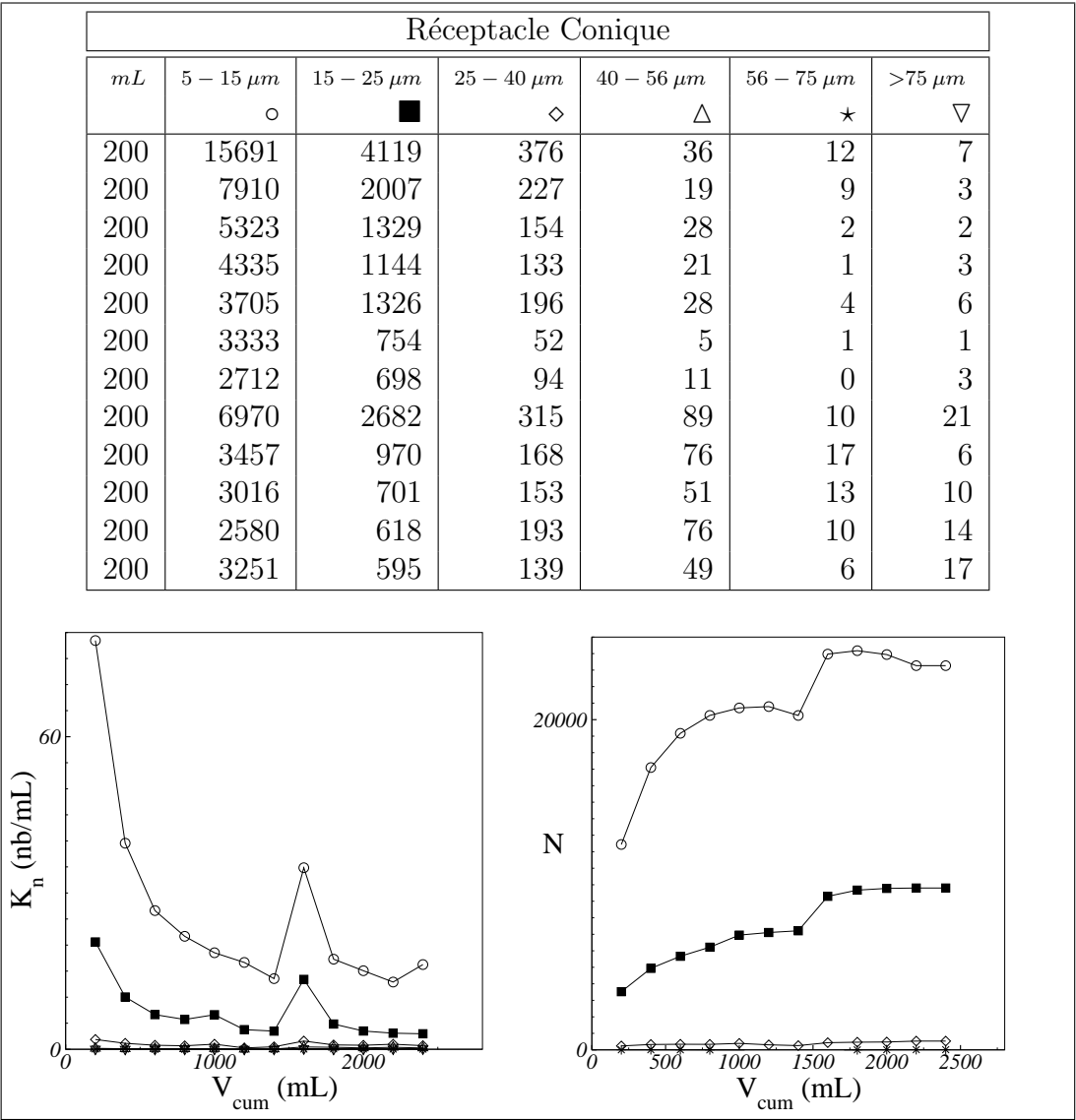
Fiche échantillon 45: Expérience 11 - Témoin eau



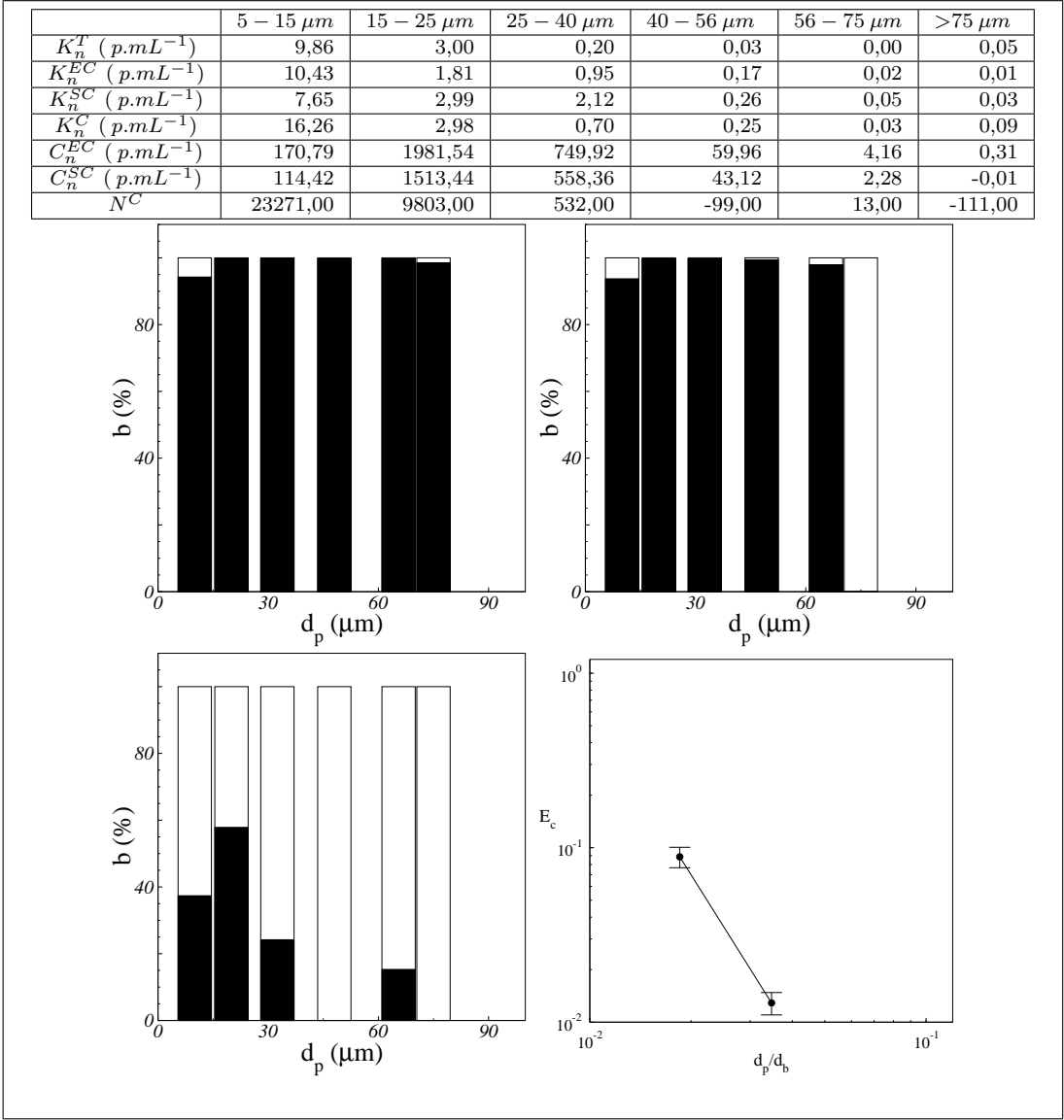
Fiche échantillon 46: Expérience 11 - Entrée de colonne



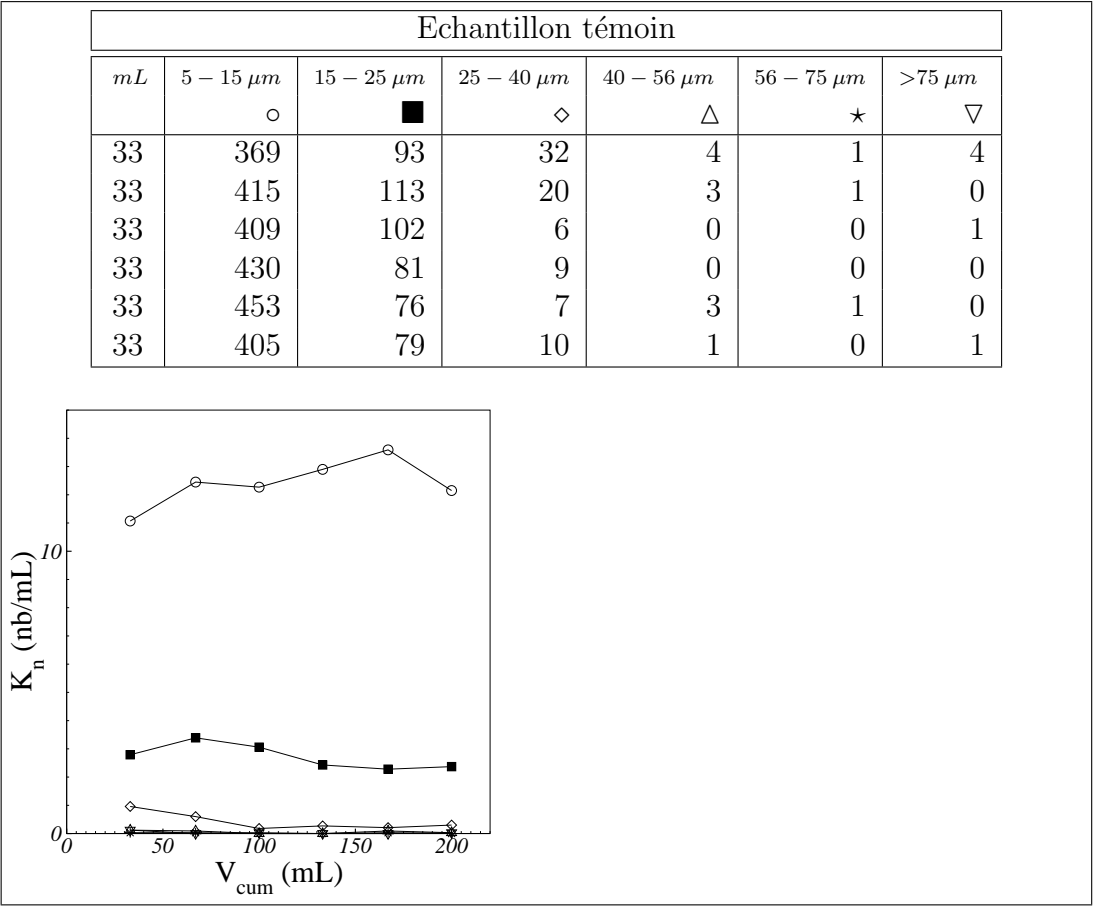
Fiche échantillon 47: Expérience 11 - Sortie de colonne



Fiche échantillon 48: Expérience 11 - Cône de capture

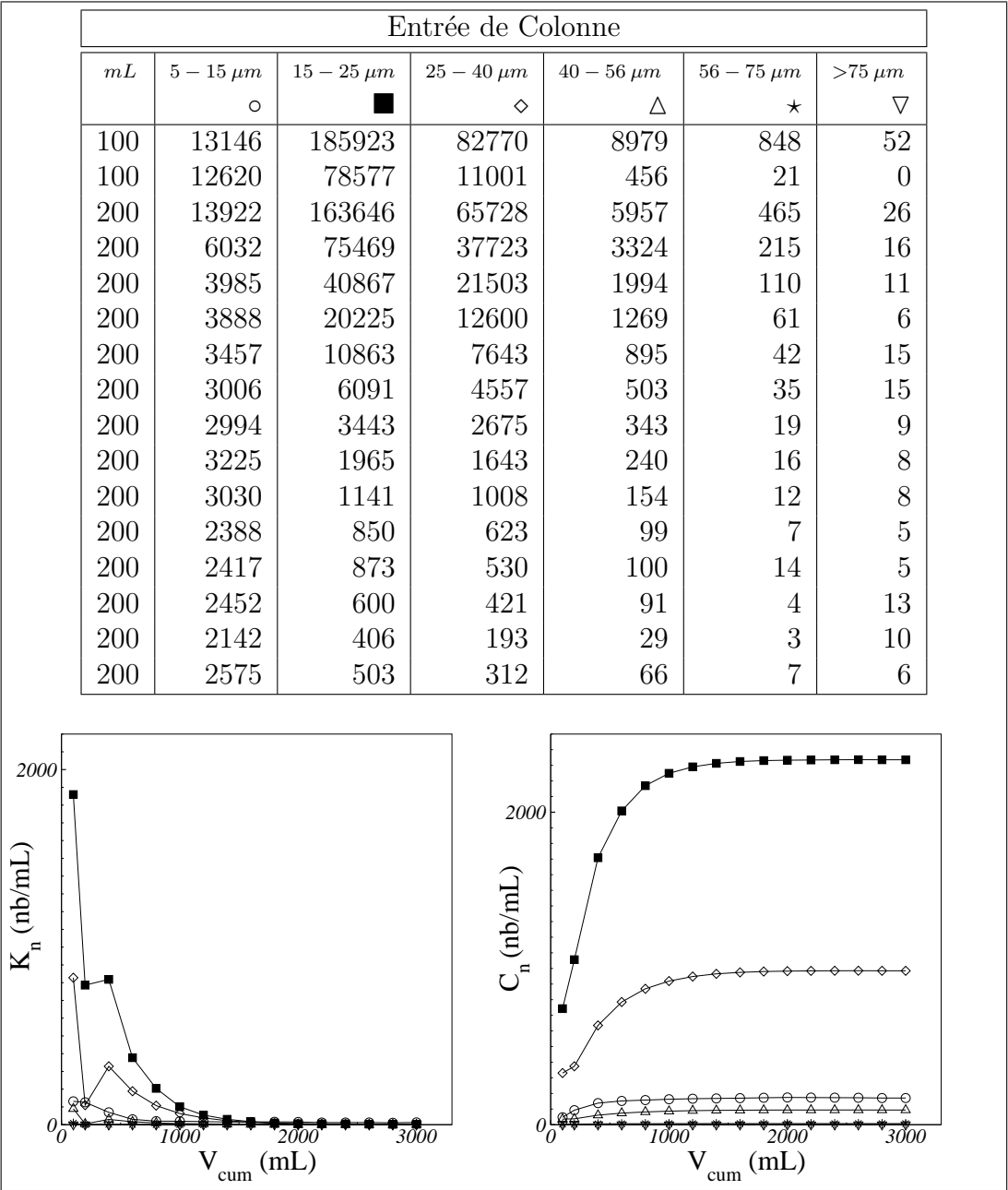


Fiche expérience 12: Expérience 11

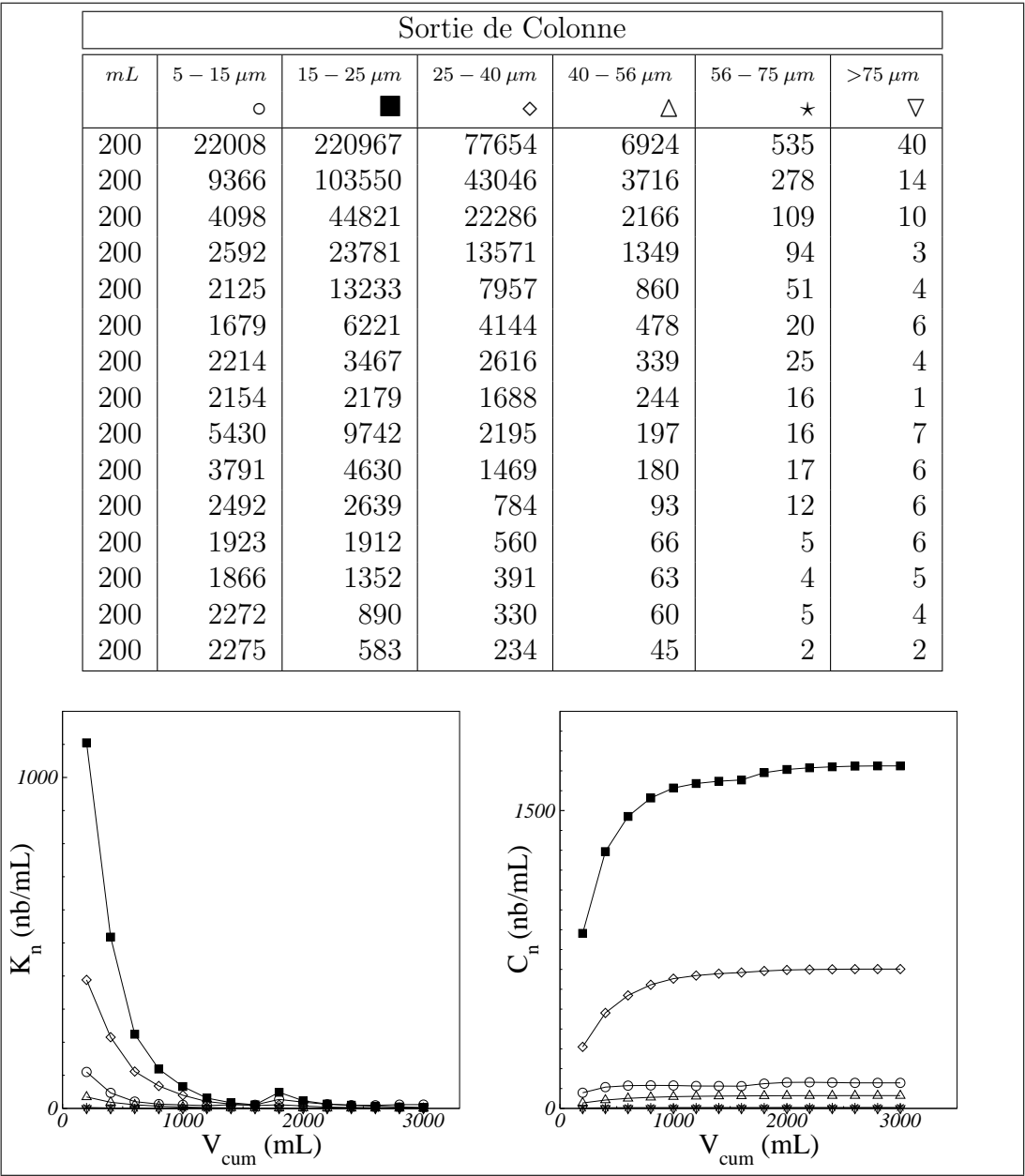


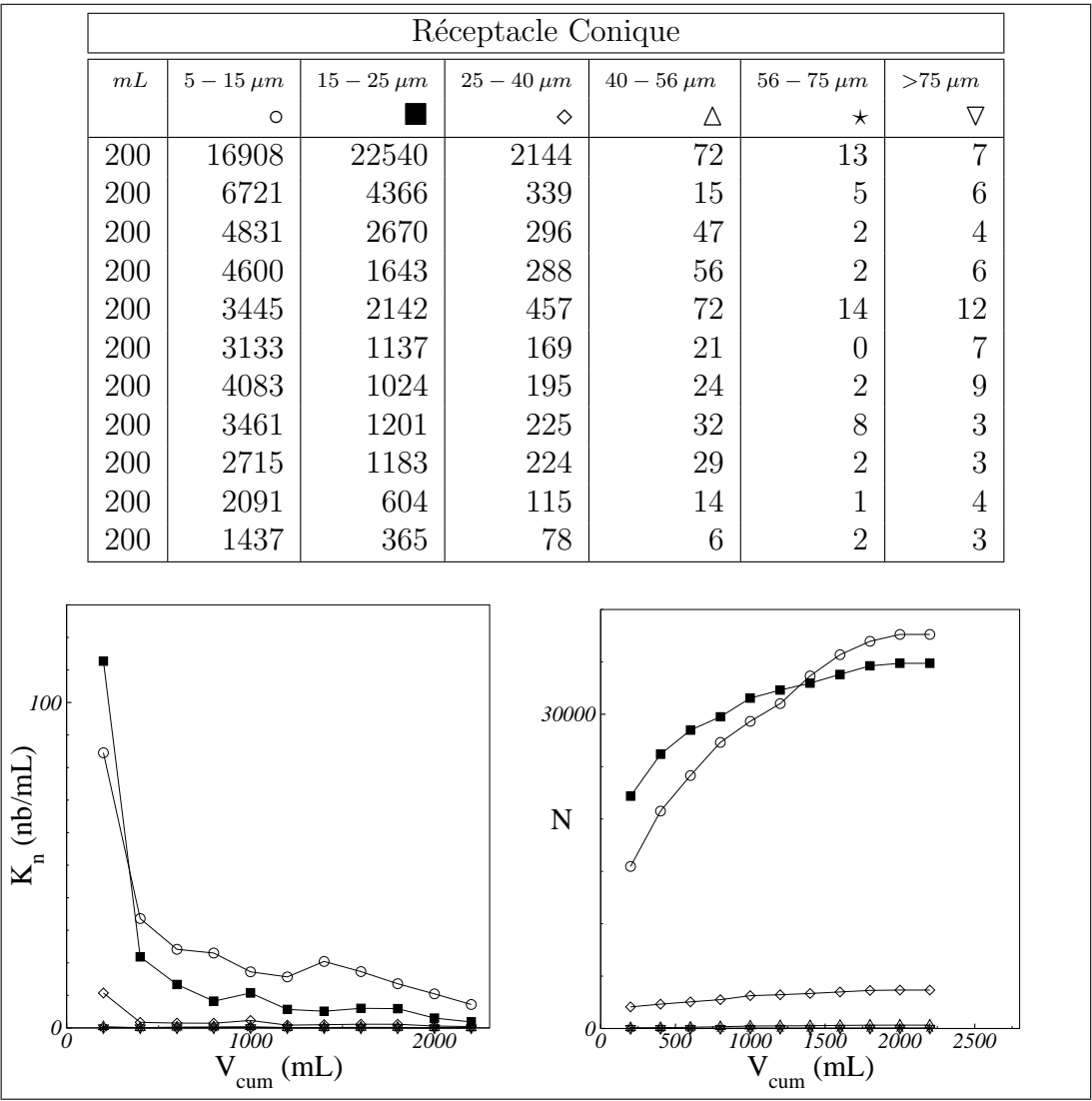
Fiche échantillon 49: Expérience 12 - Témoin eau



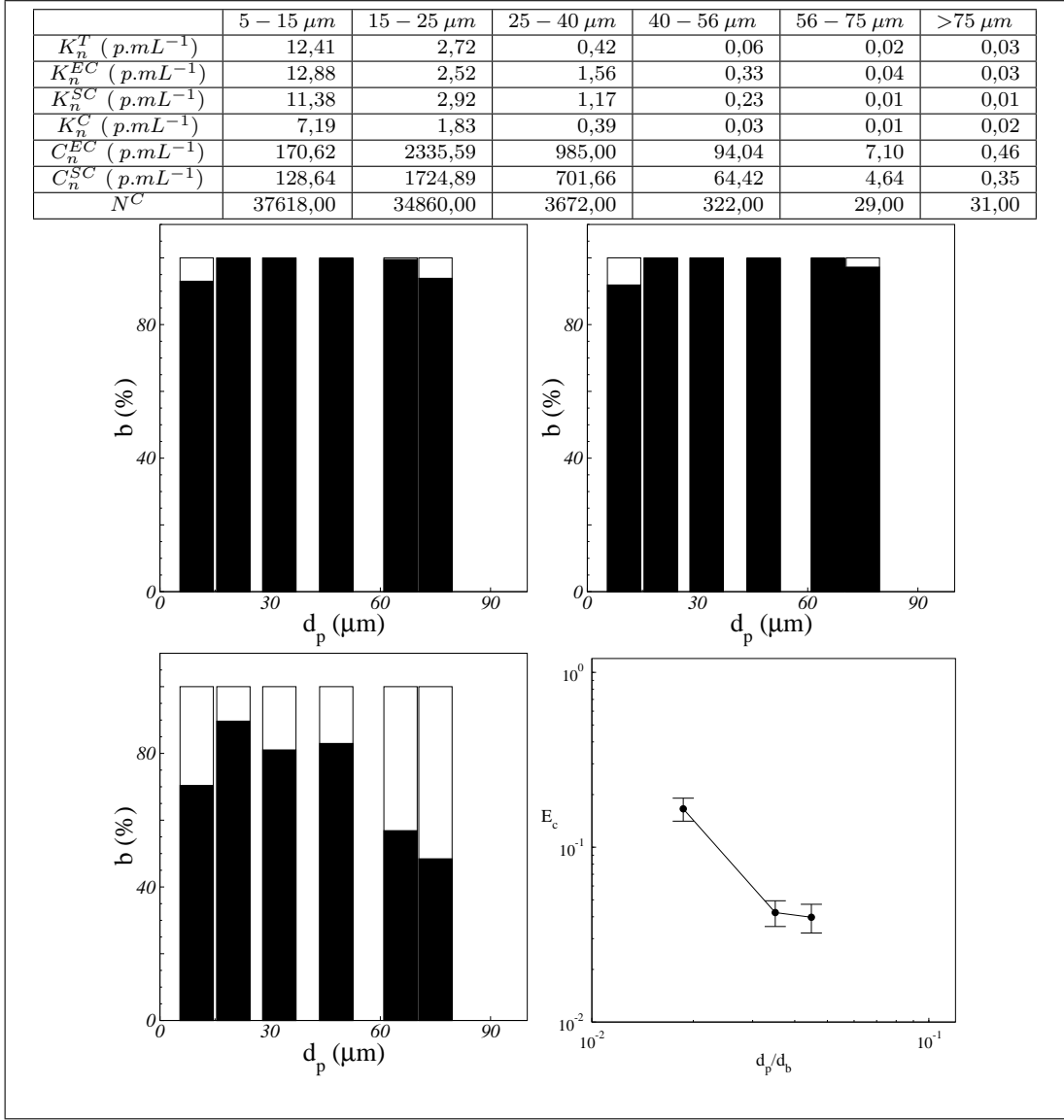


Fiche échantillon 50: Expérience 12 - Entrée de colonne

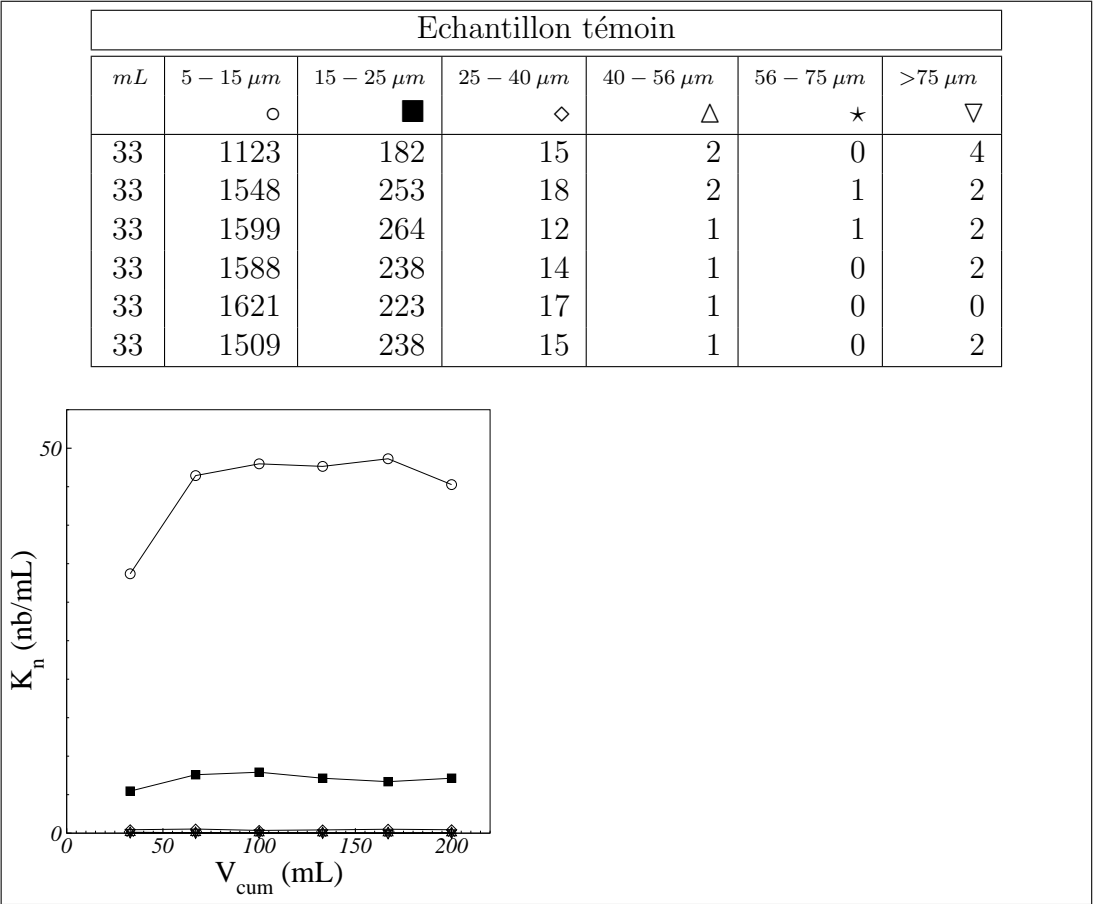




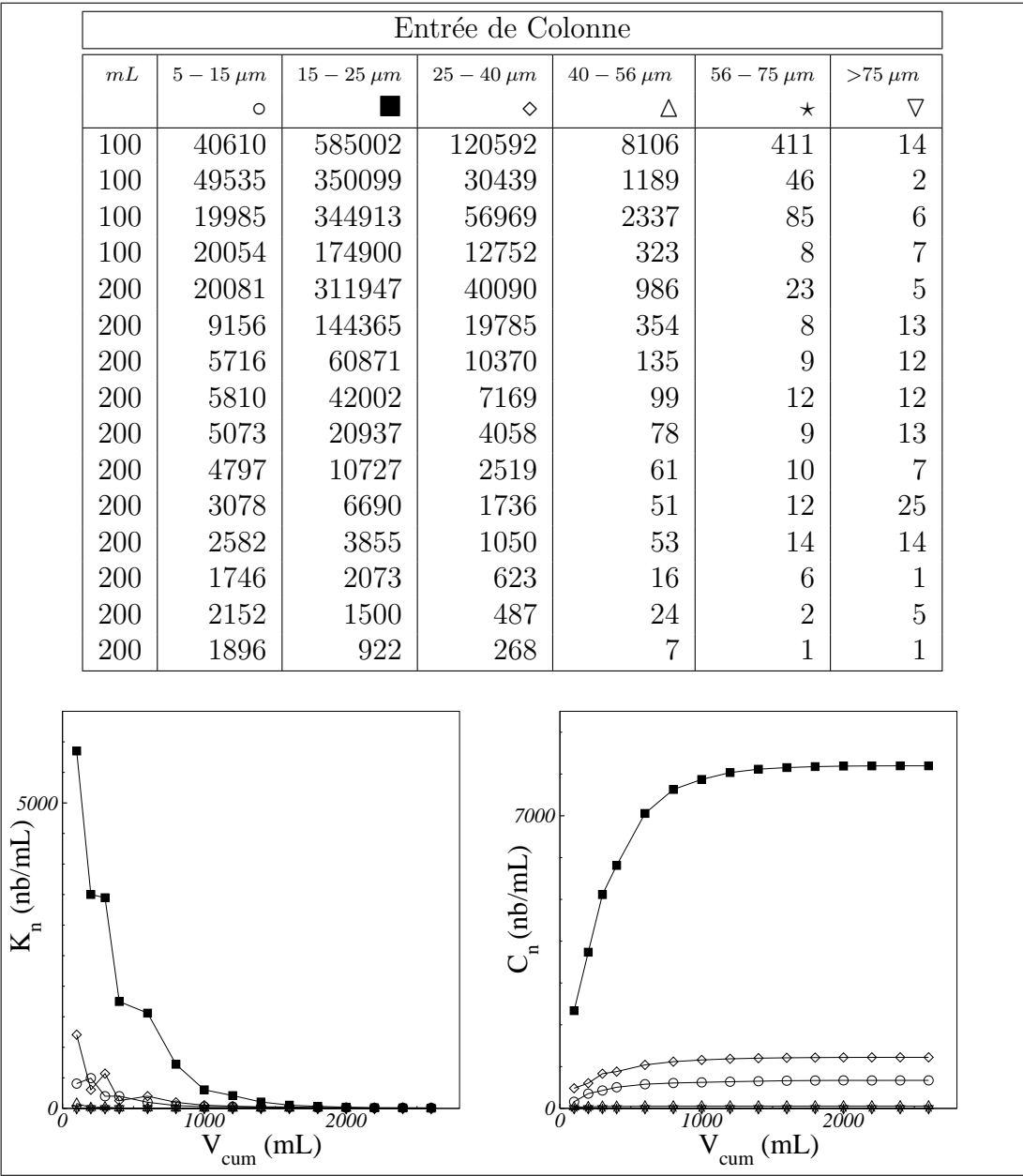
Fiche échantillon 52: Expérience 12 - Cône de capture



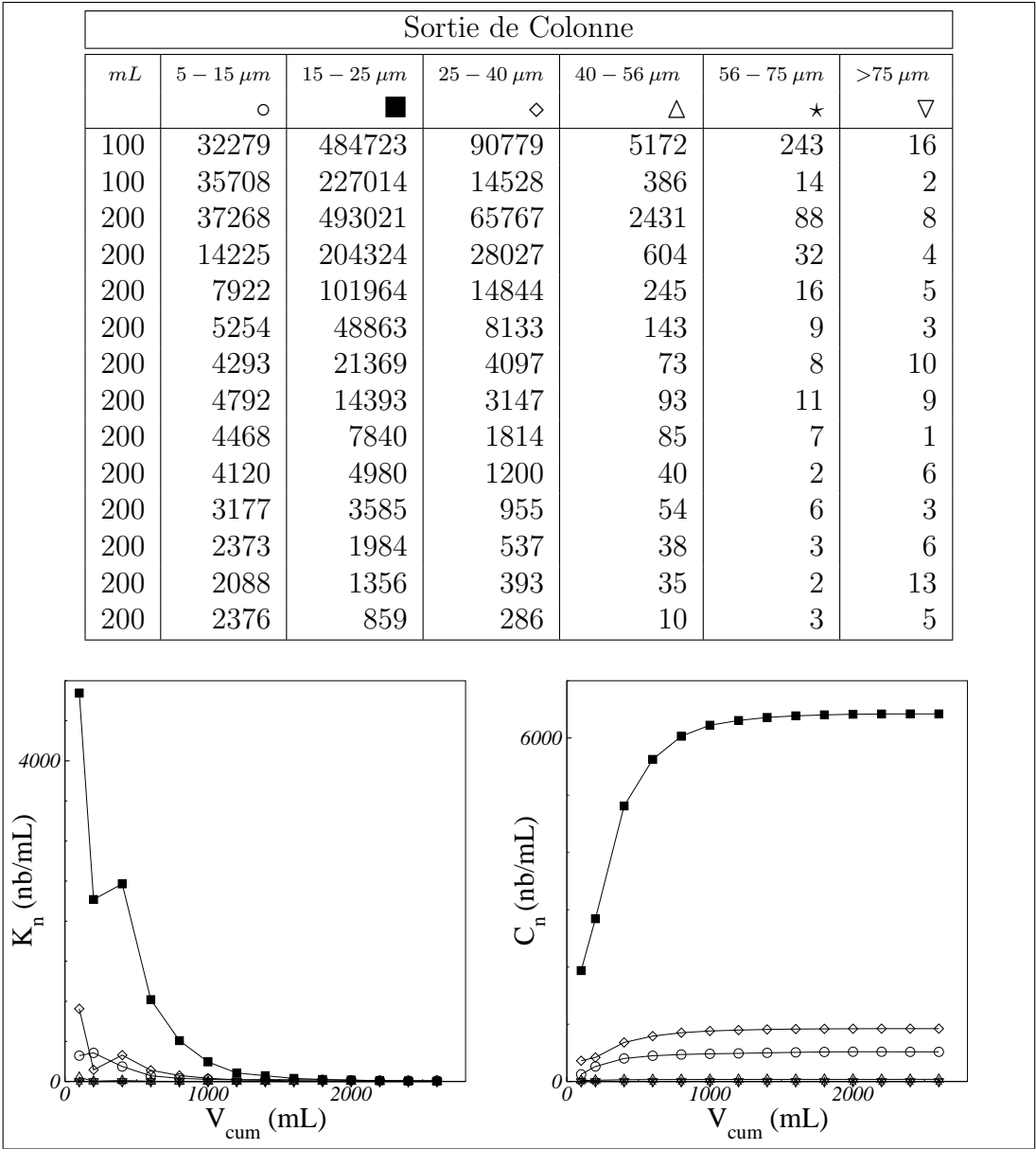
Fiche expérience 13: Expérience 12

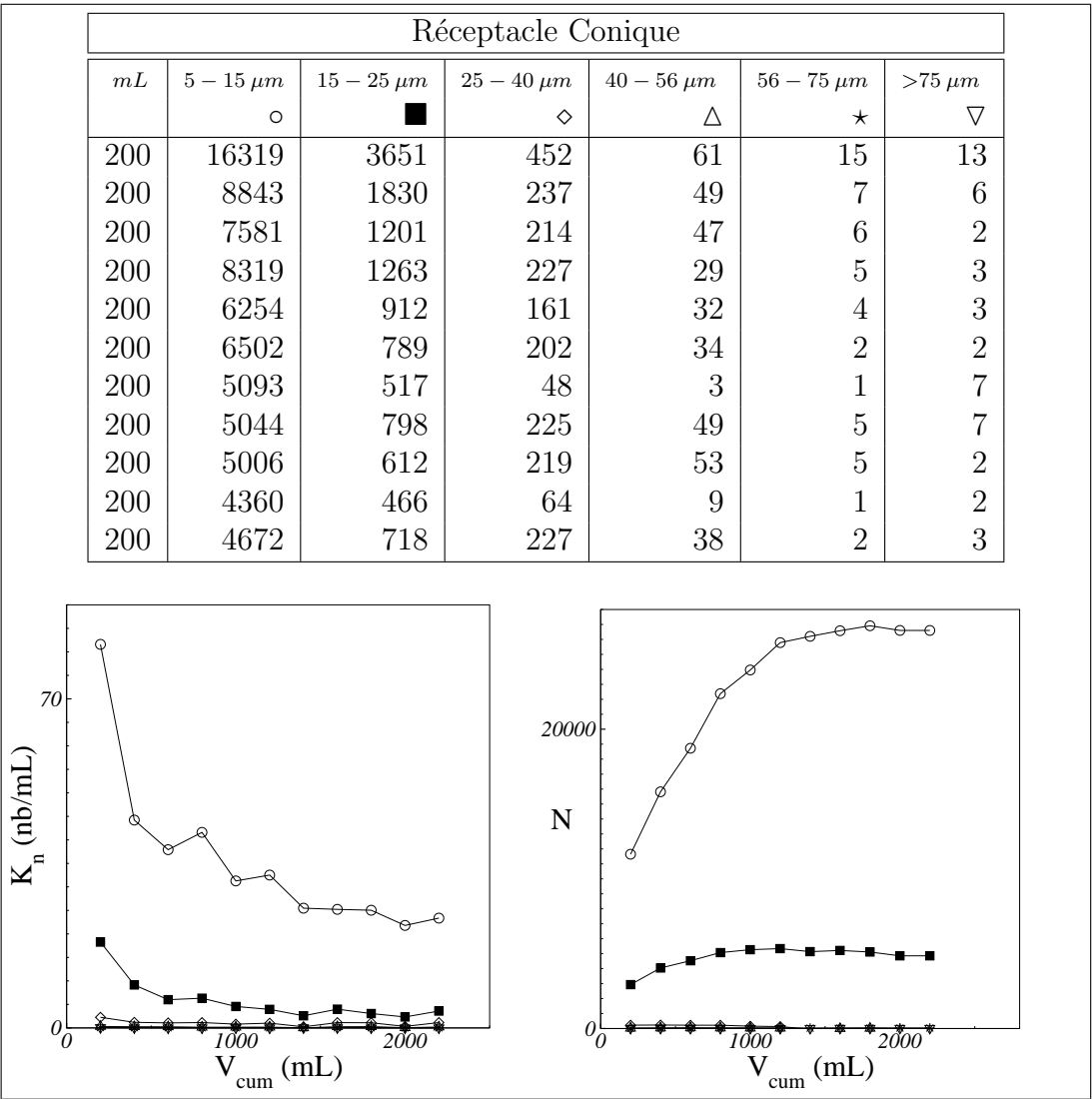


Fiche échantillon 53: Expérience 13 - Témoin eau



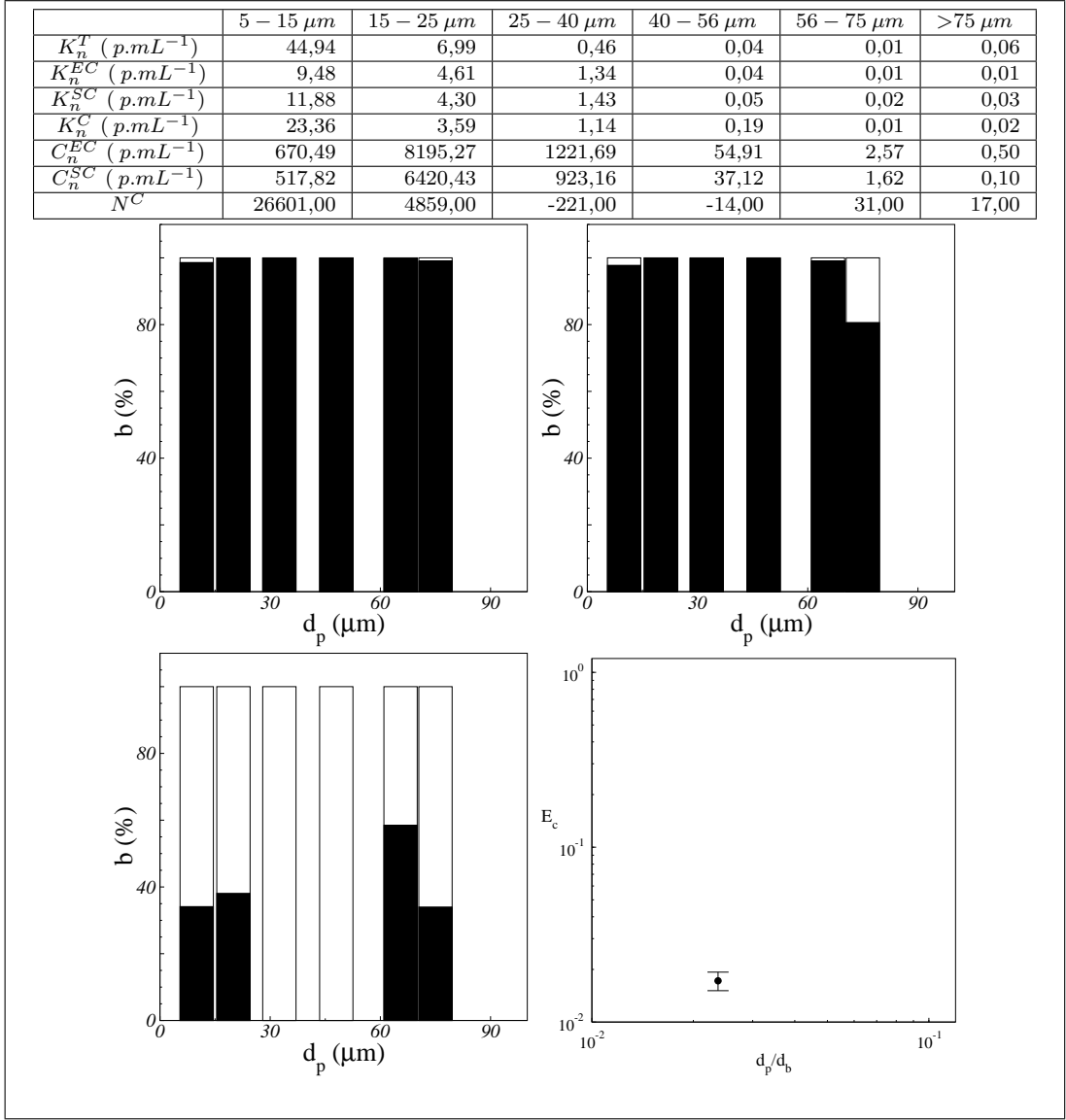
Fiche échantillon 54: Expérience 13 - Entrée de colonne



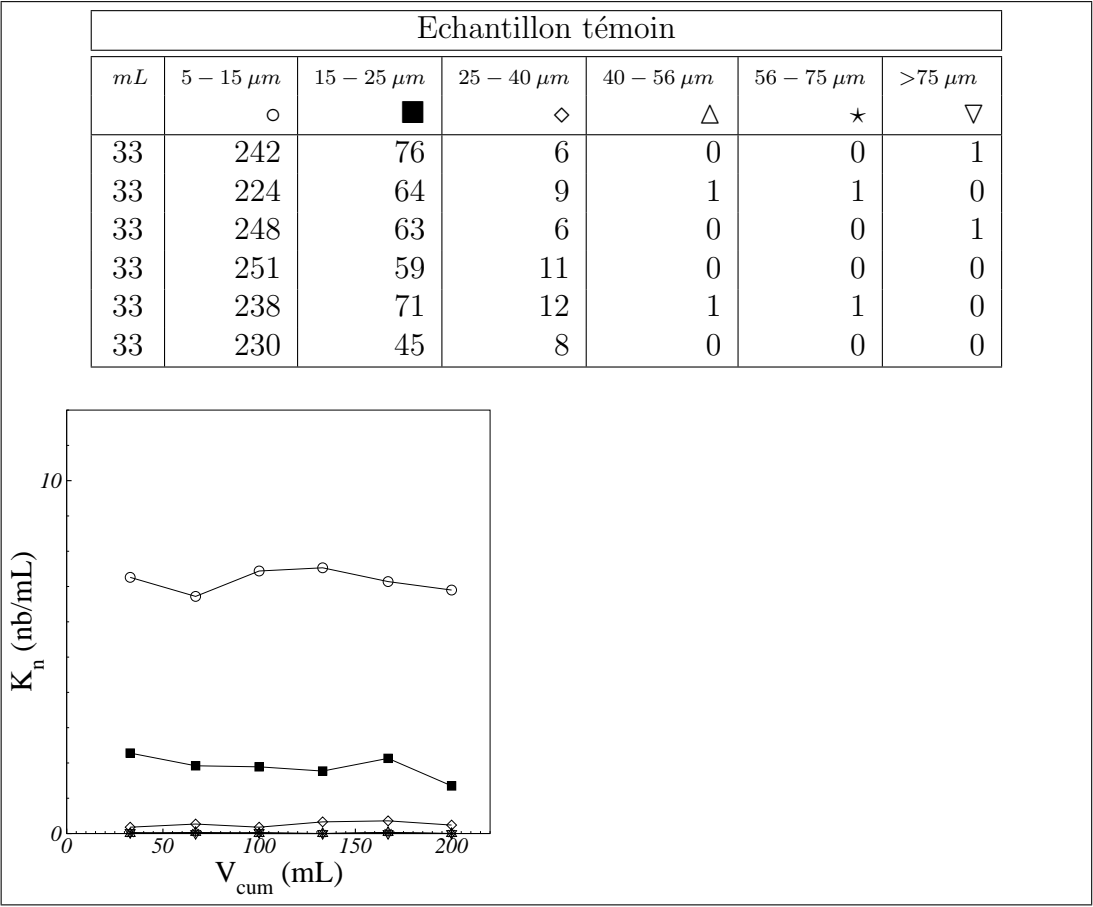


Fiche échantillon 56: Expérience 13 - Cône de capture

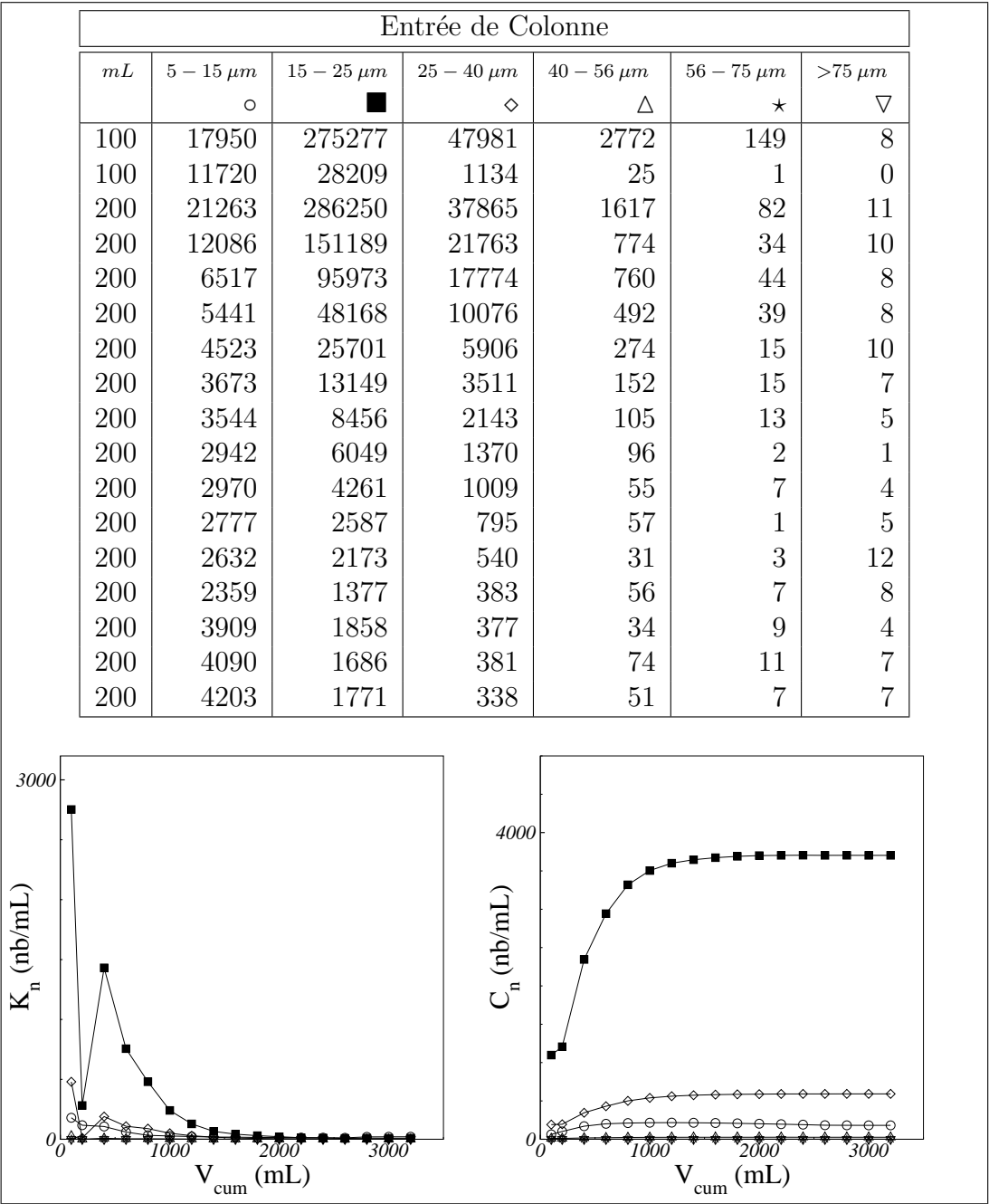




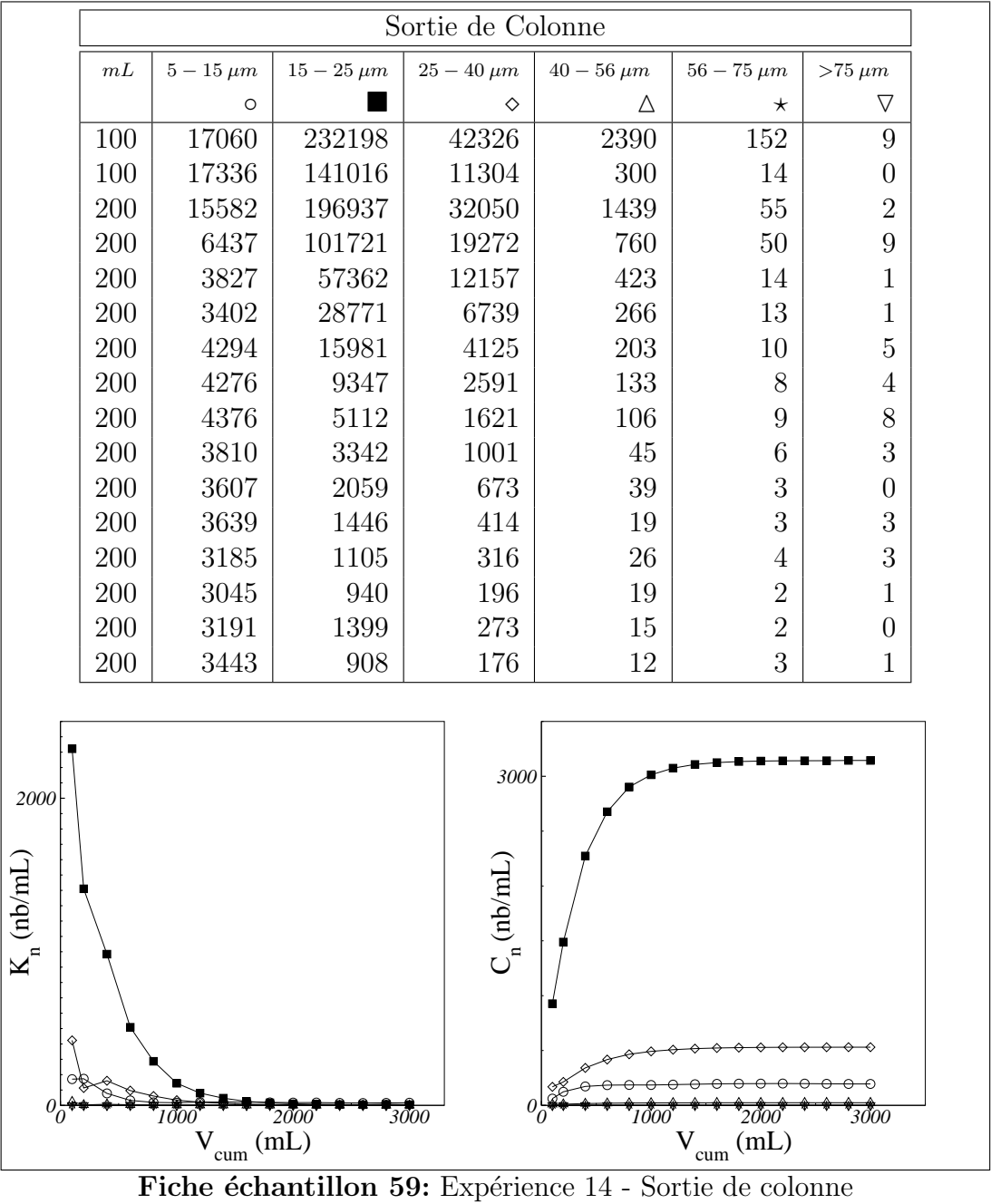
Fiche expérience 14: Expérience 13

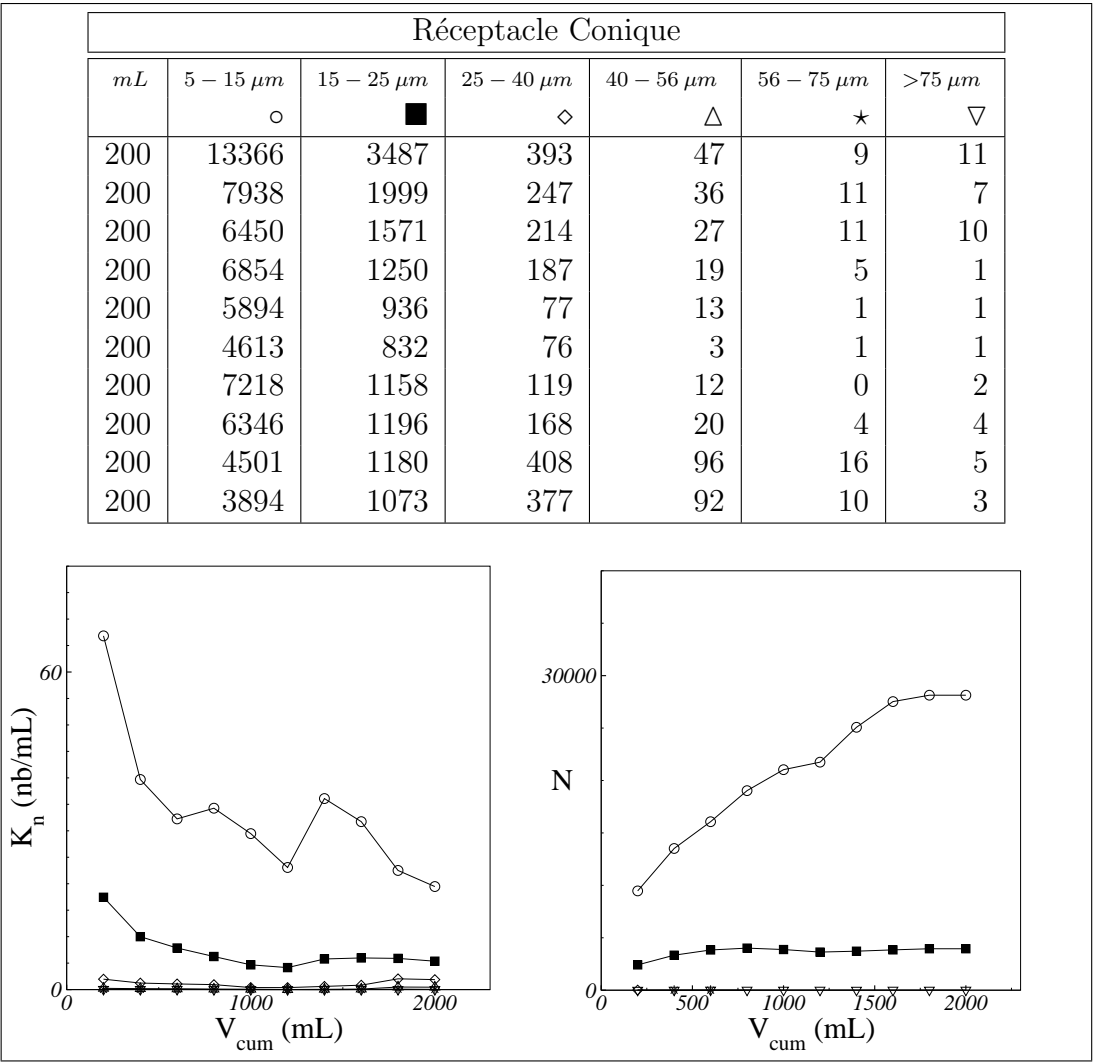


Fiche échantillon 57: Expérience 14 - Témoin eau

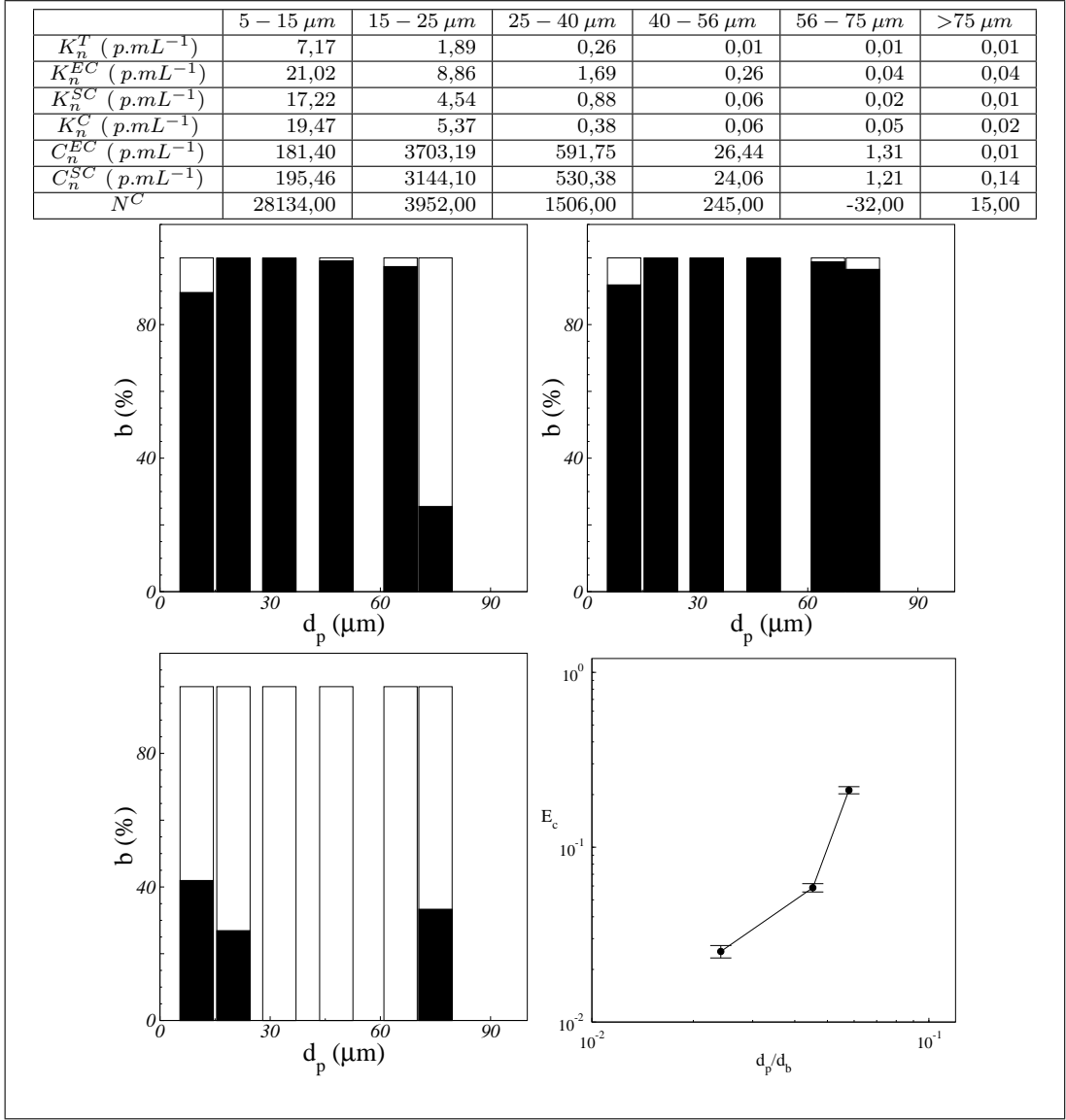


Fiche échantillon 58: Expérience 14 - Entrée de colonne

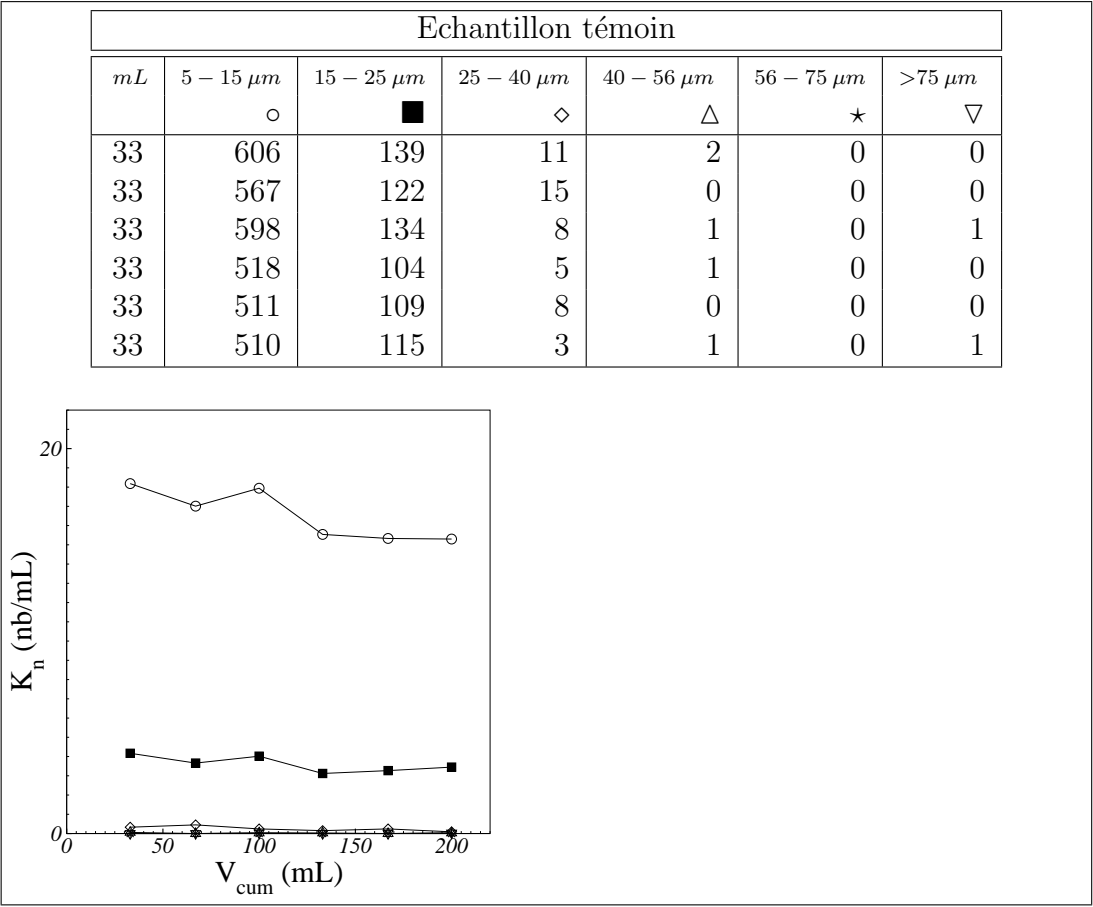




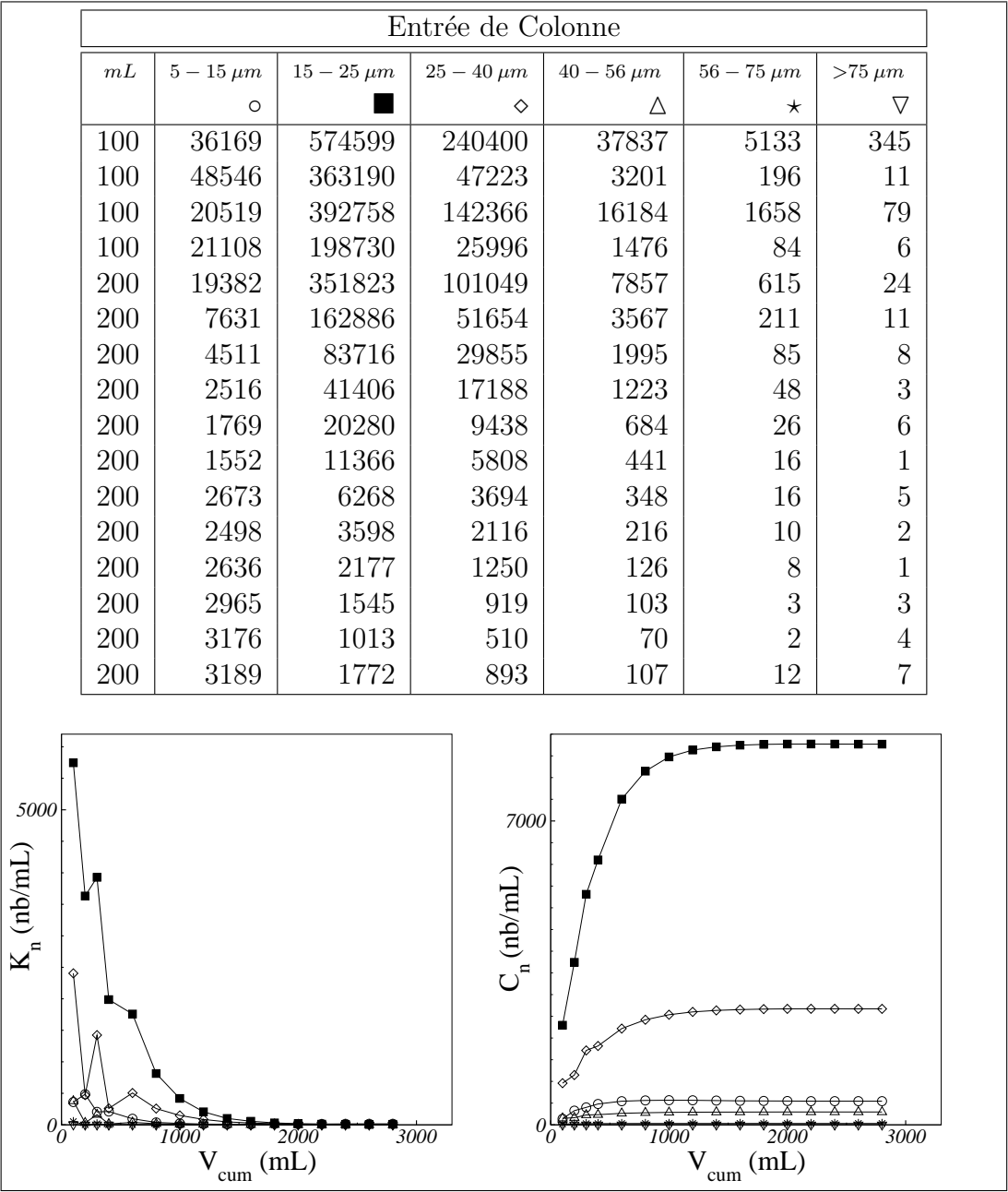
Fiche échantillon 60: Expérience 14 - Cône de capture



Fiche expérience 15: Expérience 14

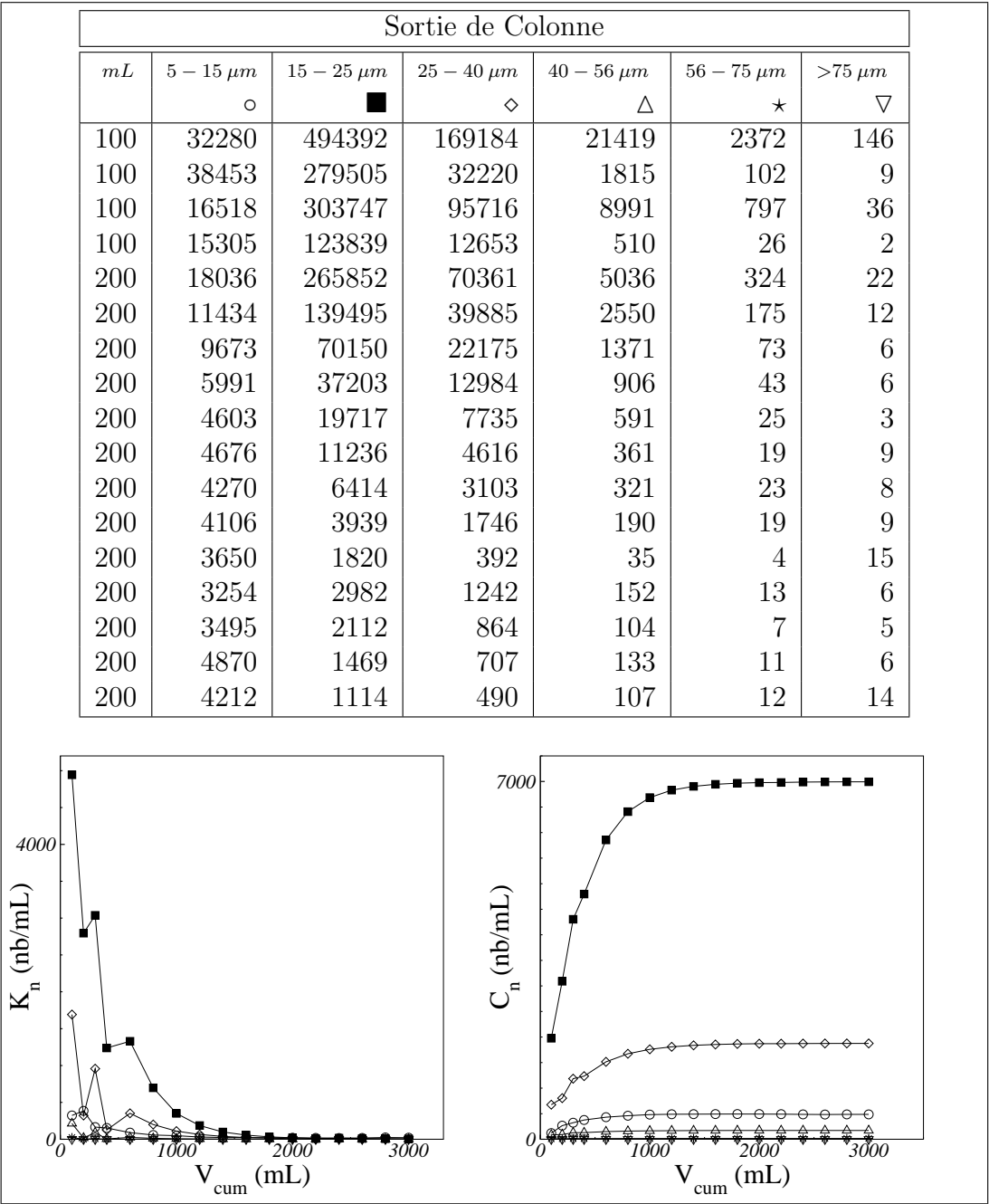


Fiche échantillon 61: Expérience 15 - Témoin eau

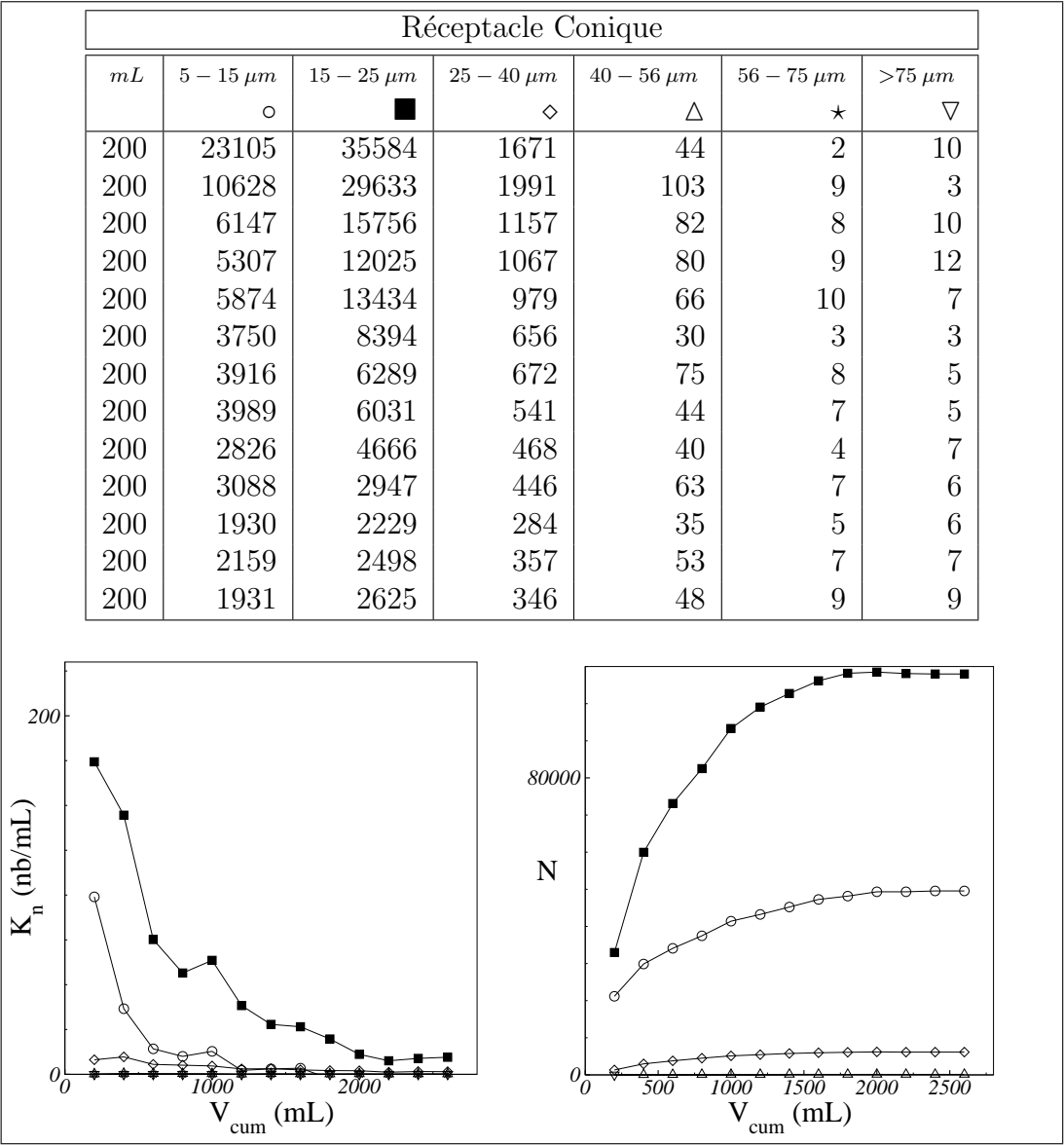


Fiche échantillon 62: Expérience 15 - Entrée de colonne

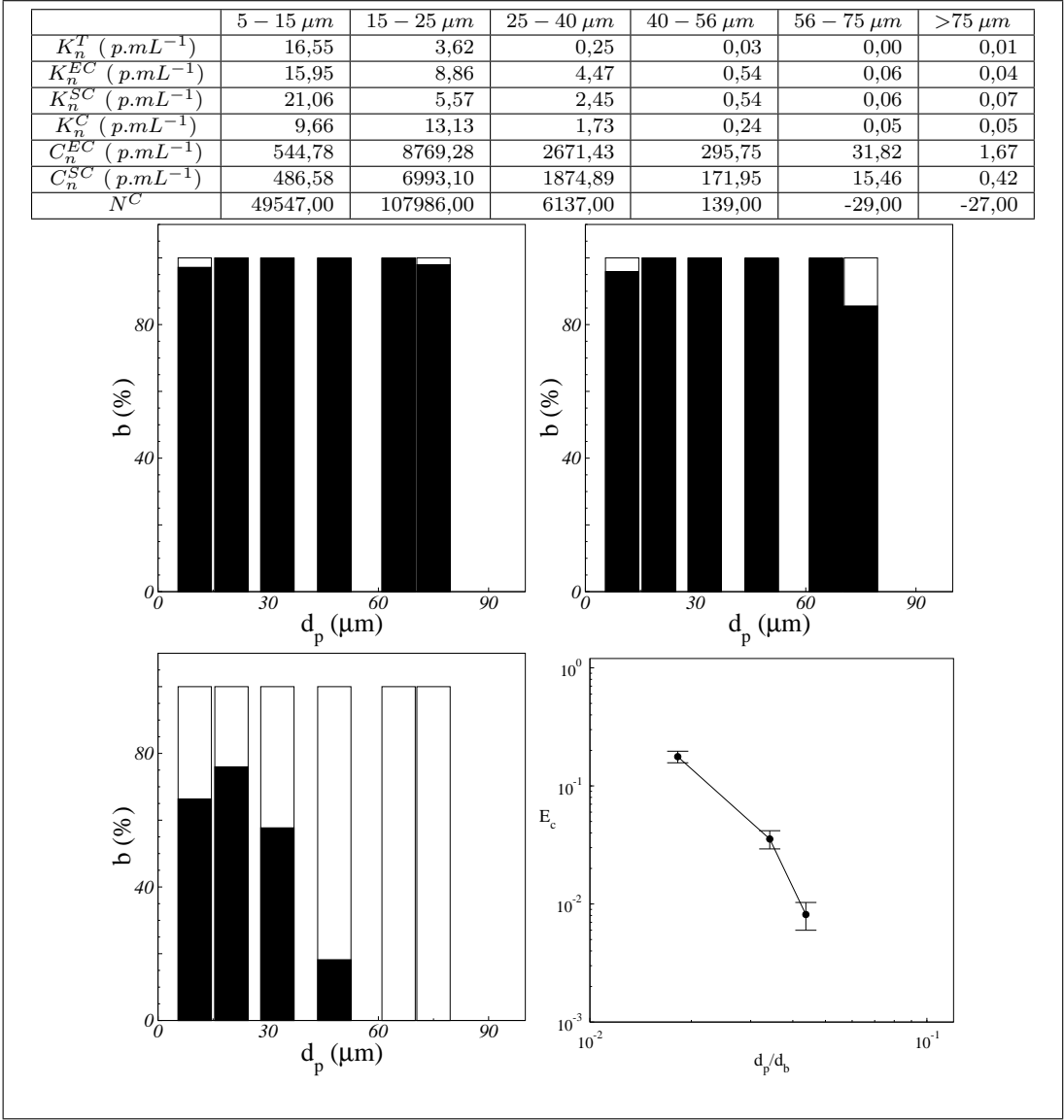




Fiche échantillon 63: Expérience 15 - Sortie de colonne



Fiche échantillon 64: Expérience 15 - Cône de capture



Fiche expérience 16: Expérience 15



## Annexe D

### Fonction $k_3(\theta_{cont})$

La fonction  $k_3(\theta_{cont})$  introduite dans la section 3.6.5 pour modéliser l'efficacité de collision pour une bulle partiellement contaminée est en fait une correction apportée au nombre de Reynolds de la bulle  $Re_b$ . L'idée est de décrire l'évolution de l'efficacité à l'aide du nombre de Reynolds modifié  $Re_b^*$  pour prendre en compte l'état de contamination de la bulle :

$$Re_b = k_3(\theta_{cont}) Re_b^* \quad (D.1)$$

Le nombre de Reynolds compare les effets d'inertie du fluide aux effets visqueux :

$$Re_b = \frac{\rho U \cdot \nabla U}{\nabla \cdot \tau} \quad (D.2)$$

où  $\tau$  représente ici les contraintes visqueuses. Connaissant une échelle de longueur  $d_b$  et une échelle de vitesse  $V_\infty$  caractéristiques de l'écoulement, il est possible d'estimer  $\rho U \cdot \nabla U \sim \rho V_\infty^2 / d_b$  et  $\nabla \cdot \tau \sim \mu V_\infty / d_b^2$  et le nombre de Reynolds s'exprime alors :

$$Re_b = \frac{\rho V_\infty d_b}{\mu} \quad (D.3)$$

que ce soit pour une bulle propre ou une bulle contaminée. Nous souhaitons ici introduire un nombre de Reynolds modifié permettant de prendre en compte l'état de surface de la bulle. Une surface propre ou contaminée présente des conditions de contraintes visqueuses différentes. Ainsi sur la partie propre de la bulle ( $0 < \theta < \theta_{cont}$ ) le liquide externe est très faiblement cisailé compte tenu du rapport des viscosités et la vitesse tangentielle à la surface varie fortement entre le point d'arrêt et le début de la zone contaminée où cette vitesse est nulle. En estimant que la vitesse tangentielle du fluide est maximale au milieu de la partie propre, c'est à dire à la distance curviligne  $r_b \theta_{cont} / 2$  du point d'arrêt amont, la contrainte qui subie la plus forte variation s'exprime par :

$$\mu \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} \sim \mu \frac{2V_\infty}{r_b \theta_{cont}}$$

et une estimation du terme visqueux est alors :

$$\nabla \cdot \tau \sim \mu V_\infty / d_b^2 \theta_{cont}^2$$

Par contre sur la partie contaminée de la bulle ( $\theta_{cont} < \theta < \pi$ ), la condition d'adhérence à la paroi entraîne l'annulation de la contrainte visqueuse normale par continuité. La contrainte normale a pour ordre de grandeur :

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} \sim \mu V_\infty / d_b$$

et le terme visqueux est alors donné par sa variation radiale :

$$\nabla \cdot \tau \sim \mu V_\infty / d_b^2$$

qui correspond à l'estimation classique de l'effet visqueux.

La contribution visqueuse globale autour de la bulle contaminée peut finalement être estimée en pondérant chaque effet par la surface correspondante de la bulle. Compte tenu de la définition de l'angle de contamination (cf. figure 1.9 section 1.3.1 page 40), l'aire « propre » est  $2\pi r_b^2(1 - \cos \theta_{cont})$  et l'aire « sale » est  $2\pi r_b^2(1 + \cos \theta_{cont})$  ce qui permet de proposer un effet visqueux à la surface de la bulle dépendant de l'état de contamination :

$$\nabla \cdot \tau \sim \mu \alpha \frac{1 - \cos \theta_{cont}}{\theta_{cont}} + \mu \beta (1 + \cos \theta_{cont})$$

et le nombre de Reynolds  $Re_b^*$  s'exprime alors par :

$$Re_b^* = \frac{Re_b}{\alpha \frac{1 - \cos \theta_{cont}}{\theta_{cont}} + \beta (1 + \cos \theta_{cont})} \quad (D.4)$$

où les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients d'ordre 1 que nous allons choisir en considérant l'évolution du coefficient de traînée.

A petit nombre de Reynolds, le coefficient de traînée d'une bulle propre est  $C_d = 16/Re_b$  alors que pour une bulle contaminée  $C_d = 24/Re_b$ . Nous souhaitons introduire le nombre de Reynolds modifié de sorte à ne plus avoir qu'une relation unique en fonction de  $Re_b^*$ , par exemple :

$$C_d = \frac{24}{Re_b^*} \quad (D.5)$$

Pour une bulle contaminée, cette relation est vérifiée si  $Re_b^* = Re_b$ . Or pour  $\theta_{cont} = 0^\circ$ , la relation (D.4) donne  $Re_b^* = Re_b/2\beta$  d'où l'on en déduit que

$$\beta = \frac{1}{2}$$

Pour une bulle propre, la loi de traînée  $C_d = 16/Re_b$  est équivalente à (D.5) si  $Re_b^* = 3Re_b/2$ . Or pour  $\theta_{cont} = 180^\circ = \pi \text{ rad}$ , la relation (D.4) donne  $Re_b^* = \pi Re_b/2\alpha$  ce qui entraîne :

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

Le nombre de Reynolds modifié  $Re_b^*$  s'écrit finalement par

$$Re_b^* = \frac{Re_b}{\left( \frac{\pi (1 - \cos \theta_{cont})}{3 \theta_{cont}} + \frac{(1 + \cos \theta_{cont})}{2} \right)} \quad (D.6)$$

avec  $\theta_{cont}$  en radians. On en déduit alors l'expression de  $k_3(\theta_{cont})$  :

$$k_3(\theta_{cont}) = \frac{\pi (1 - \cos \theta_{cont})}{3 \theta_{cont}} + \frac{(1 + \cos \theta_{cont})}{2} \quad (D.7)$$

La pertinence de ce nombre de Reynolds modifié est testée sur les figures D.1 et D.2 qui représentent respectivement l'évolution du coefficient de traînée en fonction des nombres de Reynolds  $Re_b$  et  $Re_b^*$ .

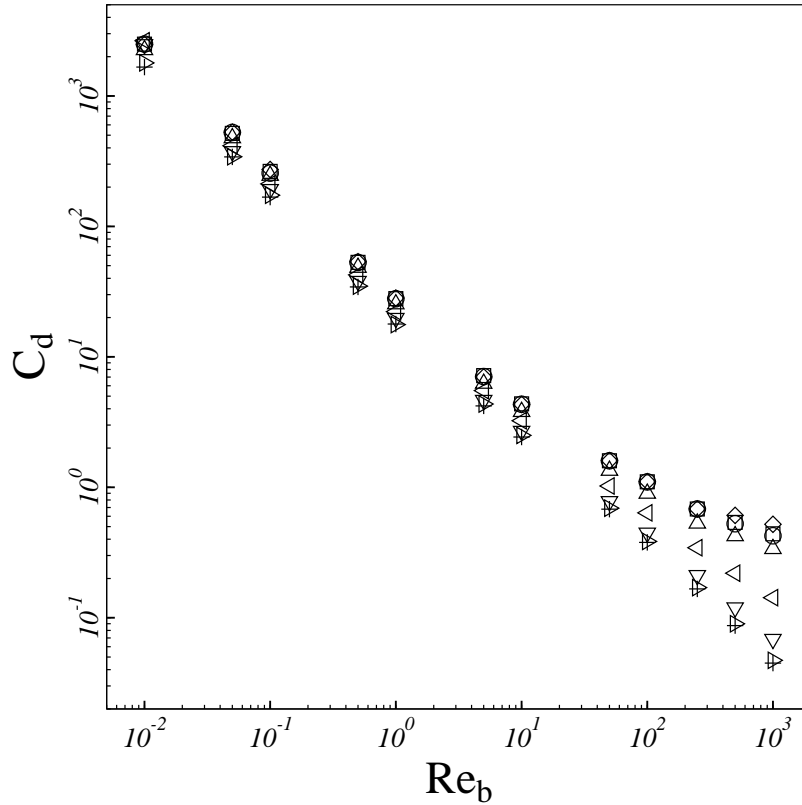


FIG. D.1 – Coefficients de traînée issus des simulations numériques en fonction du nombre de Reynolds classique  $Re_b$

On constate que jusqu'à un nombre de Reynolds de l'ordre de  $Re_b \sim 100$  ce choix de normalisation permet de décrire de manière unique le coefficient de traînée d'une bulle quel que soit son degré de contamination. A partir de  $Re_b = 100$  une dispersion significative (mais réduite) du coefficient de traînée apparaît ; elle est liée à une structure d'écoulement différente entre une bulle propre et une bulle contaminée. En effet alors que pour une bulle propre l'écoulement n'est jamais décollé, une zone de recirculation de taille croissante avec  $Re_b$  apparaît à l'aval de la bulle pour  $Re_b > 20$ .

C'est ce nombre de Reynolds qui a également été utilisé pour modéliser l'efficacité de capture d'une bulle contaminée à la section 3.6.

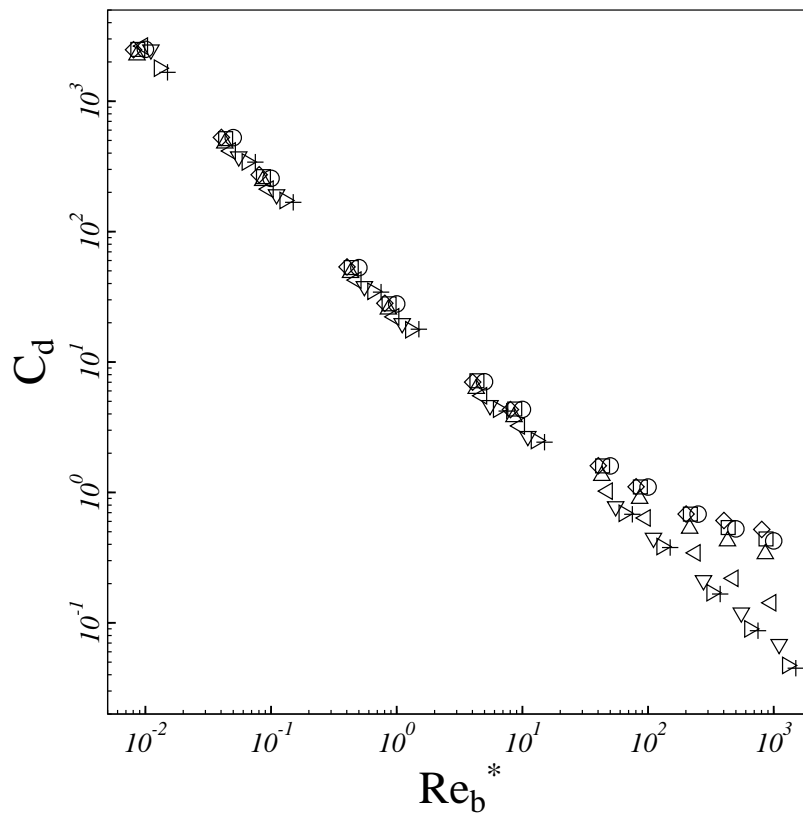


FIG. D.2 – Coefficients de traînée issus des simulations numériques en fonction du nombre de Reynolds modifié  $Re_b^*$



# **Annexe E**

## **Publication**

# Determination of the collision frequency between bubbles and particles in flotation

Vincent Sarrot<sup>a,b</sup>, Pascal Guiraud<sup>a,\*</sup>, Dominique Legendre<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Laboratoire d'Ingénierie des Procédés de l'Environnement de l'INSA de Toulouse, 135 av. de Rangueil, 31077 Toulouse cedex 4, France

<sup>b</sup>Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, 1 av. du Pr. Camille Soula, 31400 Toulouse, France

Received 19 November 2004; received in revised form 9 February 2005; accepted 9 February 2005

Available online 15 April 2005

## Abstract

Collision efficiency for a spherical bubble rising in a uniform concentration of small non-inertial particles is studied by direct numerical simulations (DNS). The Stokes number of the particles is negligibly small so that the particle trajectories follow the streamlines. The effect of the bubble interface contamination is studied for the flow surrounding the bubble using the spherical cap model. Numerical results are obtained for a wide range of bubble Reynolds number (based on bubble diameter  $d_b$ ) ranging from 0.01 to 1000 and for different angles of contamination ranging from  $0^\circ$  to  $180^\circ$ . The collision efficiency is found to be increased with the Reynolds number and significantly decreased with the level of contamination. Correlations of the numerical results are proposed for efficiencies versus  $d_p/d_b$  ( $d_p$  being the particle diameter), bubble Reynolds number and interface contamination degree. For clean (respectively, fully contaminated) spherical bubbles, the efficiency evolves as  $d_p/d_b$  (respectively  $(d_p/d_b)^2$ ) whatever the bubble Reynolds number and the particle size. For partially contaminated bubbles, efficiency can be scaled with  $d_p/d_b$  or  $(d_p/d_b)^2$  depending on both the level of contamination and the particle size.

© 2005 Elsevier Ltd. All rights reserved.

**Keywords:** Flotation; Bubble; Particle; Multiphase flow; Numerical simulation; Collision

## 1. Introduction

Flotation is based on the capture of partially hydrophobic solid particles by air-bubbles. The design of an industrial plant requires evaluating efficiency for the capture of particles by bubbles sometimes referred to as heterocoagulation. An overall efficiency can be determined via experiments at the whole process scale. By this way the respective influences of different physicochemical and hydraulic parameters (hydrophobicity, nature and size distribution of the particles, air and fluid flow rates, etc.) on the elimination of given solid particles can be scanned, see for example

the works of Reay and Ratcliff (1975), Collins and Jameson (1976), Small et al. (1997) or more recently Hu et al. (2003). Modelling the efficiency at the flotation cell scale can be performed by integrating along the vertical rising of the bubble swarm the number of particles each bubble captures. This number depends upon the volume swept by each bubble (function of the bubble diameter via the projected area of the bubble and also via their rising velocity), the number of bubbles per unit volume, and a capture efficiency defined as the ratio of the number of particles captured by a bubble over the number of particle located in the volume swept by this bubble. Mechanisms of particle–bubble interaction during heterocoagulation control flotation efficiency and combine the dynamics of collision and the thermodynamics of adhesive forces linking the bubble and the particles forming an aggregate. The heterocoagulation capture efficiency can be seen as the product of three sub-efficiencies relative to the successive steps of the heterocoagulation process well

\* Corresponding author. Tel.: +33 561559686; fax: +33 561559760.

E-mail address: pascal.guiraud@insa-toulouse.fr (P. Guiraud).

described by Ralston et al. (2002) to which reader is referred to. Several experiments have been proposed concerning the three steps of the heterocoagulation process. Bleier et al. (1977) and more recently Ralston et al. (1999a) at the Ian Wark Institute (Hewitt et al., 1995; Dai et al., 1998a,b, 1999) developed a series of single bubbles or bubble train experiments with the objective to give experimental support to the validation of collision efficiency models. Experiments from Fielden et al. (1996) and Nguyen et al. (2003) focused on low-range forces contributing to attachment step. Collision models have been developed for spherical bubbles on the basis of analytical solutions of the flow field around the bubble under asymptotic conditions (Stokes or potential flows) or via Taylor series for intermediate bubble Reynolds numbers ( $Re_b = (\rho_l \|\vec{V}_b\| d_b) / (\mu_l)$ ) where  $\rho_l$  is the liquid density,  $\vec{V}_b$  the bubble slip velocity,  $d_b$  the bubble diameter and  $\mu_l$  the dynamic viscosity). The bubble–liquid interface contamination by surfactant agents or by the captured particles themselves plays a major role on the efficiency due to the interface immobilization that modifies the flow field around the bubble from clean bubble to fully contaminated bubble behaving as solid particle. Sutherland (1948) firstly proposed a model for collision efficiency as a function of the ratio particle diameter over bubble diameter for potential flow ( $Re_b \gg 1$ ) around non-contaminated bubbles and for non-inertial solid particles. Gaudin (1957) developed the same approach but considering completely contaminated bubbles (behaving as solid particles) in Stokes flow ( $Re_b \ll 1$ ). Taking into account the effect of gravity for particles motion, Flint and Howarth (1971) considers both Stokes and potential flows around fully contaminated bubbles. With the same conditions applying to the particles, Weber and Paddock (1983) developed an efficiency expression in the case of mobile and immobile bubble surfaces for bubble Reynolds numbers up to 300, thanks to an approximation of the near flow field by Taylor series. Nguyen (1998) used also Taylor series to solve the near flow field around clean bubbles up to  $Re_b = 500$  and accounting for inertial effects on the trajectories of the solid particles. Ralston et al. (1999a) proposed a model involving inertial but not gravity effects on the particles for potential flow around clean bubbles. Dai et al. (2000) reviews some of these different collision models available in literature and compares them to its own experimental results (Dai et al., 1998a). More recently, in Phan et al. (2003), the Basset–Boussinesq–Oseen motion equation for the particles is solved on a flow field approximated by Taylor series around clean and fully contaminated bubbles for  $Re_b = 200$ . The work presented here deals with the collision efficiency and will focus on the influences of the bubble Reynolds number, the particle diameter over bubble diameter ratio, and particularly the contamination degree of the bubble surface. As a consequence, attachment efficiency and detachment probability do not enter in the scope of the present work. For these aspects, reader is just referred to Nguyen et al. (1998), Ralston et al. (1999a,b), Ralston (1999), Yoon (2000), Nguyen and Evans (2002), Mishchuk et al. (2002)

and Phan et al. (2003) for the modelling of attachment efficiency and to Ralston et al. (1999b), Bloom and Heindel (2002) and Phan et al. (2003) for detachment probability. The objective of the present work is to investigate unexplored ranges of parameters having an influence on the collision efficiency using direct numerical simulations (DNS) of the flow fields around the bubbles. Emphasis will be put on the effects of the contamination degree via the stagnant cap model previously developed for the determination of the rising velocity of partially contaminated spherical bubbles by Sadhal and Johnson (1983), Fdhila and Duineveld (1996), McLaughlin (1996) and Cuenot et al. (1997). The results presented here only concern the cases where gravity and inertial effects on the solid particle trajectories are negligible, these effects will be accounted for in another paper.

## 2. Statement of the problem

### 2.1. Statement and main hypothesis

The work deals with the calculation of the collision efficiency  $E_c$  between spherical bubbles of diameter  $d_b$  rising at constant velocity  $V_b$  in a quiescent liquid with small non-inertial solid particles distributed in the liquid at a constant concentration. Under the condition  $d_p/d_b \ll 1$  solid particle trajectories resume to streamlines. Fig. 1 presents the main geometrical parameters retained to describe the problem. Bubbles can be considered as spherical whenever the bubble Weber number (defined as  $We_b = \rho_l V_b^2 d_b / \sigma$ ,  $\sigma$  being the surface tension) remains under 1. At higher bubble Weber number, bubbles become ellipsoidal. Applied to air-bubble in pure water (Duineveld, 1995), the bubble diameter must not exceed 0.9 mm, corresponding approximatively to  $Re_b = 200$  while in steel liquid the limit diameter is 1.7 mm corresponding to  $Re_b = 790$ . Surfactant adsorbed at the bubble interface or captured particles migrate along the interface to the rear stagnation point because of liquid motion, creating a gradient of surface tension. In the stagnant cap model, the resulting bubble surface contamination is characterized via the angle  $\theta_{cap}$  delimiting contaminated and clean areas. The surfactant free bubble surface ( $\theta < \theta_{cap}$ ) can move with the liquid (mobile surface) meanwhile the contaminated zone ( $\theta > \theta_{cap}$ ) behaves as “stagnant cap” (immobile surface). This work is limited to axis-symmetrical flows around the bubbles. For solid spheres (or fully contaminated bubbles), the wake presents a steady axis-symmetric vortex for  $Re_b > 20$ , loses its axis-symmetry (regular bifurcation) at  $Re_b = 210$  where two vortex filaments appears and becomes unsteady (supercritical Hopf bifurcation) around  $Re_b = 280$  where vortices are shed. For a clean spherical bubble no vortex appears and the wake is steady and axis-symmetric even at large Reynolds numbers. Indeed path instability and vortex shedding behind a bubble is due to contamination of the surface or/and due to deformation of the bubble shape. Solid particle trajectories resume to streamlines if the

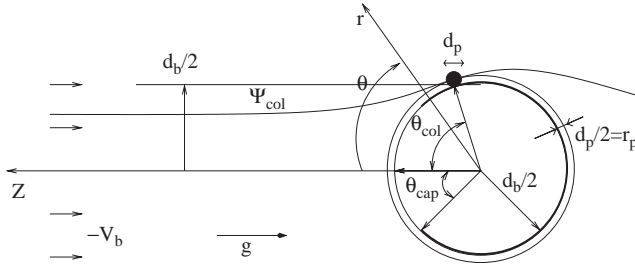


Fig. 1. Particle–Bubble collision.

gravity and inertia effects can be neglected. Gravity effects does not have to be accounted for when the particle settling velocity is negligible in comparison with the bubble velocity. Particles exhibit a non-inertial behavior when their characteristic reaction time ( $\tau_p = \rho_p d_p^2 / 18 \mu_l$ ) remains lower than the characteristic time of the liquid solicitation due to the bubble induced flow ( $\tau_l = d_b / 2 V_b$ ), i.e., when the Stokes number  $St_p = \tau_p / \tau_l \ll 1$ , where  $\rho_p$  is the particle density and  $d_p$  the particle diameter. Finally, the present problem depends on three characteristic numbers, namely the angle  $\theta_{cap}$ , the bubble Reynolds number  $Re_b$  and the diameter ratio  $d_p/d_b$ .

## 2.2. Collision efficiency calculation

For a given solid particle diameter  $d_p$ , collision with the bubble occurs whenever the particle trajectory grazes the bubble surface at a distance lower than  $r_p = d_p/2$ . All the particles of diameter  $d_p$  inside the limiting stream tube (corresponding to the  $\Psi_{col}$  stream function) passing at a minimum distance  $r_p$  from the bubble interface will experiment a collision with the bubble. Consequently, for a uniform concentration of particles of diameter  $d_p$ , the collision efficiency  $E_c(d_p/d_b, Re_b, \theta_{cap})$  can be easily calculated by the ratio of the liquid flux through this limiting stream tube ( $4\pi \Psi_{col}$ ) over the liquid flux through an equivalent surface to the bubble area at an infinite distance upstream the bubble ( $\pi r_b^2 V_b$ ), giving

$$E_c(d_p/d_b, Re_b, \theta_{cap}) = \frac{4\Psi_{col}}{r_b^2 V_b}. \quad (1)$$

Computation of collision efficiency consists then of determining the stream function  $\Psi_{col}$ . In this work, stream functions  $\Psi$  are calculated on the basis of the velocity fields issued from direct numerical simulation of the flow around the bubble. The grazing trajectory (corresponding to the stream function  $\Psi_{col}$ ) for a given particle diameter  $d_p$  passes at the minimum distance  $r_p$  from the bubble surface at the grazing point corresponding to the angle  $\theta_{col}$  (Fig. 1). For Stokes flow ( $Re_b \ll 1$  for a clean or contaminated bubble) as well as for potential flow ( $Re_b \gg 1$  for a clean bubble),  $\theta_{col} = 90^\circ$  because of the symmetry of the stream function. In other cases,  $\theta_{col}$  drifts upstream from bubble equator due to the dissymmetry of the flow. For every hydrodynamical

conditions defined by  $(Re_b, \theta_{cap}, d_p/d_b)$ , the grazing point ( $r_b + r_p, \theta_{col}$ ) is determined and the stream function  $\Psi_{col}$  is then calculated and used to determine  $E_c$  via expression (1).

## 2.3. Collision efficiency models

In the case of Stokes flow ( $Re_b \ll 1$ ) around clean bubbles (mobile interface), the stream function ( $\psi = V_b r^2 \sin^2 \theta (1 - d_b/2r)/2$ ) is used to obtain the collision efficiency  $E_c$  valid for  $Re_b \ll 1$ :

$$E_c = \frac{d_p}{d_b} \left( 1 + \frac{d_p}{d_b} \right). \quad (2)$$

When  $d_p \ll d_b$ ,  $E_c$  can be approximated by

$$E_c = \frac{d_p}{d_b}. \quad (3)$$

Under potential flow conditions ( $Re_b \gg 1$ ), the collision efficiency takes the following expression ( $\psi = V_b r^2 \sin^2 \theta (1 - d_b^3/8r^3)/2$ ):

$$E_c = \frac{d_p}{d_b} \left( 3 + \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^k \right) \quad (4)$$

which yields to the expression obtained by Sutherland (1948) when  $d_p \ll d_b$ :

$$E_c^{\text{suth}} = 3 \frac{d_p}{d_b}. \quad (5)$$

The Generalized Sutherland model developed by Ralston et al. (1999a) extends the applicability of the previous expression by accounting for gravity and inertia effects. The  $Re_b$  influence on  $E_c$  appears as a correction function for the previous expressions in Weber and Paddock (1983) and Nguyen (1998) models,  $E_c^{WP1}$  and  $E_c^N$ , respectively. Under non-inertial and gravity-less hypothesis for the particles, the models simplify, respectively, in

$$E_c^{WP1} = \frac{d_p}{d_b} \left( 1 + \frac{2}{1 + (37/Re_b)^{0.85}} \right) \quad (6)$$

and

$$E_c^N = \frac{d_p}{d_b} \left( 1 - \frac{d_p}{d_b} \right) \left( 1 + \frac{0.0637 Re_b}{1 + 0.0438 Re_b^{0.976}} \right). \quad (7)$$

Note that in the last expression, the grazing point has been taken at  $\theta_{col} = 90^\circ$  and that collision efficiency refers to volume swept by a disc of diameter value  $d_b + d_p$ . Both expressions have the same asymptotic tendency when  $Re_b \ll 1$  corresponding to Eq. (3) but slightly differ at high  $Re_b$ . In this study, the use of Eq. (7) is done by considering the effect of the collision angle given by Nguyen (1998):

$$\cos \theta_c = \frac{\sqrt{X^2 + 3Y^2} - X}{3Y} \quad (8)$$

with  $X = 1 + Re_b/8$  and  $Y = Re_b/8$  at very low Reynolds numbers while at intermediate Reynolds numbers  $X = 1 +$

$0.0637Re_b/(1 + 0.0438Re_b^{0.976})$  and  $Y = 0.0537Re_b/(1 + 0.0318Re_b^{1.308})$ .

For fully contaminated bubbles (immobile interface) and for Stokes flow  $Re_b \ll 1$  ( $\psi = V_b r^2 \sin^2 \theta (1 - 3d_b/4r + d_b^3/16r^3)/2$ ), Gaudin (1957) established the following expression ( $E_c^{\text{gaud}}$ ) for collision efficiency when  $d_p \ll d_b$ :

$$E_c^{\text{gaud}} = \frac{3}{2} \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2. \quad (9)$$

Weber and Paddock (1983) accounted for the effect of  $Re_b$  via a correction function as follows:

$$E_c^{WP2} = \frac{3}{2} \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2 \left( 1 + \frac{3/16Re_b}{1 + 0.249Re_b^{0.56}} \right). \quad (10)$$

The corresponding collision angle given by Schulze (1989) (Dai et al., 2000) is

$$\begin{aligned} \theta_c &= 85.0 - 2.50 \log Re_b & \text{for } 0.1 < Re_b < 1, \\ \theta_c &= 85.5 - 12.49 \log Re_b & \text{for } 1 < Re_b < 20, \\ \theta_c &= 78.1 - 7.37 \log Re_b & \text{for } 20 < Re_b < 400. \end{aligned} \quad (11)$$

The collision angle obtained by Nguyen et al. (1998) follows the same expression as Eq. (8) with  $X = 3/2 + 9Re_b/(32 + 9.888Re_b^{0.694})$  and  $Y = 3Re_b/(8 + 1.736Re_b^{0.518})$ .

### 3. Numerical procedure

The computations reported below were carried out with the JADIM code described in previous publications (Magnaudet et al., 1995; Calmet and Magnaudet, 1997; Legendre and Magnaudet, 1998; Legendre et al., 2003; Cuenot et al., 1997). This code solves the three-dimensional unsteady Navier–Stokes equations written in velocity-pressure variables in a general system of orthogonal curvilinear coordinates. The discretization makes use of a staggered mesh and the equations are integrated in space using a finite volume method with second-order accuracy, all spatial derivatives being approximated using second-order centered schemes. Time advancement is achieved through a Runge–Kutta/Crank–Nicolson algorithm which is second-order accurate in time, while incompressibility is satisfied at the end of each time step by solving a Poisson equation for an auxiliary potential. Note that in this study we only consider axis-symmetrical simulations. The computational domain attached to the bubble is a polar domain ( $r, \theta$ ) whose outer radius  $R_\infty$  as been selected in order to avoid confinement which is known to have strong effect at low Reynolds number. According to Magnaudet et al. (1995) and Legendre and Magnaudet (1998), three domains have been chosen depending on the bubble Reynolds number:  $R_\infty = 120r_b$  for  $0.01 \leq Re_b \leq 0.1$ ,  $R_\infty = 80r_b$  for  $0.5 \leq Re_b \leq 1$  and  $R_\infty = 40r_b$  for  $5 \leq Re_b \leq 1000$ . The size  $\delta$  of the first cell above the bubble surface has been set to  $\delta/r_b = 0.0005$  according to numerical tests (Sarrot et al., 2004). In the radial

direction, we select a geometrical distribution of nodes ensuring that the length ratio between two successive cells is less than 1.1. A constant spacing is used in the  $\theta$ -direction. Finally, the grid is made of ( $N_\theta \times N_r$ ) nodes where the number of nodes in the  $\theta$ -direction is  $N_\theta = 90$  and the number of nodes in the radial direction is  $N_r = 60, 57$  and  $53$  for  $R_\infty = 120r_b$ ,  $R_\infty = 80r_b$  and  $R_\infty = 40r_b$ , respectively. Several different boundary conditions are required on the computational domain boundaries. Following the stagnant cap model presented before, a condition stating that the normal velocity and the tangential stress are zero is imposed on the clean part of the bubble surface  $0^\circ < \theta < \theta_{\text{cap}}$  while a no-slip condition is imposed on the contaminated part of the bubble  $\theta_{\text{cap}} < \theta < 180^\circ$ . A symmetry condition is imposed on the  $z$ -axis. On the outer boundary, the inflow velocity  $-V_b$  is imposed upstream ( $0^\circ < \theta < 120^\circ$ ) and a parabolic approximation of the governing equation allowing the flow to leave freely the domain without inducing significant perturbations is imposed downstream ( $120^\circ < \theta < 180^\circ$ ). A detailed description of the flow fields around the bubble can be found in Sarrot et al. (2004) as well as comparisons with previous works of different authors concerning the drag coefficient calculation as a function of  $\theta_{\text{cap}}$  that demonstrate the accuracy of hydrodynamics simulations (Magnaudet et al., 1995; Legendre and Magnaudet, 1998; Legendre et al., 2003; Cuenot et al., 1997).

### 4. Clean or fully contaminated bubbles

Results for clean bubbles and fully contaminated bubbles are presented respectively in Sections 4.1 and 4.2 for the collision efficiency and in Section 4.3 for the collision angle. In Section 5 partially contaminated bubbles are considered, via the study of the influence of the cap angle  $\theta_{\text{cap}}$ .

#### 4.1. Collision efficiency for clean bubbles ( $\theta_{\text{cap}} = 180^\circ$ )

Fig. 2(a) shows the collision efficiencies at different bubble Reynolds numbers versus  $d_p/d_b$ . Whatever the Reynolds number  $Re_b$ ,  $E_c$  is found to increase linearly with the diameter ratio in agreement with the asymptotical solutions (3) and (5). According to its definition (1),  $E_c$  is proportional to the flow rate between the bubble interface and the grazing stream line. This flow rate is the product of the liquid velocity with the area between the bubble interface and the grazing line. Because  $\theta_{\text{col}}$  does not change drastically with the particle diameter, one can consider that this area linearly depends upon the particle diameter  $d_p$ . For the small  $d_p/d_b$  values under consideration, the liquid velocity keeps a constant value at first order because of the mobility of the bubble interface (no shear stress). As a consequence, the flow rate varies linearly with the particle diameter and so the collision efficiency as clearly shown by the Fig. 2(a). For a given value of  $d_p/d_b$ ,  $E_c$  is found to increase with the bubble Reynolds number: for instance, at  $d_p/d_b = 0.0005$ ,  $E_c$



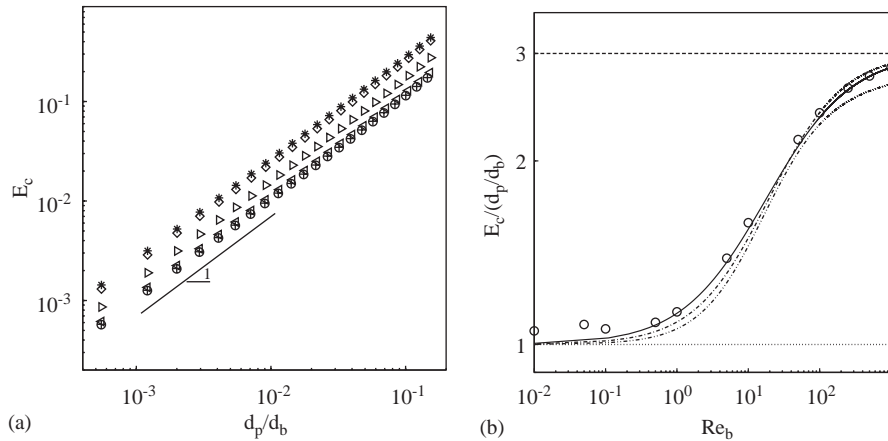


Fig. 2. Clean bubbles: (a) collision efficiencies versus diameters ratio for different bubble Reynolds numbers:  $\circ$ :  $Re_b = 0.01$ ;  $+$ :  $Re_b = 0.1$ ;  $\triangle$ :  $Re_b = 1$ ;  $\diamond$ :  $Re_b = 10$ ;  $\square$ :  $Re_b = 100$ ;  $*$ :  $Re_b = 250$ . (b) Collision efficiencies divided by  $d_p/d_b$  versus bubble Reynolds number:  $\circ$ : numeric values; —: expression (12)/( $d_p/d_b$ ); - - -: Sutherland (1948) (5); . . .: expression (3); - · - ·: Nguyen (1998) (7); · - · -: Weber and Paddock (1983) (6).

varies from 0.005 at  $Re_b = 0.01$  to 0.0013 at  $Re_b = 250$ . This increase with  $Re_b$  is the direct consequence of the streamlines contraction. Expression (3) describes accurately the diameter ratio dependency as shown by Fig. 2(b) that presents the collision efficiencies divided by  $d_p/d_b$  versus the bubble Reynolds number. As shown in Fig. 2(b), the influence of the bubble Reynolds number ( $Re_b$  ranging from 0.01 to 1000) can be described using the following prediction:  $f^{180}(Re_b) = (15 + 3Re_b^{3/4})/(15 + Re_b^{3/4})$ . Combined with expression (3), it gives a useful correlation for collision efficiencies in the case of clean bubbles, i.e., with completely mobile interface:

$$E_c^{180} = \frac{d_p}{d_b} \frac{15 + 3Re_b^{3/4}}{15 + Re_b^{3/4}}. \quad (12)$$

Correlation (12) exhibits for  $d_p/d_b \leq 5\%$  a mean accuracy of 1% and a maximum error of 2.5% with the numerical results. At low bubble Reynolds number, expression (12) asymptotically reaches the analytical solution (3) and expression (5) proposed by Sutherland (1948) for  $Re_b \gg 1$ . Efficiency expressions (6) and (7) proposed by Weber and Paddock (1983) and Nguyen (1998), respectively, are also plotted in Fig. 2(b). As expected, the three expressions collapse to  $d_p/d_b$  for  $Re_b \ll 1$  but differ at high  $Re_b$  where only expressions (12) and (7) seem to give a correct prediction of the numerical evolution toward the asymptotic expression (5).

#### 4.2. Collision efficiency for fully contaminated bubbles ( $\theta_{cap} = 0^\circ$ )

Fig. 3(a) shows collision efficiencies versus diameters ratio for different bubble Reynolds number. In this case, only flows for  $Re_b < 250$  have been explored because at higher Reynolds number, the wake becomes three-dimensional as it has been explained previously. When the bubble interface

is immobilized by surfactant or particle contamination, collision efficiencies is found to be about one thousand times lower than observed for a clean surface. For  $d_p/d_b = 0.0005$  collision efficiency varies from  $4.3 \times 10^{-7}$  at  $Re_b = 0.01$  to  $3.3 \times 10^{-7}$  at  $Re_b = 250$ , and for  $d_p/d_b = 0.03$ , from 0.0016 at  $Re_b = 0.01$  to 0.012 at  $Re_b = 250$ . Whatever  $Re_b$ ,  $E_c$  is found to evolve as  $(d_p/d_b)^2$  in agreement with the solution derived in Stokes flow (9). At an immobile interface, the velocity profile varies at first order linearly with the distance to the surface. As the area between the bubble surface and the grazing stream line varies with  $d_p$ , the collision efficiency varies as the square of particle diameter for a given  $Re_b$  as shown by the results. Dividing  $E_c$  by expression (9) proposed by Gaudin (1957) confirms the general  $(d_p/d_b)^2$  dependency whatever  $Re_b$  as demonstrated by Fig. 3(b) where  $E_c/(d_p/d_b)^2$  is plotted versus the bubble Reynolds number. The relation between  $E_c$  and  $Re_b$  shown in this figure differs from the behavior previously observed for clean bubbles. As explained for a clean bubble, this increase is due to the streamline contraction when  $Re_b$  increases. As shown in Fig. 3(b), the simple expression  $f^0(Re) = 1 + Re_b^{2/3}/5$  accurately correlates the  $Re_b$  dependency. Combined with expression (9), this expression gives a good prediction for collision efficiency in the case of fully contaminated bubbles, i.e., for immobile bubble surfaces:

$$E_c^0 = \frac{3}{2} \left( \frac{d_p}{d_b} \right)^2 \left( 1 + \frac{Re_b^{2/3}}{5} \right). \quad (13)$$

This last model gives for  $0.001 < d_p/d_b < 0.03$  and for  $0.01 < Re_b < 250$  a mean accuracy of 2% and a maximum error of 7% with the numerical results. Obviously, at low  $Re_b$ , expression (13) asymptotically reaches the analytical solution (9). Relation (10) (Weber and Paddock, 1983) is also presented on Fig. 3(b) and is found to accurately fit the numerical points even if both models slightly differs when  $Re_b \gg 1$ .

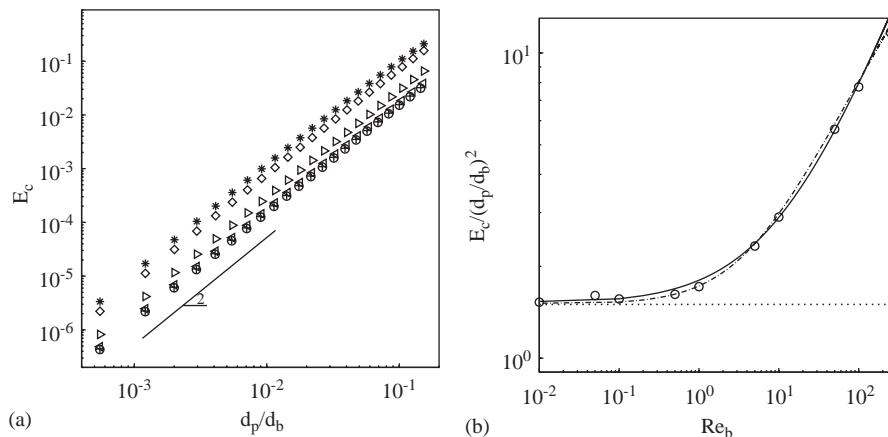


Fig. 3. Fully contaminated bubble: (a) collision efficiencies versus diameters ratio for different bubble Reynolds numbers:  $\circ$ :  $Re_b = 0.01$ ;  $+$ :  $Re_b = 0.1$ ;  $\triangleleft$ :  $Re_b = 1$ ;  $\triangleright$ :  $Re_b = 10$ ;  $\diamond$ :  $Re_b = 100$ ;  $*$ :  $Re_b = 250$ . (b) Collision efficiencies divided by  $(d_p/d_b)^2$  versus bubble Reynolds number:  $\circ$ : numerical values; —: correlation (13);  $\cdots$ : Gaudin (1957) (9);  $-\cdot-$ : Weber and Paddock (1983) (10).

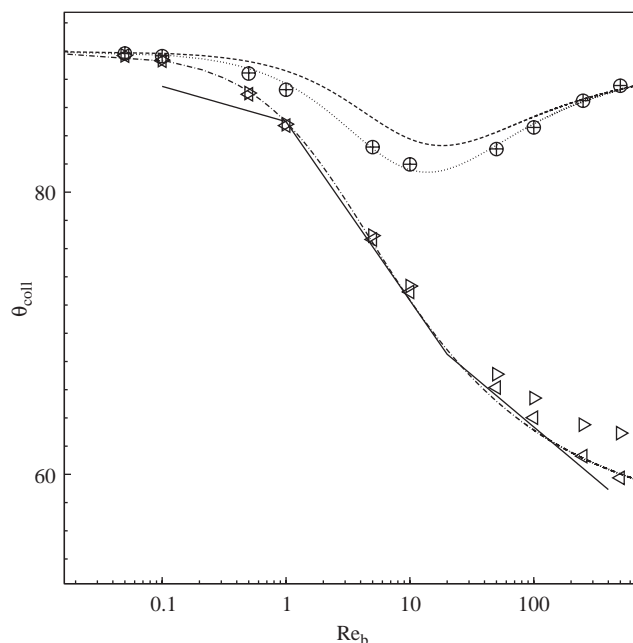


Fig. 4. Clean bubbles: collision angles versus Reynolds numbers: numerical results:  $\circ$ :  $d_p/d_b = 0.00055$  and  $\theta_{cap} = 180^\circ$ ;  $+$ :  $d_p/d_b = 0.048$  and  $\theta_{cap} = 180^\circ$ ;  $\triangleleft$ :  $d_p/d_b = 0.00055$  and  $\theta_{cap} = 0^\circ$ ;  $\triangleright$ :  $d_p/d_b = 0.048$  and  $\theta_{cap} = 0^\circ$ ; —: Schulze (1989); ---: Nguyen (1998);  $-\cdot-$ : Nguyen et al. (1998);  $\cdots$ : correlation (8) with  $X$  and  $Y$  given by (14).

#### 4.3. Collision angle

The numerical results for the collision angle  $\theta_{col}$  are presented on Fig. 4 versus  $Re_b$ .  $\theta_{col}$  is found to be independent on  $d_p/d_b$  for clean bubbles. For fully contaminated bubbles a small effect with  $d_p/d_b$  is observed for  $Re_b > 100$ .  $\theta_{col}$  is compared for clean bubbles with model (8) and for fully contaminated bubbles with models (11) and (8) with the corresponding values for  $X$  and  $Y$ .

For clean bubbles, results are found in very good agreement for  $Re_b < 1$ . For larger  $Re_b$  the general trend is similar with a maximum difference found around  $Re_b = 10$ . Following expression (8) given by Nguyen (1998), a good description of our numerical results is obtained with:

$$X = f^{180}(Re_b) = \frac{15 + 3Re_b^{3/4}}{15 + Re_b^{3/4}} \quad \text{and} \quad Y = \frac{0.095Re_b}{1 + 0.045Re_b^{4/3}}. \quad (14)$$

Concerning fully contaminated bubbles, the results are found in very good agreement with the correlation proposed by Nguyen et al. (1998) and for  $1 < Re_b < 400$  with the one given by Schulze (1989).

#### 5. Partially contaminated bubbles ( $0^\circ < \theta_{cap} < 180^\circ$ )

Fig. 5 presents the collision efficiencies as functions of the cap angle  $\theta_{cap}$  for six different bubble Reynolds numbers  $Re_b$  and two diameter ratios ( $d_p/d_b = 0.00055$  (5(a));  $d_p/d_b = 0.048$  (5(b))). The angle of contamination  $\theta_{cap}$  varies from  $\theta_{cap} = 0^\circ$  (fully contaminated bubble interface) to  $\theta_{cap} = 180^\circ$  (clean bubble). The strong influence of the surface contamination is put in evidence: for instance, at  $Re_b = 1$  in Fig. 5(a), collision efficiency for clean bubbles is two thousand times greater than for quite fully contaminated bubbles ( $\theta_{cap} = 6^\circ$ ). Whatever  $d_p/d_b$ , the variation of  $E_c$  versus  $\theta_{cap}$  exhibits the same behavior. For small values of  $\theta_{cap}$ , that is to say when the bubble surface tends to be fully contaminated, the collision efficiency remains constant and takes the values previously obtained for fully contaminated bubbles.  $E_c$  begins to change after a  $\theta_{cap}$  value depending on  $d_p/d_b$ , the value lies between  $6^\circ$  and  $20^\circ$  for  $d_p/d_b = 0.0005$  (see Fig. 5(a)) but ranges between  $20^\circ$  and  $45^\circ$  for  $d_p/d_b = 0.048$  (see Fig. 5(b)). For greater  $\theta_{cap}$

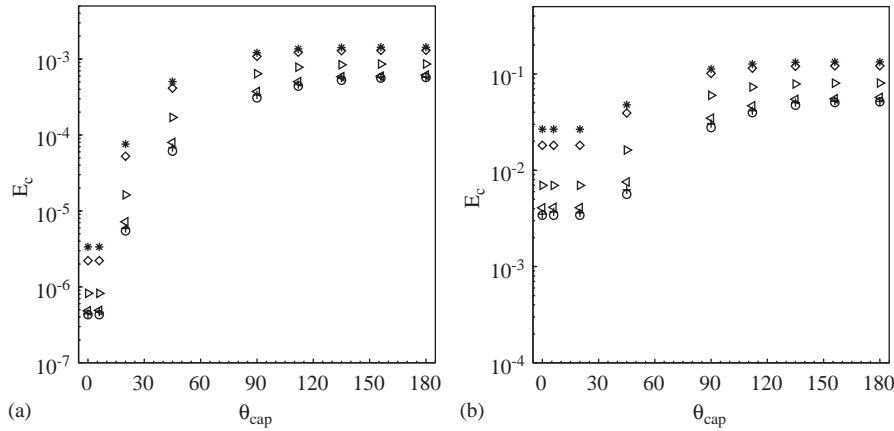


Fig. 5. Collision efficiencies versus contamination angle  $\theta_{\text{cap}}$ . (a):  $d_p/d_b = 0.00055$ ; (b):  $d_p/d_b = 0.048$ .  $\circ$ :  $Re_b = 0.01$ ;  $+$ :  $Re_b = 0.1$ ;  $\triangleleft$ :  $Re_b = 1$ ;  $\triangle$ :  $Re_b = 10$ ;  $\diamond$ :  $Re_b = 100$ ;  $*$ :  $Re_b = 250$ .

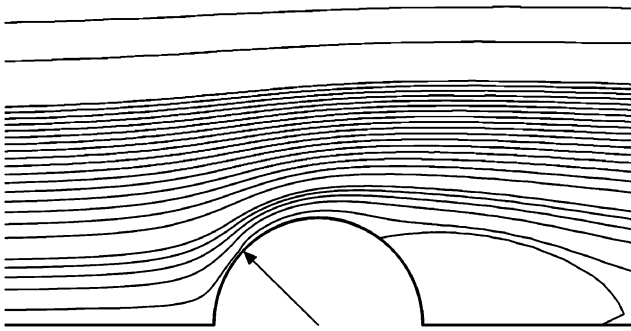


Fig. 6. Streamlines of the steady flow around the bubble.  $\theta_{\text{cap}} = 45^\circ$  (indicated by the arrow) and  $Re_b = 100$ .

values, the collision efficiency sharply increases to reach around  $\theta_{\text{cap}} = 90^\circ$  a quasi-constant value corresponding to the efficiency of bubbles having a clean surface. The change of behavior observed in Fig. 5 originates from the peculiar shape of the streamlines for partially contaminated bubbles. As shown in Fig. 6 ( $\theta_{\text{cap}} = 45^\circ$ ,  $Re_b = 100$ ), at the contamination angle one can observe a sharp displacement of the streamlines away from the bubble interface. This jump is due to the change at the  $\theta_{\text{cap}}$  angle of the flow field (strong local increase of vorticity production (Cuenot et al., 1997)) at the interface of the bubble, from the zero tangential stress to the no-slip condition. On the bubble front part of the interface, streamlines approach the bubble like in the case of clean bubbles (Fig. 6). On the equatorial part of the bubble, streamlines are once again put closer to the interface when the strong increase of vorticity has been evacuated. The surprising feature is that particles that have not been captured in the front part can be trapped in the equatorial part if their diameter is sufficient. This situation is illustrated by Fig. 7 presenting the collision angle  $\theta_{\text{col}}$  defined in Section 2.2 versus the  $\theta_{\text{cap}}$  angle under different conditions. Fig. 7 shows  $\theta_{\text{col}}$  plotted for several  $d_p/d_b$  ratios at  $Re_b =$

0.01 (Fig. 7(a)) and  $Re_b = 250$  (Fig. 7(b)). For small  $\theta_{\text{cap}}$ , when the bubble is not so far to be fully contaminated, whatever the  $d_p/d_b$  diameter ratio, the collision angle remains constant and depends upon the  $Re_b$  ( $\theta_{\text{col}} = 90^\circ$  at  $Re_b = 0.01$  and  $\theta_{\text{col}} = 60^\circ$  at  $Re_b = 250$ ). At  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$  for the smallest particles  $\theta_{\text{col}}$  is quite equal to  $\theta_{\text{cap}}$  meaning a capture in the front part of the bubble, meanwhile for the biggest particles  $\theta_{\text{col}}$  keeps a larger value, indicating a capture near the equatorial zone of the bubble. For greater  $\theta_{\text{cap}}$  angles ( $20^\circ \leq \theta_{\text{cap}} \leq 90^\circ$ ), at all  $d_p/d_b$  investigated  $\theta_{\text{col}} \sim \theta_{\text{cap}}$ . Eventually, for the greatest  $\theta_{\text{cap}}$  ( $90^\circ \leq \theta_{\text{cap}}$ ),  $\theta_{\text{col}}$  reaches the value observed for clean bubbles. In this case, the influence of  $d_p/d_b$  on the  $\theta_{\text{col}}$  is not significant in comparison with the effect of  $\theta_{\text{cap}}$ .

Fig. 8 presents the influence of  $Re_b$  on the behavior of  $\theta_{\text{col}}$  versus  $\theta_{\text{cap}}$  at  $d_p/d_b = 0.011$ . The same trend is observed whatever  $d_p/d_b$ . The effect of  $Re_b$  is more sensitive at small  $\theta_{\text{cap}}$ , when the capture is performed in the equatorial zone of the bubble. For a given value of  $d_p/d_b$ , one can find in some cases two streamlines having a local minimum located at distance  $r_p$  from the surface. One on the clean front part just before the deviation, one on the equatorial part. Fig. 9 (a) shows the efficiency given by the value of these two streamlines at  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$  and  $Re_b = 0.1$ . Actual efficiency is the maximum value of these both curves. Fig. 9(a) clearly shows that the collision efficiency exhibits a  $d_p/d_b$  dependency when capture occurs in the clear part of the bubble interface and changes to a  $(d_p/d_b)^2$  dependency when capture is performed in the contaminated part. Note that these trends are similar to those observed for clean bubbles and for contaminated bubbles. For fixed  $\theta_{\text{cap}}$  and  $Re_b$  values, the change of behavior occurs at a given  $(d_p/d_b)_{\text{th}}$  ratio threshold ( $(d_p/d_b)_{\text{th}} = 0.07$  in the case of Fig. 9(a)). Figs. 9(b–d) shows the efficiency versus  $d_p/d_b$  at  $\theta_{\text{cap}} = 6^\circ$ ,  $20^\circ$  and  $90^\circ$ , respectively, for  $Re_b$  ranging from 0.01 to 250. At  $\theta_{\text{cap}} = 6^\circ$  (Fig. 9(b)), whatever  $Re_b$ ,  $E_c$  varies as  $(d_p/d_b)^2$  on the full range of  $d_p/d_b$  considered here. At  $\theta_{\text{cap}} = 90^\circ$  (Fig. 9(d)),



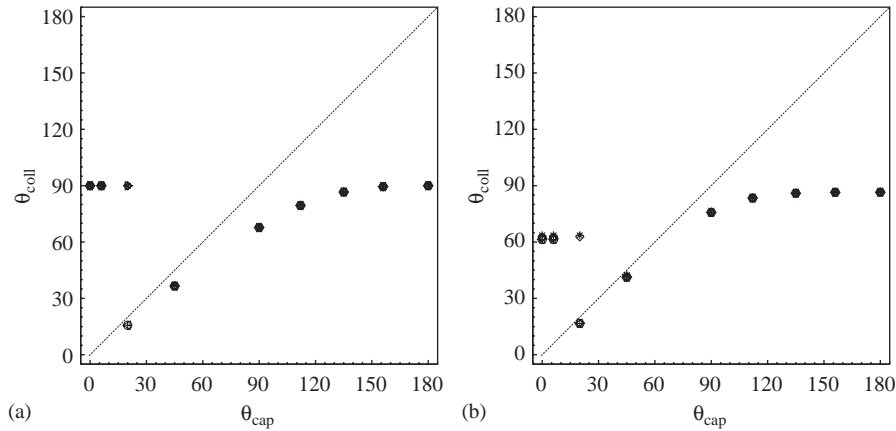


Fig. 7. Collision angle versus contamination angle  $\theta_{\text{cap}}$ . (a):  $Re_b = 0.01$ ; (b):  $Re_b = 250$ .  $\circ$ :  $d_p/d_b = 0.00055$ ;  $+$ :  $d_p/d_b = 0.0012$ ;  $<$ :  $d_p/d_b = 0.0054$ ;  $>$ :  $d_p/d_b = 0.011$ ;  $\diamond$ :  $d_p/d_b = 0.032$ ;  $*$ :  $d_p/d_b = 0.048$ .

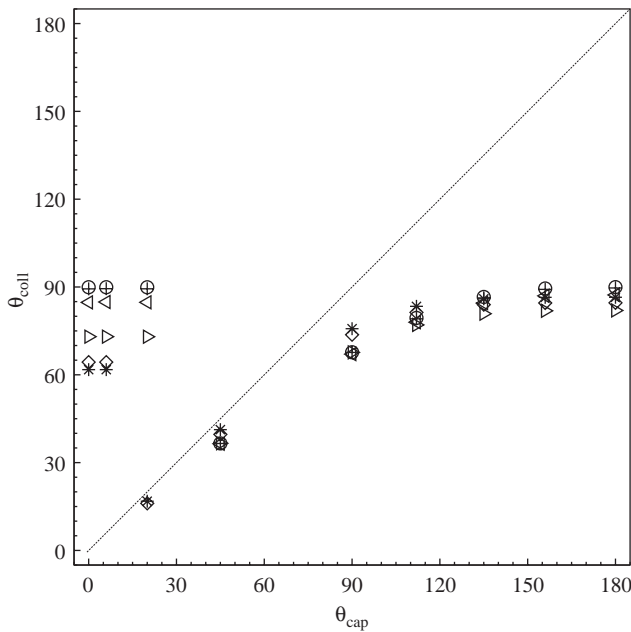


Fig. 8. Collision angle versus contamination angle  $\theta_{\text{cap}}$ .  $d_p/d_b = 0.011$ ;  $\circ$ :  $Re_b = 0.01$ ;  $+$ :  $Re_b = 0.1$ ;  $<$ :  $Re_b = 1$ ;  $>$ :  $Re_b = 10$ ;  $\diamond$ :  $Re_b = 100$ ;  $*$ :  $Re_b = 250$ .

whatever  $Re_b$ ,  $E_c$  varies as  $d_p/d_b$ . For  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$  (Fig. 9(c)), a  $(d_p/d_b)_{\text{th}}$  threshold that slightly increases with  $Re_b$  can be observed. Fig. 10 presents the value of the  $(d_p/d_b)_{\text{th}}$  threshold as a function of  $\theta_{\text{cap}}$  for different  $Re_b$ , when a threshold has been observed (i.e., for  $\theta_{\text{cap}} = 6^\circ$ ,  $20^\circ$  and  $45^\circ$ ) in the  $d_p/d_b$  range under consideration here. These threshold values delimitate  $d_p/d_b$  and  $(d_p/d_b)^2$  dependencies for the collision efficiency.

Fig. 11 presents the evolution of the reduced efficiencies  $E_c/(d_p/d_b)^2$  versus the  $Re_b$  for different  $\theta_{\text{cap}}$  values when  $d_p/d_b > (d_p/d_b)_{\text{th}}$ . As expected there is no influence of  $\theta_{\text{cap}}$  in this case and the effect of the Reynolds number

can be accounted by expression (13) like in the case of fully contaminated bubbles.

$E_c/(d_p/d_b)$  versus  $Re_b$  is plotted in Fig. 12 when  $d_p/d_b < (d_p/d_b)_{\text{th}}$  for different  $\theta_{\text{cap}}$ , exhibiting in this case an important effect of  $\theta_{\text{cap}}$ . Whatever  $\theta_{\text{cap}}$ , the behavior of  $E_c/(d_p/d_b)$  versus  $Re_b$  is similar to the one observed for clean bubbles ( $\theta_{\text{cap}} = 180^\circ$ ), but exhibits much lower efficiencies values at low  $\theta_{\text{cap}}$  as well as a greater influence of  $Re_b$ . Both influences of  $\theta_{\text{cap}}$  and  $Re_b$  can be quite well accounted in a simple expression:

$$f(\theta_{\text{cap}}, Re_b) = k_1(\theta_{\text{cap}}) \times \left[ f^{180} \left( \frac{Re_b}{k_3(\theta_{\text{cap}})} \right) \right]^{k_2(\theta_{\text{cap}})}, \quad (15)$$

where  $k_1(\theta_{\text{cap}})$ ,  $k_2(\theta_{\text{cap}})$  and  $k_3(\theta_{\text{cap}})$  take the values reported in Table 1. The resulting comparison with the DNS results is plotted on Fig. 12 as functions of  $Re_b$ . For the whole ranges of  $\theta_{\text{cap}}$  and  $Re_b$  and for  $d_p/d_b < 3\%$  mean error is 5.2%. Note that for  $Re_b$  above 250 for  $\theta_{\text{cap}} = 0^\circ$ ,  $\theta_{\text{cap}} = 6^\circ$  and  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$  axisymmetric flow hypothesis is not justified. The values for  $k_1$ ,  $k_2$  and  $k_3$  are well fitted with the following correlations:

$$k_1(\theta_{\text{cap}}) = 2 \frac{\sin^3(\theta_{\text{cap}}/2)}{1 + \sin^6(\theta_{\text{cap}}/2)}, \quad (16)$$

$$k_2(\theta_{\text{cap}}) = 1 + \frac{8}{3(1 - \sin(\theta_{\text{cap}}/2))^{3/2}}, \quad (17)$$

$$k_3(\theta_{\text{cap}}) = \frac{\pi}{3} \frac{1 - \cos \theta_{\text{cap}}}{\theta_{\text{cap}}} + \frac{1 + \cos \theta_{\text{cap}}}{2}. \quad (18)$$

## 6. Conclusion

Thanks to direct numerical simulation, collision efficiencies have been computed in the case of weight-and-inertia-less solid particle for a wide range of bubble

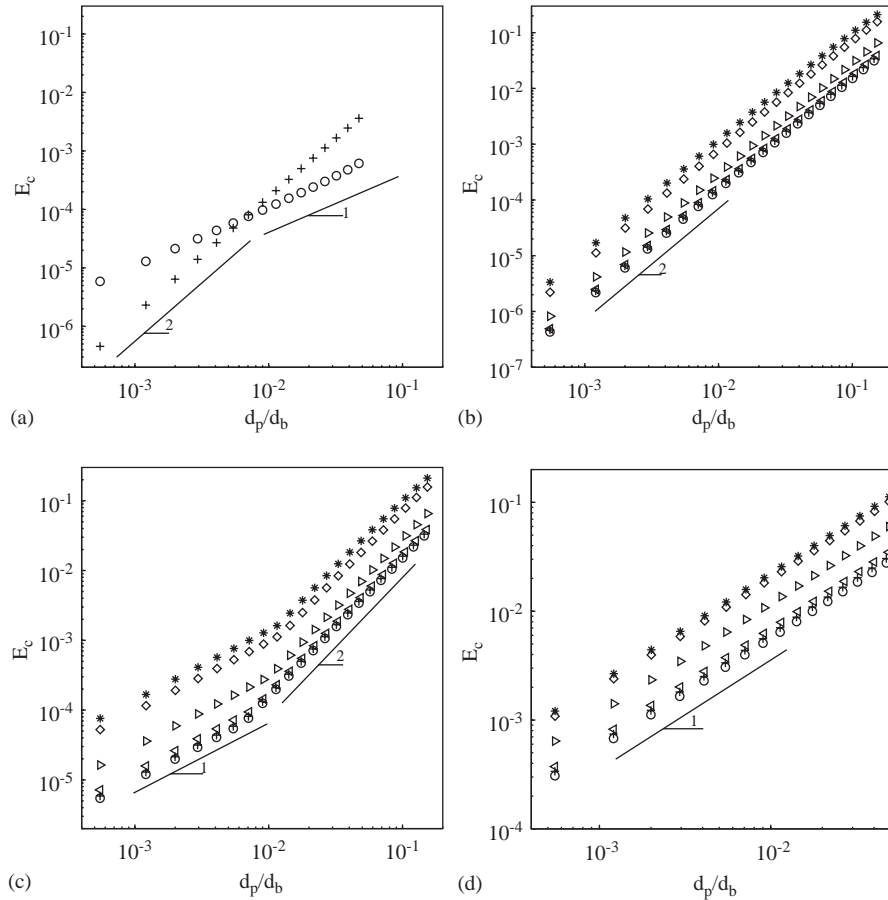


Fig. 9. Collision efficiencies versus diameters ratio  $d_p/d_b$ . (a) Based on local minima for  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$  and  $Re_b = 0.1$ .  $\circ$ : front part;  $+$ : equatorial part. (b):  $\theta_{\text{cap}} = 6^\circ$ ; (c):  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$ ; (d):  $\theta_{\text{cap}} = 90^\circ$ .  $\circ$ :  $Re_b = 0.01$ ;  $+$ :  $Re_b = 0.1$ ;  $\triangleleft$ :  $Re_b = 1$ ;  $\triangle$ :  $Re_b = 10$ ;  $\diamond$ :  $Re_b = 100$ ;  $*$ :  $Re_b = 250$ .

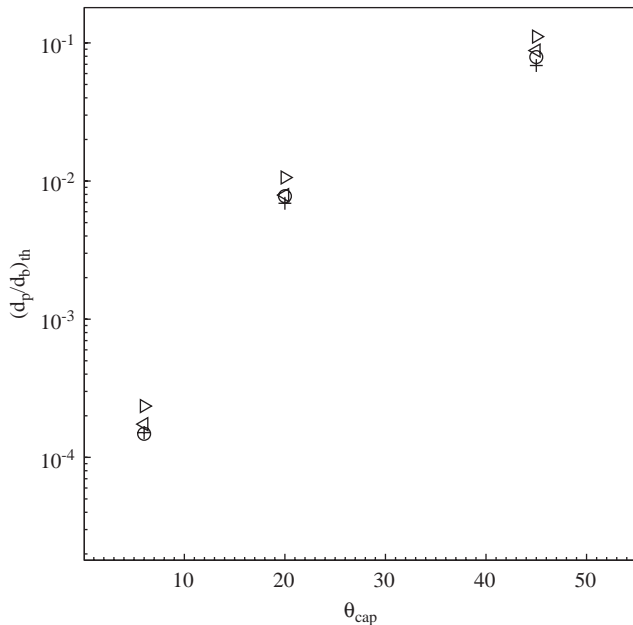


Fig. 10. Diameter ratio threshold versus contamination angle  $\theta_{\text{cap}}$ .  $\circ$ :  $Re_b = 0.01$ ;  $+$ :  $Re_b = 0.1$ ;  $\triangleleft$ :  $Re_b = 1$ ;  $\triangle$ :  $Re_b = 10$ .

Reynolds numbers ( $0.01 < Re_b < 1000$ ), and diameter ratio ( $0.0005 < d_p/d_b < 0.048$ ) for clean, fully and partially contaminated bubbles. Correlations of the numerical results show that  $d_p/d_b$  and  $Re_b$  effects can be accounted for by the product of two independent functions for each  $\theta_{\text{cap}}$ . Numerical simulation and correlations are in good agreement with asymptotic analytical predictions and with the previous models proposed by Weber and Paddock (1983) and for clean bubbles by Nguyen et al. (1998). The effect of the bubble interface contamination has been studied for using the stagnant cap model. The collision efficiency is found to decrease with the level of contamination. For clean (respectively, fully contaminated) spherical bubbles, the efficiency evolves as  $d_p/d_b$  (respectively  $(d_p/d_b)^2$ ) whatever the bubble Reynolds number and the particle size. For partially contaminated bubbles, efficiency can be scaled with  $d_p/d_b$  or  $(d_p/d_b)^2$  depending on both the level of contamination and the particle size.

In future work, a particle trajectory equation will be solved which includes the inertial and gravitational forces acting on the particle, giving the appropriate collision efficiencies. Single-bubble experiments are being conducted to measure collision efficiencies for validation purposes. The effect of

Table 1  
Coefficients  $k_1(\theta_{\text{cap}})$  and  $k_2(\theta_{\text{cap}})$

$\theta_{\text{cap}}$	20°	45°	90°	112°	135°	156°	180°
$k_1(\theta_{\text{cap}})$	0.01	0.12	0.61	0.83	0.98	0.99	1
$k_2(\theta_{\text{cap}})$	2.97	2.29	1.44	1.20	1	1	1
$k_3(\theta_{\text{cap}})$	1.15	1.24	1.17	1.05	0.91	0.78	0.67

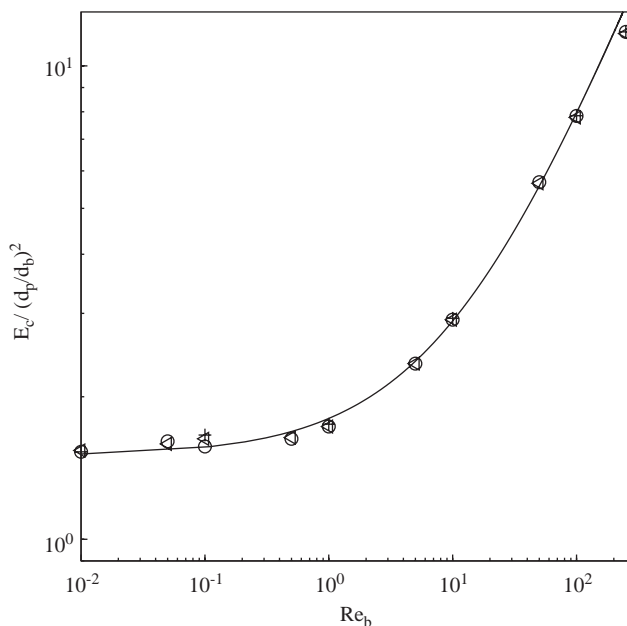


Fig. 11. Collision efficiencies divided by  $(d_p/d_b)^2$  dependency versus  $Re_b$  for  $d_p/d_b > (d_p/d_b)_{\text{th}}$ .  $\circ$ :  $\theta_{\text{cap}} = 0^\circ$ ;  $+$ :  $\theta_{\text{cap}} = 6^\circ$ ;  $<$ :  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$ ; —: expression (13).

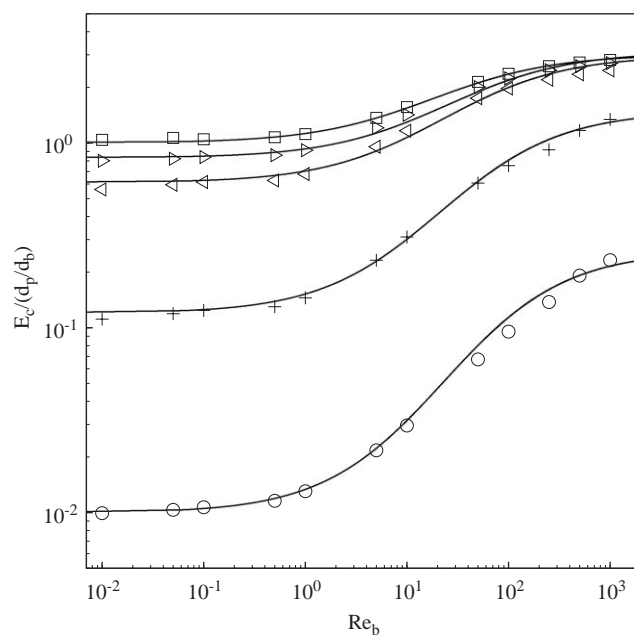


Fig. 12. Collision efficiencies divided by  $d_p/d_b$  dependency versus  $Re_b$  for  $d_p/d_b < (d_p/d_b)_{\text{th}}$ .  $\circ$ :  $\theta_{\text{cap}} = 20^\circ$ ;  $+$ :  $\theta_{\text{cap}} = 45^\circ$ ;  $<$ :  $\theta_{\text{cap}} = 90^\circ$ ;  $>$ :  $\theta_{\text{cap}} = 112^\circ$ ;  $\square$ :  $\theta_{\text{cap}} = 180^\circ$ ; —: models given by expression (15).

deformation can also be numerically analyzed by performing numerical simulation around ellipsoidal bubble. Following Moore analysis (Moore, 1965), the relation between the bubble Weber number and its deformation can be used to generate in ellipsoidal coordinates a grid depending on the Reynolds bubble number. The effect of the possible surrounding turbulence can be studied with the large eddy simulation (LES) procedure recently used by Merle et al. (2005) to study bubble dynamics in a turbulent flow.

## References

- Bleier, A., Goddard, E.D., Kulkarni, R.D., 1977. Adsorption and critical flotation conditions. *Journal of Colloid and Interface Science* 59 (3), 490–504.
- Bloom, F., Heindel, T.J., 2002. On the structure of collision and detachment frequencies in flotation models. *Chemical Engineering Science* 57, 2467–2473.
- Calmet, I., Magnaudet, J., 1997. Large-eddy simulation of high-schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow. *Physics of Fluids* 9, 1–18.
- Collins, G.L., Jameson, G.J., 1976. Experiments on the flotation of fine particles. *Chemical Engineering Science* 31, 985–991.
- Cuenot, B., Magnaudet, J., Spennato, B., 1997. The effects of slightly soluble surfactants on the flow around a spherical bubble. *Journal of Fluid Mechanics* 339, 25–53.
- Dai, Z., Dudhin, S., Fornaseiro, D., Ralston, J., 1998a. The inertial hydrodynamic interaction of particles and rising bubbles with mobile surfaces. *Journal of Colloid and Interface Science* 197, 275–292.
- Dai, Z., Fornaseiro, D., Ralston, J., 1998b. Influence of dissolved gas on bubble–particle heterocoagulation. *Journal of the Chemical Society, Faraday Transaction* 94 (14), 1983–1987.
- Dai, Z., Fornaseiro, D., Ralston, J., 1999. Particle–bubble attachment in mineral flotation. *Journal of Colloid and Interface Science* 217, 70–76.
- Dai, Z., Fornaseiro, D., Ralston, J., 2000. Particle–bubble collision models—a review. *Advances in Colloid and Interface Science* 85, 231–256.
- Duineveld, P.C., 1995. The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics* 292, 325–332.
- Fdhila, R.B., Duineveld, P.C., 1996. The effect of surfactant on the rise of a spherical bubble at high Reynolds and Peclet numbers. *Physics of Fluids* 8 (2), 310–321.
- Fielden, M.L., Hayes, R.A., Ralston, J., 1996. Surface and capillary forces affecting air bubble–particle interactions in aqueous electrolyte. *Langmuir* 12, 3721–3727.
- Flint, L.R., Howarth, W.J., 1971. The collision efficiency of small particles with spherical air bubbles. *Chemical Engineering Science* 26, 1155–1168.

- Gaudin, A.M., 1957. Flotation. second ed. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York.
- Hewitt, D., Fornaseiro, D., Ralston, J., 1995. Bubble–particle attachment. *Journal of the Chemical Society, Faraday Transaction* 91 (13), 1997–2001.
- Hu, Y., Qiu, G., Miller, J.D., 2003. Hydrodynamic interactions between particles in aggregation and flotation. *International Journal of Mineral Processing* 70, 157–170.
- Legendre, D., Magnaudet, J., 1998. The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* 368, 81–126.
- Legendre, D., Magnaudet, J., Mougin, G., 2003. Hydrodynamic interactions between two spherical bubbles rising side by side in a viscous liquid. *Journal of Fluid Mechanics* 497, 133–166.
- Magnaudet, J., Rivero, M., Fabre, J., 1995. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. Steady straining flow. *Journal of Fluid Mechanics* 284, 97–135.
- McLaughlin, J.B., 1996. Numerical simulation of bubble motion in water. *Journal of Colloid and Interface Science* 184 (2), 614–625.
- Merle, A., Legendre, D., Magnaudet, J., 2005. Forces on a high-Re spherical bubble in a turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, in press.
- Mishchuk, N., Ralston, J., Fornaseiro, D., 2002. Influence of dissolved gas on the van der Waals forces between bubbles and particles. *The Journal of Physical Chemistry A* 106, 689–696.
- Moore, D.W., 1965. The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity. *Journal of Fluid Mechanics* 23, 749–766.
- Nguyen, A.V., 1998. Particle–bubble encounter probability with mobile bubble surfaces. *International Journal of Mineral Processing* 55, 73–86.
- Nguyen, A.V., Evans, G.M., 2002. Axisymmetric approach of a solid sphere toward a non-deformable planar slip interface in the normal stagnation flow-development of global rational approximations for resistance coefficients. *International Journal of Multiphase flow* 28, 1369–1380.
- Nguyen, A.V., Ralston, J., Schulze, H.J., 1998. On modelling of bubble–particle attachment probability in flotation. *International Journal of Mineral Processing* 53, 225–249.
- Nguyen, A.V., Nalaskowski, J., Miller, J.D., Butt, H.J., 2003. Attraction between hydrophobic surfaces studied by atomic force microscopy. *International Journal of Mineral Processing* 72, 215–225.
- Phan, C.M., Nguyen, A.V., Miller, J.D., Evans, G.M., Jameson, G.J., 2003. Investigations of bubble–particle interactions. *International Journal of Mineral Processing* 72, 239–254.
- Ralston, J., 1999. Controlled flotation processes: Prediction and manipulation of bubble–particle capture. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, January/February, 27–34.
- Ralston, J., Dukhin, S.S., Mishchuk, N.A., 1999a. Inertial hydrodynamic particle–bubble interaction in flotation. *International Journal of Mineral Processing* 56, 207–256.
- Ralston, J., Fornaseiro, D., Hayes, R., 1999b. Bubble–particle attachment and detachment in flotation. *International Journal of Mineral Processing* 56, 133–164.
- Ralston, J., Dukhin, S.S., Mishchuk, N.A., 2002. Wetting film stability and flotation kinetics. *Advances in Colloid and Interface Science* 95, 145–236.
- Reay, D., Ratcliff, G.A., 1975. Experimental testing of the hydrodynamic collision model of fine particle flotation. *Canadian Journal of Chemical Engineering* 53, 481–486.
- Sadhal, S.S., Johnson, R.E., 1983. Stokes flow past bubbles and drops partially coated with thin films. *Journal of Fluid Mechanics* 126, 237.
- Sarrot, V., Legendre, D., Guiraud, P., 2004. DNS determination of the collision frequency between bubbles and non-inertial particles in flotation processes. In: 5th International Conference on Multiphase Flow.
- Schulze, H.J., 1989. Hydrodynamics of bubble–mineral particle collisions. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review* 5, 43–76.
- Small, G.L., Grano, S.R., Ralston, J., Johnson, N.W., 1997. Method to increase fine mineral recovery in the mount is a mines lead/zinc concentrator. *Minerals Engineering* 10 (1), 1–15.
- Sutherland, K.L., 1948. Physical chemistry of flotation x i. kinetics of the flotation process. *Journal of Physical Chemistry* 52, 394–425.
- Weber, M.E., Paddock, D., 1983. Interceptional and gravitational collision efficiencies for single collectors at intermediate Reynolds numbers. *Journal of Colloid and Interface Science* 94 (2), 328–335.
- Yoon, R.H., 2000. The role of hydrodynamic and surface forces in bubble–particle interaction. *International Journal of Mineral Processing* 58, 129–143.